

Kleyers

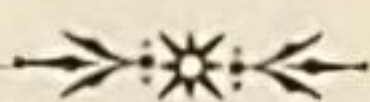


Encyklopädie



der gesamten

mathematischen, technischen und exakten
Natur-Wissenschaften.



Lehrbuch

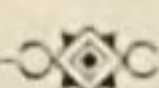
der

Dynamik flüssiger Körper
(Hydrodynamik)

von

Richard Klimpert.

Zweiter Band. Erste Hälfte.



1848

Enzyklopädie

der Wissenschaften

in alphabetischer Ordnung

von Johann Samuel Ersch

und

Johann Gottfried Gruber

Verlag des Verlegers

in Leipzig

Verlag des Verlegers

in Leipzig

Lehrbuch
der
Bewegung flüssiger Körper
(Hydrodynamik).

Zweiter Band. Erste Hälfte:

**Die Bewegungserscheinungen des Wassers in Kanälen und Flüssen,
sowie der dabei ausgeübte Stoss und Widerstand.**

Mit 282 Erklärungen, mehr als 150 in den Text gedruckten Figuren
und einem Formelverzeichnis

nebst einer

**Sammlung von 134 gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, mit den
Resultaten der letzteren.**

Für das Selbststudium und zum Gebrauche an Lehranstalten

bearbeitet

nach System Kleyer

von

Richard Klimpert.

Stuttgart.

Verlag von Julius Maier.

1893.

Lehrbuch

Bewegung flüssiger Körper (Hydrodynamik)

Zweiter Band. Erste Hälfte

Die Bewegungsvorgänge des Wassers in Kanälen und Flüssen,
sowie der dabei ausgeübte Stoss und Widerstand.

Mit 202 Abbildungen, wovon 100 in den Text gedruckte Tafeln
und eine Formelsammlung.

Verlag

Sammlung von 34 gelösten und ungelösten Aufgaben, mit der
Resultate der letzteren.

Für das Selbststudium und zum Gebrauch an Lehranstalten.

Verlag

von Hermann Klopfer

in

Stuttgart

Stuttgart

Druck der Stuttgarter Vereins-Buchdruckerei.

Vorwort.

Der vorliegende Band der Hydrodynamik umfasst die Bewegungserscheinungen des Wassers in Kanälen und Flüssen, mit Einschluss der dabei vorzunehmenden Messarbeiten, durch welche sowohl die Wassermengen als auch die Stromgeschwindigkeiten sich bestimmen lassen. Hieran schliessen sich die Gesetze über den durch das fliessende Wasser ausgeübten Stoss, sowie über den Widerstand desselben gegen bewegte feste Körper. Während in dem vorher erschienenen I. Bande der Hydrodynamik die Gesetze des Flüssigkeitsausflusses aus Gefässen und Röhren erörtert wurden, wird der demnächst folgende Schlussband die Anwendung der lebendigen Kraft des fliessenden Wassers zum Betriebe der hydraulischen Motoren enthalten.

Es dürfte der vorliegenden Arbeit nicht zum Nachtheile gereichen, dass auch die Untersuchungen über den Stoss zweier Wasserstrahlen gegen einander berücksichtigt worden sind, obwohl dieselben für die Praxis als weniger wichtig erscheinen dürften.

Bremen, Michaelis 1893.

R. Klimpert.

Vorwort

Der vorliegende Band der Hefenreihe enthält die Ergebnisse der Untersuchungen der Hefen in der Gärung, die in der Hefen- und Gärungsindustrie von großer Bedeutung sind. Die Hefen sind die wichtigsten Mikroorganismen, die in der Gärung eine Rolle spielen. Sie sind in der Lage, Zucker in Ethanol und Kohlendioxid umzuwandeln. Diese Umwandlung ist die Grundlage für die Herstellung von Bier, Wein und anderen Gärungsprodukten. Die Hefen sind auch in der Lebensmittelindustrie von großer Bedeutung, da sie zur Herstellung von Brot, Käse und anderen Produkten verwendet werden. Die Hefen sind also ein wichtiger Bestandteil der menschlichen Ernährung und der Industrie. Die Untersuchungen in diesem Band haben gezeigt, dass die Hefen in der Gärung eine sehr komplexe Rolle spielen. Sie sind nicht nur in der Lage, Zucker in Ethanol und Kohlendioxid umzuwandeln, sondern sie sind auch in der Lage, eine Vielzahl von anderen Substanzen zu produzieren. Diese Substanzen sind für die Gärung von großer Bedeutung, da sie die Geschwindigkeit und die Qualität der Gärung beeinflussen. Die Hefen sind also ein sehr interessantes und wichtiges Forschungsobjekt. Die Untersuchungen in diesem Band haben gezeigt, dass die Hefen in der Gärung eine sehr komplexe Rolle spielen. Sie sind nicht nur in der Lage, Zucker in Ethanol und Kohlendioxid umzuwandeln, sondern sie sind auch in der Lage, eine Vielzahl von anderen Substanzen zu produzieren. Diese Substanzen sind für die Gärung von großer Bedeutung, da sie die Geschwindigkeit und die Qualität der Gärung beeinflussen. Die Hefen sind also ein sehr interessantes und wichtiges Forschungsobjekt.

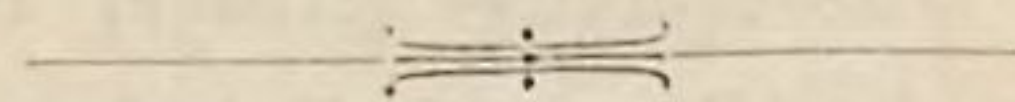
Bremen, November 1902

R. Hünig

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
A. Von der Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen	1
1) Ueber die Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen, sowie über die dabei zu beobachtenden verschiedenen Geschwindigkeiten	1
a) Das Fliessen des Wassers	1
b) Verschiedene Geschwindigkeit des Wassers in einem und demselben Querprofil	7
c) Die mittlere Geschwindigkeit	8
d) Die Stromgeschwindigkeitsskala	13
e) Die vorteilhaftesten Querprofile für Kanäle	18
f) Gleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen	24
g) Eintritt und Austritt des Wassers bei Kanälen	28
h) Ungleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen und Flussbetten	31
i) Geschwindigkeitsveränderungen bei Anschwellungen	33
k) Stauhöhe und Stauweite bei Einbauen in Kanälen und Flüssen	36
α) Allgemeines	36
β) Stauhöhe bei vollkommenen Ueberfallswehren	38
γ) Stauhöhe bei unvollkommenen Ueberfallswehren	40
δ) Stau bei Durchlass- oder Schleusenwehren	41
ε) Stauhöhe bei Brücken, Buhnen und Schleusen	42
ζ) Ermittlung der Stauweite	44
l) Gelöste Aufgaben	48
m) Ungelöste Aufgaben	77
2) Ueber die an fliessenden Gewässern vorzunehmenden Messarbeiten	84
a) Allgemeines	84
b) Messen der Wassermengen oder Aichungen	85
α) Allgemeines	85
β) Ermittlung der Wassermengen bei unbedeutenden Wasserläufen	85
γ) Ermittlung der Wassermengen bei kleineren Bächen, Quellen und abgefangenen, mittelgrossen Wasserläufen	87
δ) Hydraulische Wassermesser	90
ε) Ermittlung der Wassermenge bei grösseren, durch eine Hüttenanlage abgefassten Wasserläufen	95
ζ) Ermittlung der Wassermenge bei bedeutenden nicht gesperrten Wasserläufen	96
η) Ermittlung der Wassermenge grosser Flüsse und Ströme	98
c) Die tachometrischen oder Geschwindigkeitsmessungen	99
α) Messapparate, welche der Strömung des Wassers frei überlassen werden	99
αα) Schwimmer zur Bestimmung der Oberflächengeschwindigkeit	99
ββ) Schwimmer zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit	101

	Seite
β) Messapparate, welche auf der statischen Wirkung des fließenden Wassers beruhen	104
$\alpha\alpha$) Allgemeines	104
$\beta\beta$) Hydrometer, bei denen durch die statische Wirkung des fließenden Wassers eine Flüssigkeitssäule gehoben wird	106
$\gamma\gamma$) Der Stromquadrant oder das hydrometrische Pendel	109
$\delta\delta$) Diejenigen Stromgeschwindigkeitsmesser, bei denen ein Druck auf eine dem strömenden Wasser entgegenstehende Fläche ausgeübt wird	111
γ) Messapparate, welche auf der dynamischen Wirkung des fließenden Wassers beruhen	113
d) Gelöste Aufgaben	121
e) Ungelöste Aufgaben	128
B. Von dem durch Wasser ausgeübtem Stosse und Widerstande	131
1) Ueber den Stoss des bewegten Wassers	132
a) Stoss des Wassers im allgemeinen	132
b) Der Stoss eines isolierten Wasserstrahles	134
α) Gerader Stoss eines isolierten Wasserstrahles gegen eine ebene Fläche	134
β) Schiefer Stoss eines isolierten Wasserstrahles gegen eine ebene Fläche	139
γ) Der Stoss isolierter Wasserstrahlen gegen Rotations- und andere, nicht ebene Flächen	141
δ) Der Stoss isolierter Wasserstrahlen ins Wasser	146
c) Ueber den Stoss zweier Wasserstrahlen gegen einander	149
d) Ueber den Stoss des begrenzten Wassers	160
α) Gerader Stoss des begrenzten Wassers	160
β) Schiefer Stoss des begrenzten und unbegrenzten Wassers	162
e) Ueber den Stoss des unbegrenzten Wassers	164
α) Gerader Stoss des unbegrenzten Wassers gegen ebene Flächen	166
β) Schiefer Stoss des unbegrenzten Wassers gegen ebene Flächen	169
γ) Der Stoss unbegrenzten Wassers gegen feste Körper	170
2) Ueber den Widerstand des Wassers gegen bewegte feste Körper	177
a) Völlig eingetauchte feste Körper	177
b) Zum Teil eingetauchte oder schwimmende Körper	182
c) Ueber den Widerstand des Wassers gegen Körper, welche in dasselbe eindringen wollen	188
3) Ueber die Reaktion ausströmender Flüssigkeiten	190
a) Gelöste Aufgaben	197
b) Ungelöste Aufgaben	207
Resultate zu den ungelösten Aufgaben	213
Zusammenstellung der Formeln	217



A. Von der Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

- 1) Ueber die Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen, sowie über die dabei zu beobachtenden verschiedenen Geschwindigkeiten.

a) Das Fließen des Wassers.

Frage 1. Welches ist die Ursache der Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen?

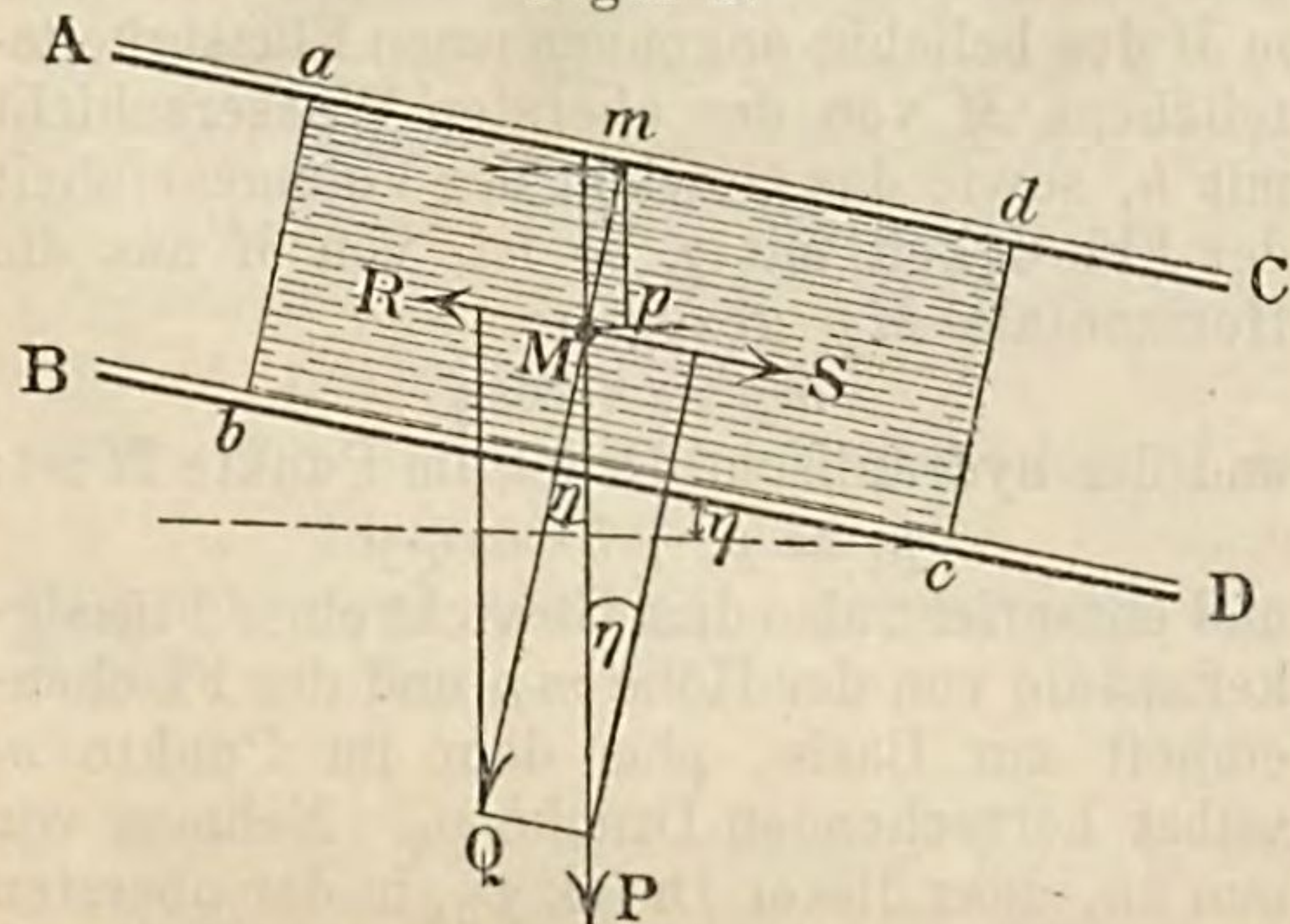
Erkl. 1. In Röhren und Kanälen bewegt sich das Wasser nur fort, wenn nach einer Richtung ein überwiegender Druck ausgeübt wird; sind die Röhren oder nach oben abgeschlossenen Kanäle wagerecht oder ansteigend, so muss das Wasser durch den äusseren Druck einer Kraftmaschine oder Wassersäule fortbewegt werden. In abwärts geneigten Räumen wird dagegen dieser zur Bewegung notwendige Druck durch das Gewicht des Wassers selbst erzeugt.

Frage 2. Aus welcher Betrachtung geht hervor, dass die Theorie der Bewegung des Wassers in oben offenen, von der in ringsum verschlossenen Leitungen bei geneigter Lage derselben nicht wesentlich verschieden ist?

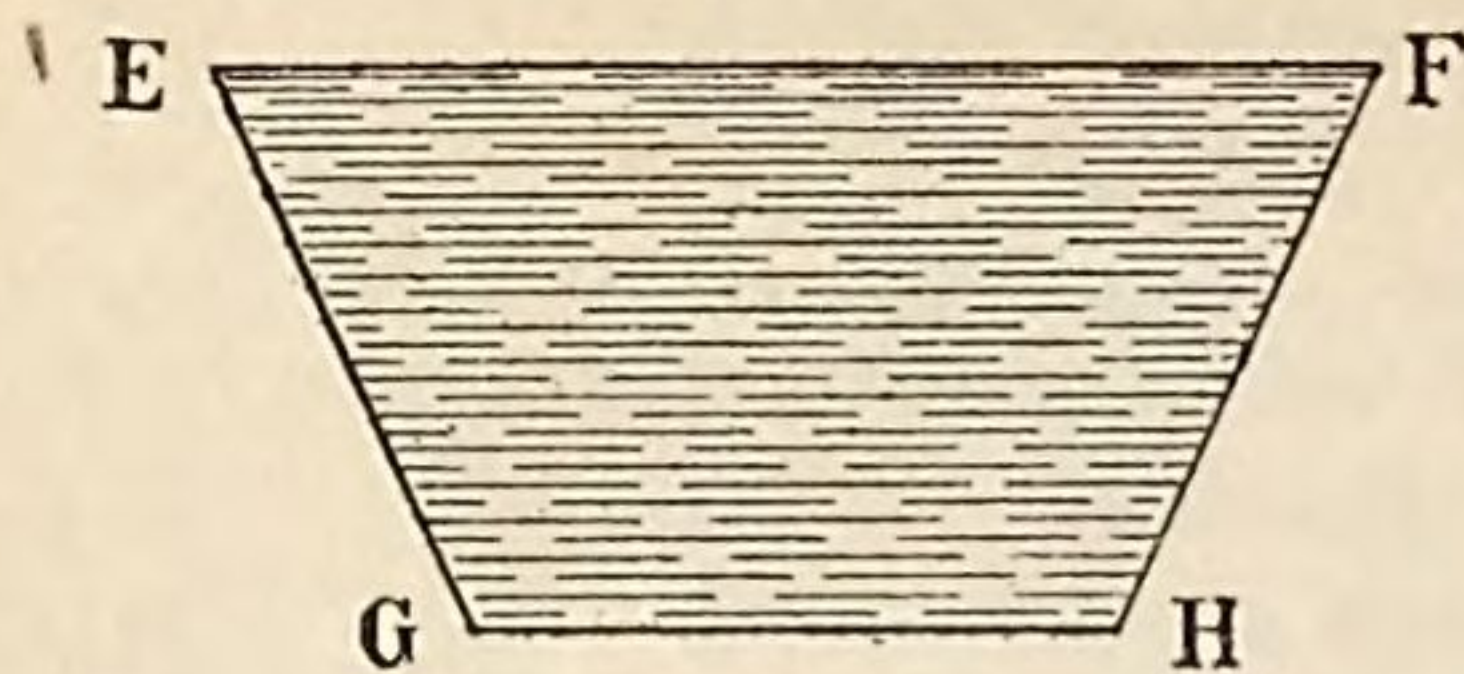
Antwort. Die Ursache der Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen ist die gegen den Horizont geneigte Lage der Sohle, indem sich die einzelnen Wasserteilchen, auf einer schiefen Ebene gelegen, vermöge ihres Gewichts nach tiefer gelegenen Punkten zu bewegen suchen.

Antwort. Es sei $ABDC$ (siehe Figur 1) eine ringsum geschlossene gerade Röhre von unveränderlichem Querschnitt $EFHG$ (siehe Figur 2), welche gegen den Horizont um den Winkel η geneigt ist, infolge dessen die Flüssigkeitsmenge $abcd$ in der Röhre herabgleitet. Wenn beide Endflächen ab und cd der gedachten Flüssigkeitsmenge durchaus gleichen Druck erleiden, während die Röhre zugleich als vollkommen frei von Bewegungshindernissen angenommen wird, so muss infolge der auf die Flüssigkeit einwirkenden Schwerkraft dieselbe gleich einem festen Körper mit gleichförmig beschleunigter Bewegung in der geneigten Röhre abwärts gleiten, wobei jedes Flüssigkeitsteilchen eine unter dem Winkel η gegen

Figur 1.



Figur 2.



Erkl. 2. d'Alembert stellte in seinem 1743 zu Paris erschienenen Werke: „Traité de dynamique“ folgenden Satz auf:

„Werden den verschiedenen materiellen Punkten oder Körpern eines Systems Bewegungen mitgeteilt, welche durch die gegenseitige Verbindung der materiellen Punkte oder Körper eine Abänderung erfahren, so ist klar, dass man diese Bewegung so betrachten kann, als wäre sie zusammengesetzt aus den Bewegungen, welche die materiellen Punkte oder Körper des Systems wirklich annehmen, und aus den Bewegungen, welche zufolge der Verbindung vernichtet wurden. Hieraus folgt zugleich, dass letztere Bewegungen von der Art sein müssen, dass, wenn die materiellen Punkte oder Körper des Systems von ihnen allein angeregt werden, Gleichgewicht stattfinden muss.“

Mit Hilfe dieses Lehrsatzes oder Prinzipes kann jede Aufgabe der Dynamik auf eine der Statik zurückgeführt werden. Dabei ist es aber zuweilen schwierig, die sich gegenseitig aufhebenden Kräfte, also auch die Gesetze des Gleichgewichts unter diesen Kräften, zu bestimmen. Diese Schwierigkeit umgeht man nach Lagrange zum Teil, wenn man bedenkt, dass auch dann Gleichgewicht eintreten muss, sobald man jedem materiellen Punkte oder Körper des Systems eine Bewegung erteilt, welche derjenigen, die er wirklich annimmt, gleich und entgegengesetzt ist, und dann den fraglichen Satz folgendermassen ausdrückt:

„In jedem in Bewegung begriffenen System materieller Punkte oder Körper halten sich die mitgeteilten und die resultierenden, aber entgegengesetzten Sinnes genommenen Kräfte oder Bewegungsgrössen gegenseitig im Gleichgewicht, wenn man überdies auf die besondere Beschaffenheit des Systems Rücksicht nimmt.“

Erkl. 3. Die Arbeit, welche die Fallkraft bei der Bewegung eines Körpers aus einem höheren in ein tieferes Niveau zu leisten vermag, ist gleich der Differenz der potentiellen Energien des Körpers in diesen Niveaus. (Siehe R. Klimpert, Lehrbuch der allgemeinen Physik, Seite 156.)

Erkl. 4. Das Wasser fliesst entweder in oben offenen oder in ringsum verschlossenen, in natürlichen oder künstlichen Leitungen. Die fließenden Wasser in natürlichen Leitungen, welche fast immer oben

den Horizont geneigte geradlinige Bahn beschreibt. Stellt $\overline{MP}$ die Richtung der auf das Teilchen M wirkenden Schwere vor und zerlegt man diese Kraft in zwei Seitenkräfte, deren eine:

$$\overline{MS} = g \cdot \sin \eta$$

parallel zur Bewegungsrichtung und deren andere:

$$\overline{MQ} = g \cdot \cos \eta$$

normal dazu läuft, so wird durch die erstere stetig wirkende Kraft die beschleunigte Bewegung des Flüssigkeitsteilchens M erzeugt, während sich die letztere als Druck gegen die Röhrenwand äussert. Bringt man also eine auf dasselbe Teilchen M wirkende Kraft:

$$\overline{RM} = g \cdot \sin \eta$$

an, welche der Kraft MS direkt entgegengerichtet ist, so wird die einmal in Bewegung befindliche Wassersäule $abcd$ mit der ihr eigenen Geschwindigkeit nach dem Gesetz der Beharrung ohne Beschleunigung oder Verzögerung weiter fließen, denn nach dem d'Alembertschen Prinzip (siehe Erkl. 2) muss Gleichgewicht stattfinden, wenn man sich ein jedes Flüssigkeitsteilchen wie M von den beiden Kräften $PM = g$ in senkrechter und $RM = g \cdot \sin \eta$ in der entgegengesetzten Richtung des fließenden Wassers belebt denkt. Die Resultante der letzteren beiden Kräfte ist:

$$\overline{QM} = g \cdot \cos \eta$$

welche auf der Richtung des Gefälles senkrecht steht. Da nun unter der Wirkung dieser Kraft die Flüssigkeit im Gleichgewicht sein muss, so folgt daraus, dass sämtliche Flüssigkeitsteilchen, welche denselben Druck erleiden, in Ebenen liegen müssen, welche auf der Richtung QM normal stehen, also unter dem Winkel η gegen den Horizont geneigt sind.

Ist nun der Druck in der obersten Fläche ad von gleichem Niveau (s. Erkl. 3) gleich p_0 und bezeichnet man den normalen Abstand mM des beliebig angenommenen Flüssigkeitsteilchens M von der obersten Wasserschicht mit h , sowie das Gewicht der Volumeneinheit der Flüssigkeit mit γ , so ist, von M aus die Horizontale Mp gezogen:

$$mp = h \cdot \cos \eta$$

und der hydraulische Druck im Punkte M ist:

$$p_1 = p_0 + h \cdot \cos \eta \cdot \gamma$$

und entspricht also dem Gewicht einer Flüssigkeitssäule von der Höhe mp und der Flächeneinheit zur Basis, plus dem im Punkte m selbst herrschenden Drucke p_0 . Nehmen wir nun an, dass dieser Druck p_0 , in der obersten

offen sind, bilden die Ströme, Flüsse und Bäche; die künstlichen offenen Leitungen aber Kanäle, Gerinne und Gräben, welche sich dadurch von einander unterscheiden, dass die Kanäle schiffbar und grösser sind als die Gräben, die Gerinne aber nicht in die blosse Erde gegraben sind, sondern aus Holz, Thon, Stein oder Eisen bestehen. Künstliche, rings umschlossene Wasserleitungen heissen Röhrenleitungen (siehe Band I der Hydrodynamik). Im weiteren Sinne nennt man jedes in einer natürlichen Leitung fließende Wasser einen Fluss, jedes in einer künstlichen fließende aber einen Kanal. Diejenige Höhlung in der Erdoberfläche, worin das Wasser fließt, heisst Flussbett; dasselbe besteht aus dem Grundbett oder der Sohle und aus den beiden Ufern. Durchschneidet man ein fließendes Wasser mit einer gegen die Richtung desselben senkrechten Ebene, so erhält man den Querschnitt desselben; dessen Umfang bildet das Quer- oder Breitenprofil, welches wieder aus dem Wasser- und dem Luftprofil besteht, indem jenes der mit Wasser benetzte, dieses der nicht benetzte Teil des Umfangs ist. Legt man eine Vertikalebene in der Richtung des fließenden Wassers durch dasselbe, so erhält man den Längendurchschnitt und das Längenprofil. Der Abhang eines fließenden Wassers ist der Winkel, den seine Oberfläche mit dem Horizont bildet. Gewöhnlich giebt man ihn nicht unmittelbar in Graden, Minuten etc. an, sondern durch das sogen. Gefälle, d. i. der Vertikalabstand der beiden Endpunkte im Wasserspiegel einer Fluss- oder Kanalstrecke von bestimmter Länge, oder durch die Rösche, d. i. das relative Gefälle für die Länge 1 oder das Gefälle dividiert durch die Länge (so dass offenbar die Rösche nichts anderes als der Sinus des Abhangs ist). Hat hiernach ein Fluss auf eine Länge von 7500 m ein Gefälle von 18 m, so heisst das, der Wasserspiegel senkt sich in dieser Entfernung um 18 m, und die Rösche ist in diesem Falle:

$$\frac{18}{7500} = 0,0024$$

Frage 3. Wenn wir, wie es in der vorstehenden Betrachtung geschehen ist, annehmen, dass die schiefe Ebene dem auf derselben herabfließenden Wasser durchaus keinen Widerstand entgegengesetzt, so muss sich die Geschwindigkeit desselben mit der Zeit immer mehr und mehr vergrössern; warum ist das in Wirklichkeit bei den Bächen, Flüssen und Strömen keineswegs der Fall?

Erkl. 5. Es geht von dem benetzten Umfange ein Hindernis aus, das mittelbar die

geneigten Fläche $\overline{ad}$ von gleichem Niveau, gleich sei dem atmosphärischen Drucke, so kann man sich die Röhrenwand an dieser Stelle ganz hinwegdenken, also die Röhre als ein offenes Flussbett ansehen, ohne dass die vorstehenden Formeln aufhören, Gültigkeit zu behalten.

Antwort. Die Wände des Kanales, resp. des Flussbetts üben eine gewisse Reibung oder Adhäsion auf die Flüssigkeit aus, die sich vermöge der Kohäsion der Flüssigkeit über alle Teilchen derselben verbreitet und welche offenbar um so grösser ist, je länger das Bett ist, auf welchem das Wasser herabfließen muss, um eine be-

Wassermasse des ganzen Profils verzögert und die Beschleunigung der Schwere für jede Neigung bei einer bestimmten Geschwindigkeit vollkommen aufhebt. Nur dass hier die Oberfläche der Flüssigkeit frei, und kein Druck von innen nach aussen vorhanden ist, daher auch ein mit dem Wasser schwimmender Körper keinen andern Druck als den einer ruhenden Flüssigkeit erleidet.

stimmte Höhe h zu durchfallen, je geringer also die Neigung der schiefen Ebene oder das Gefälle ist. Je geringer das Gefälle ist, desto länger ist nicht bloss die Fläche, auf welcher sich das Wasser reibt, sondern desto grösser ist auch der Wasserdruk, von dem die Grösse der Reibung abhängt.

Frage 4. Wie kann man sich leicht durch einen Versuch von der Richtigkeit der vorstehenden Behauptung überzeugen?

Erkl. 6. Ausser der Reibung, welche eine beständige Verzögerung des fliessenden Wassers verursacht, giebt es auch noch zufällige Ursachen der Verzögerung, die von Winden, Frost, Eisgang, Wasserpflanzen, Anschwellungen beim Ausfluss, oder auch von Untiefen, Krümmungen, sowie von Temperaturveränderungen des fliessenden Wassers herrühren können.

Wenn nun gleich nur diejenigen Wasserteile in ihrer Bewegung durch Reibung verzögert werden, welche die Wände unmittelbar berühren, so hängen doch sämtliche Wasserteilchen mit einer gewissen Kraft zusammen, wodurch auch in den entfernteren eine Verzögerung entsteht, und so der Widerstand durch die ganze Wassermasse verbreitet wird, obgleich die Verzögerung geringer werden muss, je grösser die Entfernung von der Wand ist. Hierdurch wird der Einfluss der Reibung auf die Bewegung des Wassers ein so verwickelter, dass es noch nicht gelungen ist, denselben durch Rechnung aufzufinden. Man hat diesen Mangel durch zahlreiche Versuche zu ersetzen gesucht und gefunden, dass die Reibung nicht allein von der Länge, sondern auch von der Breite und Tiefe des Bettes, sowie von der Geschwindigkeit des Wassers abhängig ist, wie in den folgenden Abschnitten ausführlich gezeigt wird.

Durch alle diese Einflüsse kann die Reibung so gross werden, dass, insbesondere bei kleinem Gefälle, die Geschwindigkeit durch das Fallen nicht mehr zunimmt, sondern dass jede neue Fallgeschwindigkeit durch die Reibung aufgezehrt wird. Es findet dies besonders bei Flüssen statt, wo die Reibung noch durch Unebenheiten und Richtungsänderungen des Bettes vergrössert wird. Die mittlere Geschwindigkeit hängt dann nicht mehr von der Druckhöhe h , sondern hauptsächlich vom Gefälle ab; so ist sie im Rhein zwischen Mannheim und Mainz etwa 1 m, bei Basel 3 m, wenn das Wasser die mittlere Höhe erreicht hat. Die Geschwindigkeit ändert sich nur bei Querschnittsänderungen und bei Aenderungen des Wasserstandes: wird das Bett enger und flacher, und wird der Wasserstand höher, so wächst die Geschwindigkeit und die Oberfläche wird schiefer; so ist bei Basel bei Hochwasser die Geschwindigkeit 4 m, im Mississippi aber nur 2 m.

Antwort. Man bringe an einem immer auf gleicher Höhe mit Wasser angefüllten Gefässe eine wagerechte Röhre an und berechne aus der Ausflussmenge die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre. Unter übrigens gleichen Umständen gebe man dann der Röhre eine mehrmals grössere Länge; da Druckhöhe und Röhrenweite unverändert bleiben, so müsste, wenn das Wasser keine Hindernisse längs der Röhrenwände fände, auch im letzteren Falle die Ausflussmenge, also auch die Geschwindigkeit dieselbe bleiben. Man wird aber eine ansehnliche Verminderung der Geschwindigkeit des Wassers in der längeren Röhre finden, weshalb man zu der Annahme berechtigt ist, dass das Wasser bei seiner Bewegung längs der Röhrenwände aufgehalten oder seine Geschwindigkeit verzögert wird.

Dieser Versuch beweist zugleich, dass das Wasser bei der Bewegung in einem Flussbette, längs den Wänden, einen Widerstand findet, dessen Ursache in der Klebrigkeit oder Adhäsion des Wassers am Flussbett zu suchen ist, in deren Folge die Wasserteilchen bei der Bewegung teils von den Wänden, teils von denjenigen Wasserteilchen abgerissen werden müssen, welche mit den Wänden stärker zusammenhängen als untereinander. Auch muss durch den Stoss der Wasserteilchen gegen die Wände und die dadurch erzeugte innere Bewegung eine Verzögerung entstehen.

Frage 5. Wenn man nun findet, dass in einem geraden Flussbett, wo alle Querprofile einander gleich sind, die Bewegung des fliessenden Wassers eine gleichförmige ist, so ist man zu welcher Annahme berechtigt?

Erkl. 7. Die Geschwindigkeit, mit welcher die in Figur 1 dargestellte Wassersäule abwärts fliesst, hat auf die Gestalt der Flächen von gleichem Niveau oder gleichem Druck und auf die Stärke dieses Druckes für irgend ein Wasserteilchen gar keinen Einfluss, ja es ist sogar gleichgültig, ob sich die verschiedenen Flächen desselben Druckes, welche sämtlich mit dem Flussbett parallel laufen, mit gleichen oder verschiedenen Geschwindigkeiten fortbewegen.

Frage 6. Bei der Bewegung des Wassers in Kanälen und Flussbetten können überhaupt welche drei Fälle stattfinden?

Erkl. 8. Bei Mühlwerken und anderen Maschinenanlagen, die durch Wasserkraft betrieben werden, leitet man das Wasser in eigenen Kanälen, welche gewöhnlich nur einen verhältnismässig kleinen Querschnitt haben und von Holz oder Stein hergestellt, oder auch in einem festen Erdreich bloss ausgehoben werden. Da es, wie wir später sehen werden, am vorteilhaftesten ist, einem solchen Kanale nur das zur Fortbewegung des Wassers unumgänglich nötige Gefälle zu geben, für das Rad selbst aber den grössten Teil des vorhandenen Gefälles zu behalten, so werden Mühlkanäle bei einer zweckmässigen Anlage derselben immer nur so ausgeführt, dass das Wasser darin mit gleichförmiger Bewegung fliesst. Derselbe Fall findet bei Kanälen und jenen Flussstrecken statt, innerhalb welcher das Wasser die angenommene Geschwindigkeit beibehält.

Ist in einem Flussbett die Oberfläche des Wassers horizontal, der Boden mag eine Gestalt haben, welche er will, so wird, wenn ausser dem Gewicht des Wassers keine anderen Ursachen hinzukommen, keine Bewegung desselben entstehen können, weil alle Wasserteilchen auf der Oberfläche, und in jeder Tiefe, gleich stark nach allen Seiten pressen. Ist hingegen der Wasserspiegel gegen den Horizont geneigt, so erhalten sämtliche Wasserteilchen im Flussbette nach derjenigen Richtung, wohin die Oberfläche des Wassers ihren Abhang hat, einen stärkeren Druck als nach jeder anderen Seite; es muss daher Bewegung nach derjenigen Richtung entstehen, wo der Druck am geringsten ist. Auch muss diese Bewegung nicht allein auf der Oberfläche, sondern auch in jeder Tiefe stattfinden, weil die Differenzen der hydrostatischen Pressungen in einerlei Senkrechten für alle Tiefen gleich gross sind.

Antwort. Ist die Bewegung des fliessenden Wassers in einem geraden Flussbett eine durchaus gleichförmige, so lässt sich annehmen, dass in diesem Falle die beschleunigende Kraft, welche aus dem Gefälle entspringt, dem Widerstand im Flussbett gleich ist, wobei es auf die absolute Geschwindigkeit, mit welcher die Bewegung vor sich geht, gar nicht ankommt.

Antwort. 1) Die Verzögerungen durch die Widerstände betragen, wie soeben bemerkt wurde, ebensoviel als die Beschleunigung durch das vorhandene Gefälle, so dass das Wasser die einmal angenommene Geschwindigkeit beständig beibehält.

2) Die Widerstände können auf einer bestimmten Länge zu ihrer Ueberwältigung eine kleinere Höhe erfordern, als das dieser Länge zugehörige Gefälle beträgt. In diesem Falle fliesst das Wasser mit beschleunigter Bewegung fort.

3) Die Widerstände des Wassers können eine grössere Verzögerung verursachen, als das Gefälle auf derselben Länge Beschleunigung erzeugt, und dann ist die Bewegung verzögert, d. h. sie nimmt immerfort ab. Dieser Fall kommt bei allen Flüssen vor, indem dieselben eine immer langsamere Bewegung annehmen und bei ihrer Ausmündung in einen Strom oder in das Meer die kleinste Geschwindigkeit besitzen.

Frage 7. Welche Nachteile würde es mit sich bringen, wenn letzteres nicht der Fall wäre, wenn vielmehr in Hinsicht der Schwere und der schiefen Fläche, über welche das Wasser herabläuft, dasselbe von seinem Ursprunge an an Geschwindigkeit fortwährend zunehmen und dieselbe bei der Einmündung in das Meer oder in einen grösseren Fluss am bedeutendsten sein würde, weil daselbst die Höhe der schiefen Fläche von ihrem Ursprunge an am grössten ist?

Antwort. Es müssten dann jene Flüsse, deren Fall von ihrem Ursprunge an gerechnet ein sehr bedeutender ist, mit einer so furchtbaren Geschwindigkeit in das Meer strömen, dass nicht bloss die Schifffahrt stromabwärts sehr gefährlich und stromaufwärts fast unmöglich wäre, sondern es würden auch die Ufer, sie möchten noch so fest sein, angegriffen und die grössten Verheerungen verursacht.

Frage 8. Inwiefern zeigt uns jedoch die Erfahrung gerade das Gegenteil?

Erkl. 9. Um eine Idee zu erhalten, welche Geschwindigkeit das Wasser in einem Flusse erhalten würde, wenn keine Bewegungshindernisse vorhanden wären, sei hier bemerkt, dass z. B. die Moldau von der Joachimsmühle oberhalb Budweis bis zur Mündung der Elbe bei Hamburg ein Gefälle von 509 m hat. Wollte man hiernach die Geschwindigkeit $c = \sqrt{2gh}$ berechnen, welche die Elbe bei Hamburg haben müsste, so wäre:

$$c = \sqrt{19,62 \cdot 509} = 4,429 \cdot 22,56$$

oder: $c = \text{rund } 100 \text{ m.}$

Antwort. Es haben alle Flüsse in der Nähe ihres Ursprungs die grösste Geschwindigkeit, und dieselbe vermindert sich desto mehr, je weiter die Flüsse ihren Lauf fortsetzen. Bei den meisten Flüssen ist die Geschwindigkeit bei dem Ausfluss in das Meer so gering, dass in denselben die Ebbe und Flut des Meeres bemerkbar sind, indem das Wasser zur Zeit der Ebbe fällt und zur Zeit der Flut von dem Meere aus in den Fluss zurück oder stromaufwärts steigt, so dass das Flusswasser, statt gegen das Meer zu fliessen, von demselben stromaufwärts getrieben wird.

Anmerkung 1. Bewässerungskanälen giebt man ein relatives Gefälle (Abhang oder Rösche) von $\frac{1}{3600}$ bis $\frac{1}{1666}$; Kanälen, die zur Bewässerung und Schifffahrt zugleich dienen, ein relatives Gefälle von $\frac{1}{6666}$ bis $\frac{1}{3333}$. Kanäle, die zur Schifffahrt allein bestimmt sind, erhalten entweder gar kein Gefälle oder ein sehr geringes. So z. B. hat der Erie-Kanal (Buffalo Albany) eine Rösche $\frac{h}{l} = 0,000351$, der Kanal de l'Ourcq $\frac{h}{l} = 0,0001056$. Bei der Croydon-Wasserleitung (New-York) ist $\frac{h}{l} = 0,0002174$, bei der New-River-Wasserleitung (London) $\frac{h}{l} = 0,00004735$. Für Aufschlagwassergräben oder Gerinne giebt man dem Zuführungskanäle: $\frac{h}{l} = \frac{1}{2000}$ bis $\frac{1}{2500}$, dem Abführungskanäle: $\frac{h}{l} = \frac{1}{500}$ bis $\frac{1}{1000}$.

Die Elbe hat auf der Strecke von Podiebrad bis Leitmeritz $\frac{h}{l} = 0,00035$. Hübbe fand dagegen das Gefälle des Elbspiegels auf der Strecke von Nesshaken bis Schulau (unterhalb Hamburg) in der Mitte der Flutzeit $\frac{h}{l} = 0,000038$; in der Mitte der Ebbezeit $\frac{h}{l} = 0,000033$. Der Rhein von Konstanz bis Strassburg hat

$\frac{h}{l} = 0,00114$ und von Strassburg bis Rotterdam $\frac{h}{l} = 0,00045$. Die Donau von Donaueschingen bis Wien: $\frac{h}{l} = 0,00049$, und von Wien bis zum Meere: $\frac{h}{l} = 0,000090$.

b) Verschiedene Geschwindigkeit des Wassers in einem und demselben Querprofil.

Frage 9. Was ergibt sich, wenn man die Geschwindigkeit des Wassers an verschiedenen Stellen eines und desselben Querprofils misst?

Antwort. Misst man die Geschwindigkeit des Wassers an verschiedenen Stellen eines und desselben Querschnitts, so findet sich, dass dieselbe an verschiedenen Stellen eine sehr verschiedene ist.

Frage 10. Welches ist die Ursache dieser Erscheinung und in welcher Weise ändert sich demnach die Geschwindigkeit?

Erkl. 10. Man hat weiter beobachtet, dass die Oberfläche eines Flusses selten eine gerade Linie bildet; kann das Wasser frei abfließen, so bildet es nach der Länge des Flusses eine konvexe Oberfläche, wird es aber in seinem Laufe gehemmt oder gestaut, so entsteht eine konkave Krümmung in dem Wasserspiegel. Man hat ferner beobachtet, dass das Wasser, wenn es in einem Flusse steigt, in der Mitte seines Querprofils höher als an den Ufern steht, wenn es aber fällt, so ist im Gegenteil die Mitte tiefer als beide Ufer; im letzteren Falle wird daher das Wasser von den Ufern gegen die Mitte zuströmen und jene Körper, welche am Ufer eingeworfen werden und am Boden nicht aufsitzen, werden gegen die Mitte des Flusses getrieben. Die Geschwindigkeit des Wassers in den Querprofilen der Flüsse ändert sich sowohl in der Breite des Flusses, als auch in der Tiefe desselben. Will man demnach die Wassermenge, welche ein Fluss oder Strom abführt, genau bestimmen, so muss das Querprofil desselben in mehrere Teile zerlegt und in jedem derselben die mittlere Geschwindigkeit bestimmt werden.

Antwort. Die Adhäsion des Wassers an dem Flussbett und der Zusammenhang der Wasserteilchen untereinander bewirken, dass die den Bettwänden am nächsten liegenden Wasserteilchen in ihrer Bewegung am meisten aufgehalten werden und daher am langsamsten fließen, während die darauf folgende Wasserschicht schon eine grössere Geschwindigkeit besitzt, woran sich wieder eine Schicht mit noch grösserer Geschwindigkeit anreicht u. s. f. Aus diesem Grunde nimmt die Geschwindigkeit von der Oberfläche nach dem Bette zu ab, und ist am Boden und nahe den Ufern am kleinsten, während sich die grösste Geschwindigkeit bei geraden oder nur wenig gekrümmten Flussstrecken meist in der Mitte oder an derjenigen Stelle in der freien Oberfläche des Wassers befindet, wo es die grösste Tiefe hat.

Frage 11. Wie nennt man die Stelle der grössten Geschwindigkeit, sowie die tiefste Stelle im Bett?

Antwort. Die Stelle der grössten Geschwindigkeit nennt man den Stromstrich, die tiefste Stelle im Bett aber die Stromrinne.

Frage 12. Welchen Einfluss haben die verschiedenen Geschwindigkeiten in der Oberfläche des Wassers auf die Form der obersten Linie eines Querprofils?

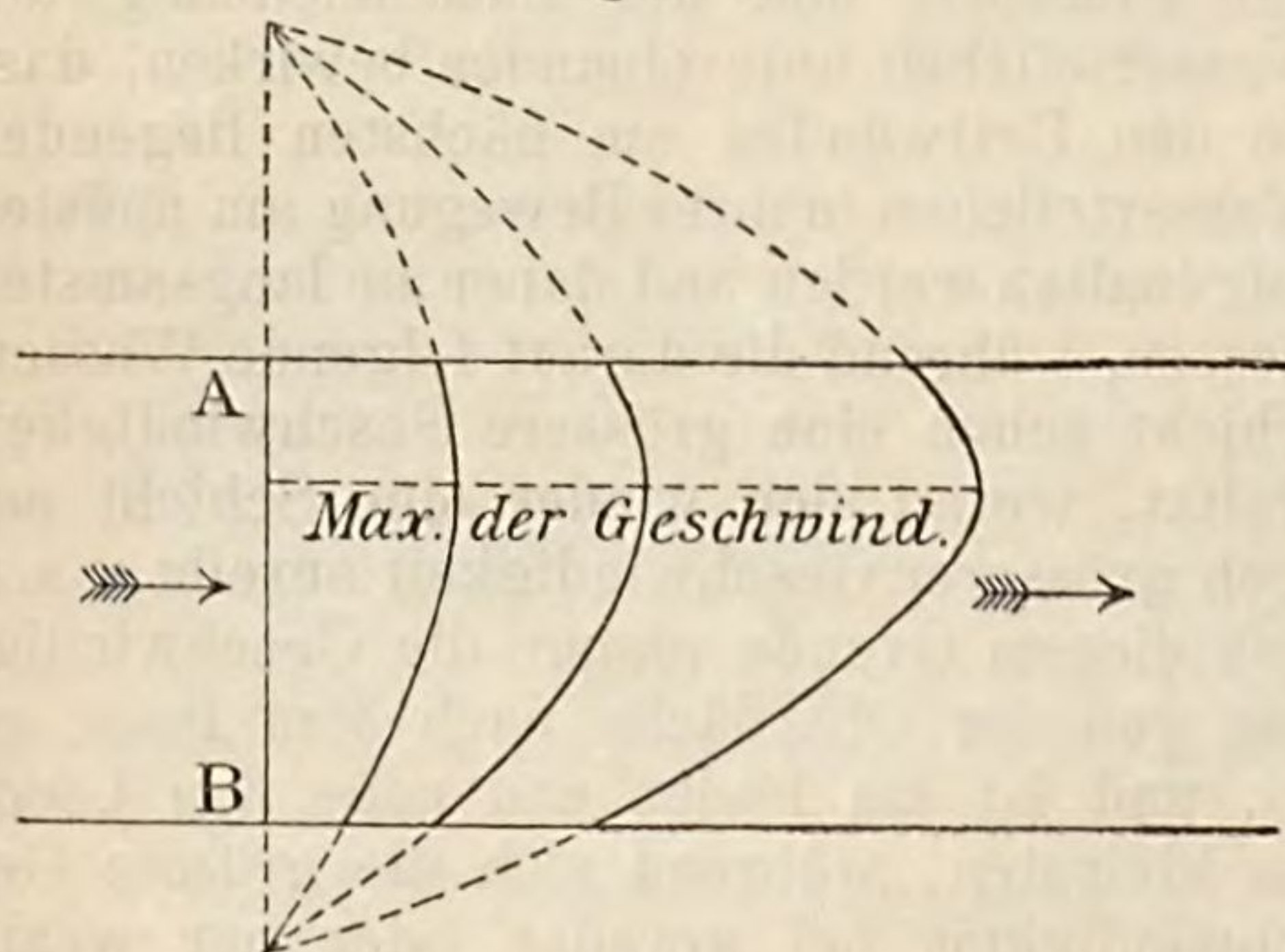
Antwort. Die oberste Linie des Querprofils, der Wasserspiegel, bildet nicht ge-

Erkl. 11. Die Figur des Stromstrichs hängt von der Gestalt des Flussbettes ab, und wird sich in Stromkrümmungen, wo die Wirkung der Zentrifugalkraft auf die Wasserteilchen mit in Erwägung kommt, mehr dem konkaven Ufer nähern und vom konvexen Ufer entfernen. Da die freie Oberfläche des Stromes mit der atmosphärischen Luft in Berührung ist, und diese Luft bei der Bewegung des Wassers an letzterem haftet und dadurch einen, wenn auch geringen Widerstand herbeiführt, so befinden sich, streng genommen, die mit der grössten Geschwindigkeit begabten Stromfäden nicht genau an der freien Oberfläche des Stromes, sondern dieselben liegen in geringerer Tiefe unter derselben.

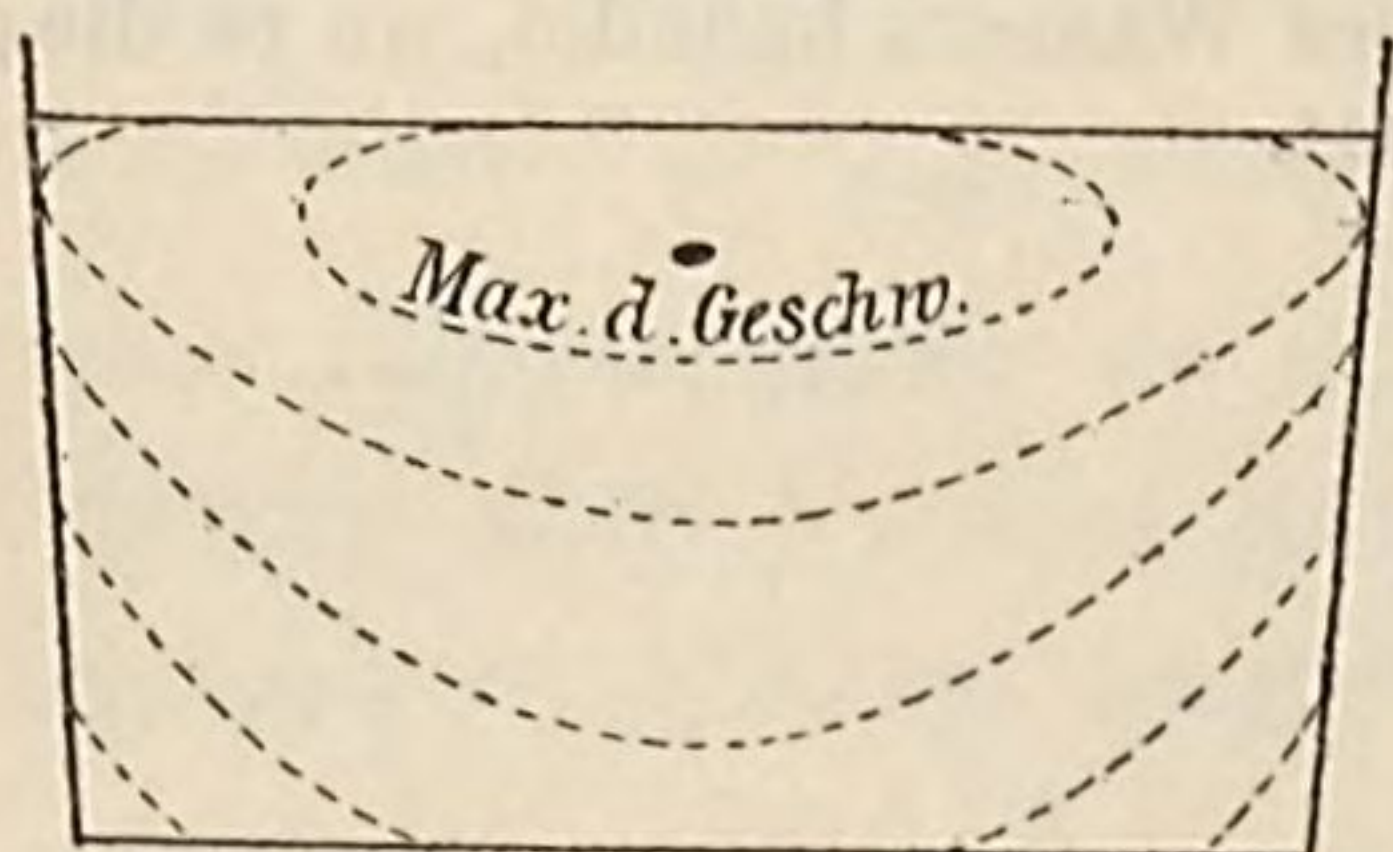
nau eine horizontale gerade Linie, sondern weil die im Wasserspiegel befindlichen Flüssigkeitsteilchen mit verschiedenen Geschwindigkeiten an einander hingehen und daher die schneller fliessenden Elemente weniger Seitendruck als die langsamer fliessenden äussern, so stellen sich die ersteren über die letzteren, und deshalb steht das Wasser im Stromstrich am höchsten und an den Ufern am tiefsten.

Frage 13. Was für Figuren erhält man, wenn man die Geschwindigkeiten in verschiedenen Tiefen graphisch darstellt?

Figur 3.



Figur 4.



Antwort. Wenn man die Geschwindigkeiten in verschiedenen Tiefen durch Horizontallinien darstellt, so erhält man eine parabelähnliche Kurve (siehe Figur 3). Ein ursprünglich geradliniger Flüssigkeitsfaden *AB* baucht sich allmählich immer mehr nach vorn aus. Bei seitlichen Begrenzungen kommt hierzu noch eine horizontale Verschiedenheit der Geschwindigkeit infolge der Reibung an den Wänden; und wenn man, beide Einflüsse zusammenfassend, die einem Querschnitt angehörigen Punkte gleicher Geschwindigkeit miteinander durch Linien verbindet, so erhält man Kurven, die im allgemeinen ähnlich den Kettenlinien von den Wänden nach der Mitte herabhängen (siehe Figur 4) und Isotachen genannt werden.

c) Die mittlere Geschwindigkeit.

Frage 14. Bei allen diesen verschiedenen Geschwindigkeiten innerhalb eines Querprofiles interessiert uns nur die mittlere Geschwindigkeit desselben. Was ist darunter zu verstehen?

Erkl. 12. Früher glaubte man, dass die Geschwindigkeit des Wassers von oben nach

Antwort. Die mittlere Geschwindigkeit des Wassers innerhalb eines Querschnitts ist diejenige, welche jedes Wasserteilchen haben müsste, wenn in einer ge-

unten zunehme. Der Erste, welcher durch Versuche nachwies, dass die Geschwindigkeit des fließenden Wassers von der Oberfläche nach dem Boden hin abnimmt, war Mariotte, welcher seine ersten Geschwindigkeitsmessungen in einem kleinen Flusse mit Hilfe eines aus Wachskügelchen bestehenden Doppelschwimmers vornahm. Zu gleichen Resultaten gelangte Pitot, der mit der nach ihm benannten Röhre Messungen in verschiedenen Tiefen der Seine bei Paris anstellte.

Michelotti folgerte aus seinen Versuchen:

1) dass das Längenprofil der Oberfläche eines fließenden Wassers eine Hyperboloide und das Längenprofil des Grundbettes die hierzu gehörige Asymptote bilde;

2) dass bei der Bewegung fließender Gewässer in regulären Kanälen

a) sich die Geschwindigkeiten verhalten wie die Quadratwurzeln der Höhen,

b) die Querschnitte ihren mittleren Geschwindigkeiten umgekehrt proportional sind,

c) die Geschwindigkeiten merkliche Verzögerungen durch viele Hindernisse im Flussbett erleiden.

gegebenen Zeit so viel Wasser durchfließen sollte, als bei den verschiedenen, innerhalb des Querschnitts vorkommenden Geschwindigkeiten wirklich durchfließt; sie wird daher gefunden, wenn man die in einer Sekunde durchfließende Wassermenge durch den Inhalt des Querschnitts dividiert, d. h. die mittlere Geschwindigkeit des Wassers innerhalb eines Querprofiles ist:

$$c = \frac{Q}{F} = \frac{\text{Sekundliche Wassermenge}}{\text{Inhalt des Querschnitts}}.$$

Frage 15. Wie lässt sich der Inhalt des Querschnitts bestimmen?

Antwort. Der Inhalt des Querschnitts lässt sich durch seine Breite und die mittlere Tiefe des Wassers bestimmen.

Frage 16. Was versteht man unter der mittleren Tiefe des Wassers?

Erkl. 13. Auch aus Ximenes und Brünings Versuchen geht hervor, dass die Geschwindigkeiten von oben nach unten zu abnehmen, und dass für einerlei Vertikallinie bei grösseren Geschwindigkeiten an der Oberfläche die Abnahmen bei einerlei Tiefen grösser sind als bei kleineren Geschwindigkeiten.

Woltmann hat sich bemüht, nachzuweisen, dass die sogenannte Geschwindigkeitsskala eine Parabel sei, deren Achse senkrecht und deren Scheitel in derjenigen Tiefe unter dem Wasserspiegel liege, wo die Geschwindigkeit ganz aufhöre (entgegengesetzt der Lage der Geschwindigkeitsparabel der alten italienischen Schule).

Antwort. Die mittlere Wassertiefe ist diejenige Tiefe, welche ein Querschnitt an allen Stellen haben müsste, um ebensoviel Inhalt zu haben, als er bei den veränderlichen Tiefen wirklich hat; mithin gleich dem Quotienten aus dem Inhalte des Querschnitts und der oberen Breite desselben, oder es ist:

$$t = \frac{F}{b} = \frac{\text{Inhalt des Querschnitts}}{\text{Breite des Querschnitts}}.$$

Frage 17. Auf welche Weise lässt sich nun die Breite, die mittlere Tiefe, die sekundliche Wassermenge und endlich hieraus die mittlere Geschwindigkeit bestimmen?

Erkl. 14. Besonders eingehende Versuche wurden im Auftrage des amerikanischen Kon-

Antwort. Die Breite kann bei gewöhnlichen Bächen durch eine Messkette oder Stange, bei grösseren Flüssen mittels eines Messtisches (siehe den Abschnitt über Hydrometrie) bestimmt werden. Die Tiefe an ver-

gresses von 1851 bis 1861 von Humphreys und Abbot am Mississippi angestellt. Zieht man, nach diesen Forschern, an verschiedenen Punkten einer senkrechten Tiefenlinie horizontale Linien gleich den Geschwindigkeiten, so bilden die Endpunkte dieser Linien nahezu eine Parabel, welche an dem tiefsten Punkte der Tiefenlinie beginnt, weil dort die Geschwindigkeit gleich Null ist, und deren Achse der Oberfläche näher liegt als dem Boden. Die Achse, an deren Stelle die Geschwindigkeit am grössten ist, liegt nicht so nahe unter der Oberfläche, wie man bisher allgemein annahm, so dass also der Reibung der Oberfläche an der Luft und vielleicht auch der Flüssigkeitshaut ein grosser Einfluss zugeschrieben werden muss. Im Mississippi liegt nach jenen Forschern die Stelle der grössten Geschwindigkeit, der sogenannte Stromstrich, in 0,317 der Flusstiefe. Bisher hatte man, älteren Versuchen gemäss, die grösste Geschwindigkeit nahe unter der Oberfläche angenommen; man bestimmte dieselbe mittels Doppelschwimmern, Schwimmstäben oder mit Woltmanns hydrometrischem Flügelrade; dann berechnete man die mittlere Geschwindigkeit, indem man die grösste, nach vielfachen Versuchsergebnissen, mit 0,83 multiplizierte. Nach den genannten amerikanischen Forschern aber ergibt sich dieselbe aus der Formel:

$$v = [\sqrt{(1,08u + 0,02b)} - 0,045 \sqrt{b}]^2$$

worin u das arithmetische Mittel aus einigen an Schwimmern beobachteten Geschwindigkeiten bedeutet und b durch folgende Hilfsformel bestimmt wird:

$$b = 1,69 \sqrt{(D + 1,5)}$$

zu welcher Formel statt D die Flusstiefe zu setzen ist.

schiedenen Punkten des Querprofils ermittelt man aber durch eine eingeteilte Sondierstange, die an ihrem Fusse ein Brettchen trägt, oder durch eine Sondierkette mit einer eisernen Platte, die sich auf das Flussbett setzen kann. Denkt man sich nun die Breite in eine gewisse Anzahl von Teilen $n_1, n_2, n_3 \dots$ geteilt, denen die mittleren Tiefen $t_1, t_2, t_3 \dots$ (siehe Figur 5) und die mittleren Geschwindigkeiten $c_1, c_2, c_3 \dots$ zugehören, so ist der Inhalt des ganzen Querprofils:

$$F = n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \dots$$

und daher auch die mittlere Tiefe t :

$$t = \frac{n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \dots}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots}$$

Ferner ist die sekundliche Wassermenge:

$$Q = n_1 t_1 c_1 + n_2 t_2 c_2 + n_3 t_3 c_3 + \dots$$

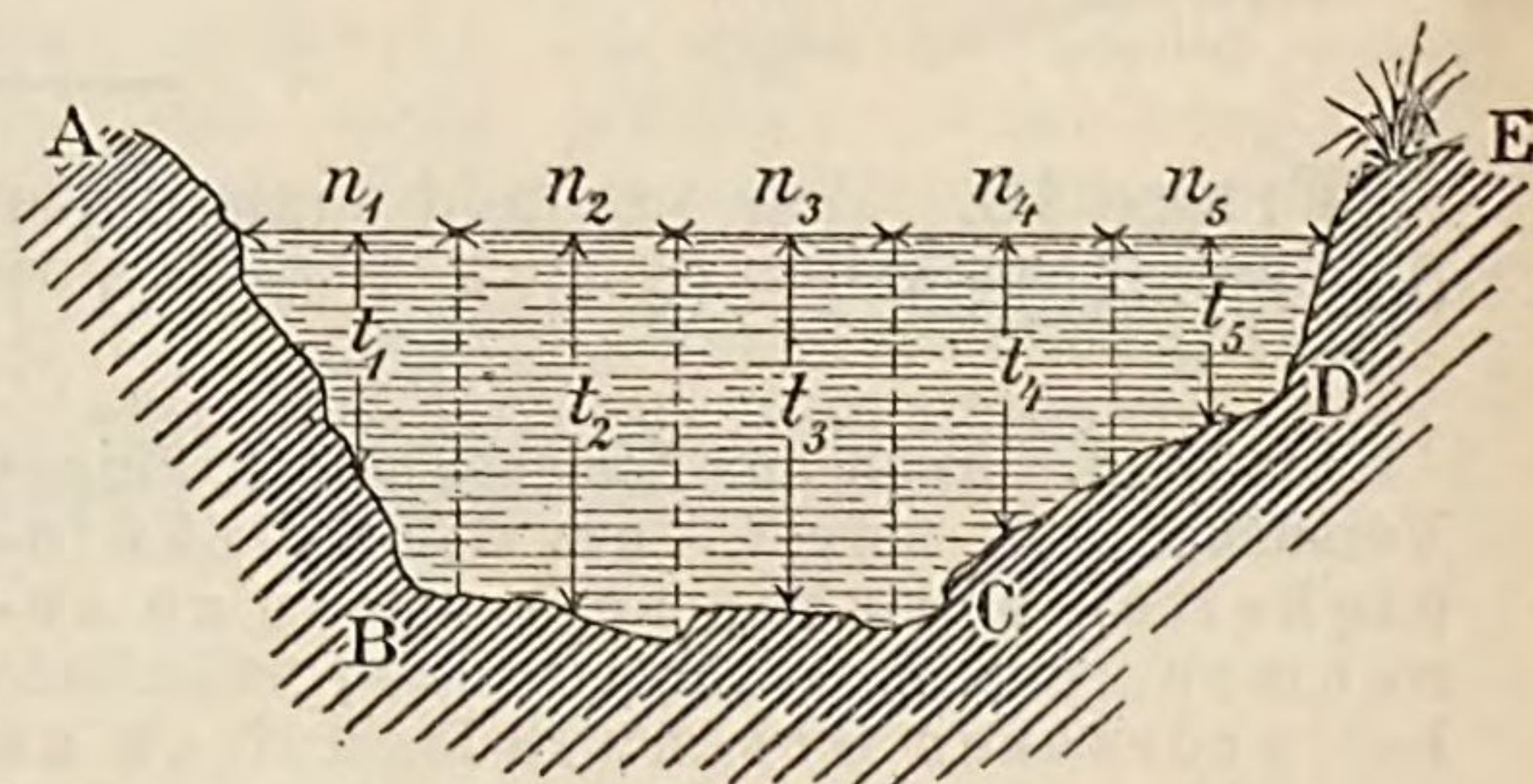
daher ist die mittlere Geschwindigkeit:

$$c = \frac{n_1 t_1 c_1 + n_2 t_2 c_2 + n_3 t_3 c_3 + \dots}{n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \dots}$$

oder wenn die Teile $n_1 = n_2 = n_3$ etc. sind:

$$c = \frac{c_1 t_1 + c_2 t_2 + c_3 t_3 + \dots}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots}$$

Figur 5.



Frage 18. Welche Beziehung muss zwischen dieser mittleren Geschwindigkeit c und dem Flächeninhalte F des Querschnitts bestehen, wenn sich der Fluss im Beharrungszustande befinden soll?

Erkl. 15. Für regelmässige Querschnitte der Flussbetten kann man annehmen, dass die mittlere Geschwindigkeit 0,84 von der grössten im Stromstriche gemessenen beträgt.

Frage 19. Hieraus folgt, dass bei einem im Beharrungszustande befindlichen Flusse oder bei der permanenten

Antwort. Ein Fluss befindet sich im Beharrungszustande, wenn durch jeden seiner Querschnitte in gleicher Zeit eine gleich grosse Wassermenge fliesst, oder wenn das Produkt:

$$Q = Fc$$

aus dem Inhalte des Querschnitts und der mittleren Geschwindigkeit desselben für die ganze Flussstrecke unveränderlich ist.

Bewegung des Wassers die mittleren Geschwindigkeiten zweier Querschnitte in welchem Verhältnis zu einander stehen?

Erkl. 16. Benedetto Castelli (geb. 1577 zu Brescia, gest. 1644 zu Rom) ist der Verfasser des ersten wissenschaftlichen Werkes über Hydraulik, welches 1628 bis 1629 in Rom unter dem Titel erschien: „Della misura del l'acque correnti.“ In dieser Schrift findet sich der gegenwärtig noch richtige Satz vor, dass sich in einem regelmässig gestalteten Kanale die Querschnitte des darin im Beharrungszustande fließenden Wassers umgekehrt wie die Geschwindigkeiten verhalten. Leider hatte Castelli über die Abhängigkeit zwischen Geschwindigkeit und Tiefe eines Flusses eine falsche Ansicht, indem nach ihm die Geschwindigkeiten der Wasserfäden den Tiefen (Druckhöhen) proportional sein müssen und daher das Gesetz der Veränderung, die sogen. Geschwindigkeitsskala, durch ein Dreieck dargestellt wird, dessen Spitze im Wasserspiegel und dessen Basis am Boden liegt. Castelli bediente sich schon zur Abmessung der Zeit bei der Bewegung des Wassers in Kanälen eines Pendels, da er von Galilei gelernt hatte, dass ein sogen. einfaches Pendel Sekunden schlagen könne, man möge die Schwingungsbogen gross oder klein machen.

Torricelli widersprach Castelli in seinem 1644 gedruckten Buche: „Del moto dei gravi“ hinsichtlich des Gesetzes, nach welchem Wasser fließt, indem er behauptete und nachwies, dass sich die Geschwindigkeiten des aus Bodenöffnungen fließenden Wassers wie die Quadratwurzeln aus den Druckhöhen verhielten, oder dass:

$$v : v_1 = \sqrt{h} : \sqrt{h_1}$$

Frage 20. Welcher Art wird demnach die Bewegung des Wassers in einem regelmässigen Flussbett sein, in welchem alle Querschnitte einander gleich sind?

Antwort. Hieraus folgt das Gesetz: Bei der permanenten Bewegung des Wassers verhalten sich die mittleren Geschwindigkeiten innerhalb zweier Querprofile umgekehrt wie die Inhalte dieser Profile. Sind die letzteren durch F und F_1 , die Geschwindigkeiten durch c und c_1 bezeichnet, so fließen durch diese Profile in der Zeit t die resp. Wassermassen Fct und F_1c_1t . Es muss aber durch alle Profile in gleicher Zeit gleich viel Wasser fließen, falls ein Zusammenhang der Wassermasse bestehen soll, daher:

$$Fct = F_1c_1t$$

oder:

$$F : F_1 = c_1 : c$$

d. h. die Geschwindigkeit wird zunehmen, wenn das Strombett sich verengt und umgekehrt.

Antwort. Sind die Querschnitte durchgehends gleich gross, so ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers im ganzen Längenprofil konstant, und mithin die Bewegung des Wassers in demselben gleichförmig.

Frage 21. Die Querschnitte können aber auch gleich gross an Fläche sein, während ihre Umfänge doch sehr verschieden sind. Welchen Einfluss wird der Umfang des Querprofils auf die mittlere Geschwindigkeit haben?

Erkl. 17. Denken wir uns zwei aufeinanderfolgende Flüssigkeitssäulen von gleichem Volu-

Antwort. Sind alle Querprofile einander gleich und fließt das Wasser nach einerlei Richtung, so wird offenbar der Widerstand in dem Verhältnis grösser, also die mittlere Geschwindigkeit kleiner, je grösser der Umfang eines Querprofils ist, weil ein doppelt

men, die eine an einer Stelle, wo das Flussbett breit und tief, die mittlere Geschwindigkeit also klein ist, die andere an einer Stelle, wo das Flussbett schmal und seicht ist, so folgt aus der vorausgesetzten Volumgleichheit, dass die Länge der zweiten Flüssigkeitssäule grösser sein muss als die der ersten, dass also die zweite Flüssigkeitssäule mit mehr fester Wand in Berührung steht, also eine grössere Reibung erleidet als die erstere. Ausserdem hat aber auch die zweite Flüssigkeitssäule eine grössere Geschwindigkeit als die erste, folglich auch aus diesem Grunde einen grösseren Widerstand. Da nun dieser Widerstand bei jeder Wassersäule von der aus ihrem Gewicht resultierenden, in der Bewegungsrichtung wirkenden Seitenkraft (siehe Figur 1, *MS*) überwunden werden muss, und die Gewichte beider Säulen einander gleich sind, so folgt hieraus, dass die Bahnen der einzelnen Wasserteilchen in der zweiten Wassersäule eine grössere Neigung haben müssen als in der ersten. Wo daher das Flussbett breit und tief ist, da ist der Wasserspiegel fast horizontal, während dagegen an engen Stellen derselbe eine deutlich hervortretende Neigung annimmt.

Frage 22. Von welchem Einfluss ist die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers auf die Bewegungshindernisse?

Erkl. 18. Wenn das Wasser eines Flusses stark gestiegen ist, so ist seine Geschwindigkeit grösser als beim gewöhnlichen Wasserstand. Nehmen wir z. B. an, dass der Querschnitt des Wassers bei Eintritt von Hochwasser doppelt so gross geworden ist als unter gewöhnlichen Verhältnissen, so ist auch die sekundlich durchfliessende Wassermenge doppelt so gross als anfangs, dagegen ist die von der Flüssigkeit bespülte Wandfläche nicht in demselben Verhältnis gewachsen. Wenn nun die Geschwindigkeit des Wassers bei höherem Wasserstande dieselbe bliebe, wie sie es bei dem niederen war, so könnte zwischen der aus dem Gewicht des Flüssigkeitsstückes herrührenden beschleunigend wirkenden Seitenkraft *MS* (s. Figur 1) und dem dieser Beschleunigung entgegen wirkenden Widerstande nicht mehr Gleichgewicht bestehen, da die erstere Kraft durch das Steigen des Niveaus doppelt so gross geworden, die letztere Kraft dagegen nicht auf das Doppelte angewachsen ist. Soll auch jetzt noch zwischen diesen beiden Kräften Gleichgewicht bestehen, so muss notwendig der Widerstand noch aus einer anderen Ursache als der Vergrösserung der Reibungsflächen wachsen, um ebenfalls auf das Doppelte der anfänglichen Grösse zu kommen. Diese andere Ursache ist eben die Zunahme der Geschwindigkeit des Wassers, da mit der Geschwindigkeit auch die Reibung an den Wänden und damit der gesamte Widerstand wächst.

so grosser Umfang, bei übrigens gleichen Umständen, wegen des Zusammenhanges des Wassers mit den Wänden, doppelt so viel Verzögerung des Wassers verursacht, da sich wegen der Kohäsion der Wasserteile die entstandenen Hindernisse der Bewegung auch dem übrigen von den Wänden entfernten Wasser mitteilen. Es steht daher die Verzögerung des Wassers oder der Widerstand mit den Wänden in einem geraden Verhältnis, oder es wird in demselben Verhältnis mehr Kraft zur Bewegung des Wassers erfordert, wie die Profilwände sich vergrössern.

Antwort. Die grössere Geschwindigkeit des Wassers verursacht einen grösseren Widerstand, denn die in Bewegung befindlichen Wasserteile müssen von den Wänden losgerissen werden, mit welchen sie zusammenhängen. So muss beispielsweise bei einer doppelt so grossen Geschwindigkeit nicht nur die doppelte Menge der Wasserteilchen, sondern auch jedes Wasserteilchen in halb so viel Zeit losgerissen werden, als bei der einfachen Geschwindigkeit, d. h. es muss in diesem Falle die vierfache Arbeit, bei dreifacher Geschwindigkeit die neunfache Arbeit etc. verrichtet werden. Hieraus folgt, dass sich, bei übrigens gleichen Umständen, die Widerstände wie die Quadrate der Geschwindigkeiten verhalten.

Frage 23. Was gilt endlich für das Verhältnis der Widerstände, wenn in zwei Querschnitten die Wände, sowie die Geschwindigkeiten des Wassers einander gleich, aber ihre Inhalte verschieden sind?

Erkl. 19. Aus diesen Erörterungen ersehen wir, dass der Widerstand an seichten Stellen des Flusses, wo t kleiner ist, auch die Geschwindigkeit kleiner sein muss als in den übrigen Abteilungen, und dass sich überhaupt in jedem Fluss die grösste Geschwindigkeit über der grössten Tiefe befinden muss.

Antwort. In diesem Falle wird bei doppelt so grossem Inhalte der Widerstand unter doppelt so viel Wasserteilchen verteilt, also für jedes einzelne Teilchen nur halb so gross sein; daraus ergibt sich der Schluss, dass sich, unter sonst gleichen Umständen, die Widerstände, welche die Bewegung der einzelnen Wasserteile verzögern, umgekehrt wie die Querschnitte verhalten.

Frage 24. Welche Folgerung ergibt sich aus den drei vorhergehenden Antworten?

Erkl. 20. In der nebenstehenden Formel bezeichnet u den vom Wasser benetzten Umfang des Querschnitts, $p = mg$ das Gewicht der Volumeneinheit der Flüssigkeit, wobei m die in der Volumeneinheit enthaltene Masse darstellt und ζ einen Koeffizienten, welcher aus Versuchen zu bestimmen ist. Man hat gefunden, dass dieser Koeffizient nicht ganz konstant, sondern von der Geschwindigkeit c abhängig ist, indem derselbe ähnlich wie der entsprechende Koeffizient bei Röhrenleitungen die allgemeine Form:

$$\zeta = \alpha + \frac{\beta}{c}$$

annimmt, worin α und β konstante Grössen sind. Nach den Versuchen von Lahmeyer an grösseren Flüssen, mit welchen die Beobachtungen an kleineren und grösseren Kanälen verbunden sind, kann man setzen:

$$\alpha = 0,00371$$

$$\beta = 0,000691$$

also:

$$\zeta = 0,00371 + \frac{0,000691}{c}$$

Da in dieser Formel β etwa nur $\frac{1}{5} \alpha$ ist, so wird man in den meisten Fällen, wo die Geschwindigkeit c nur grösser als 1 ist und es nicht auf die grösste Genauigkeit ankommt, das mit β multiplizierte Glied gegen α vernachlässigen und

$$\zeta = \alpha = 0,0038$$

setzen können.

Antwort. Aus dem Vorhergehenden folgt, dass in zwei verschiedenen Flussbetten, in denen die Bewegung des Wassers gleichförmig ist, sich die Widerstände, welche die Bewegung der Wasserteile verzögern, ebenso verhalten wie die Profilmäße und Quadrate der Geschwindigkeiten, und umgekehrt wie die Inhalte der Querschnitte.

Bezeichnet daher f die Wirkung der in Rede stehenden Reibung (Friktion) auf die Masseneinheit der Flüssigkeit, so dass man unter f auch die Geschwindigkeit verstehen kann, welche diese Reibung der Materie in der Zeiteinheit zu entziehen fähig ist, so kann man allgemein:

$$f = \zeta \cdot \frac{u}{p} \cdot c^2$$

setzen (siehe die nebenstehende Erklärung).

d) Die Stromgeschwindigkeitsskala.

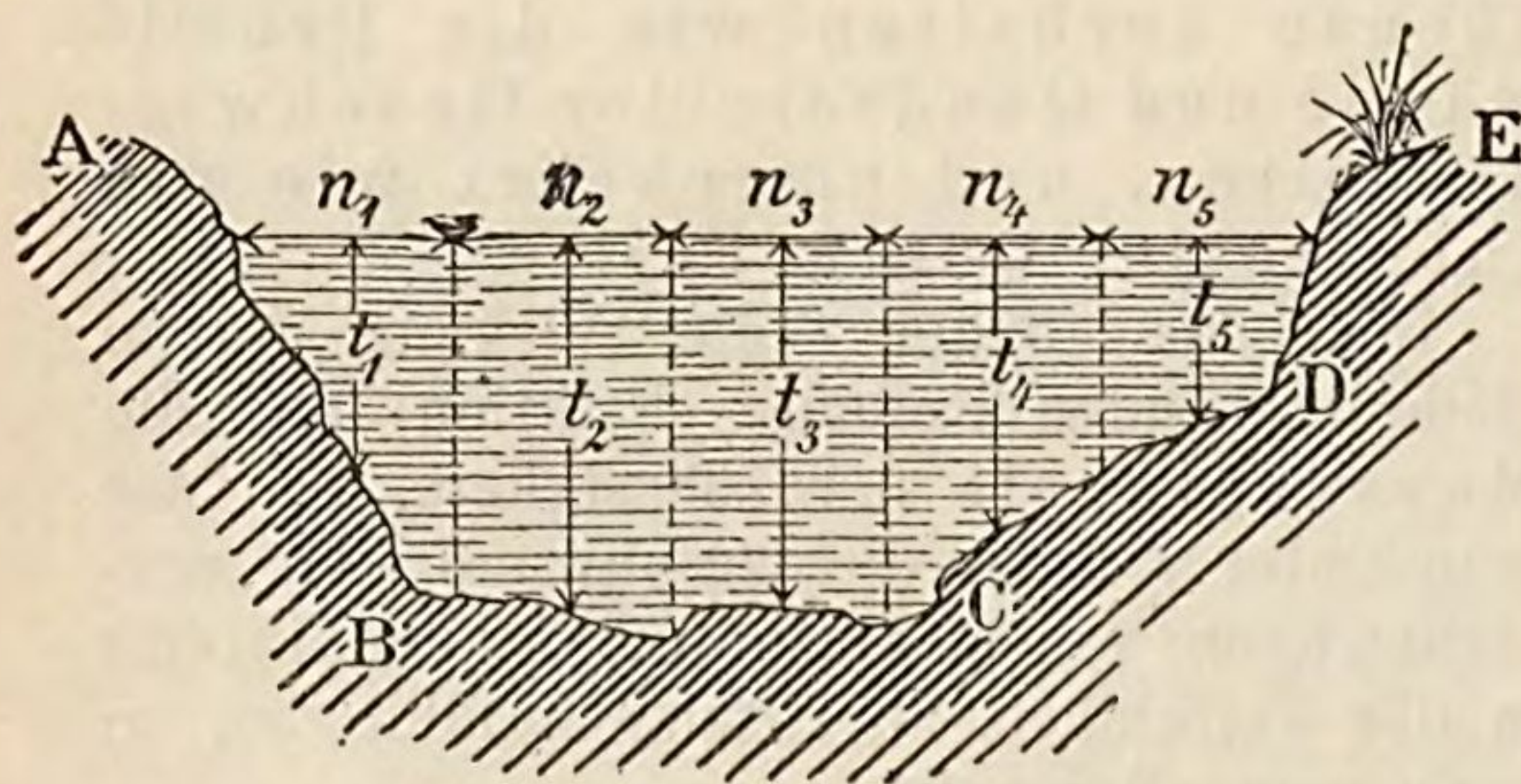
Frage 25. Statt, wie es in Antwort auf Frage 17 verlangt wird, das durch Breiten- und Tiefenmessungen ermittelte

Stromprofil in entsprechend kleine Flächenstücke zu teilen und für die Mitte eines jeden derselben eine Messung der Geschwindigkeit des durchfliessenden Wasserfadens vorzunehmen, kann man zur Ermittlung der mittleren Geschwindigkeit noch welchen anderen Weg einschlagen?

Antwort. Man kann zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit eine sogenannte Stromgeschwindigkeitsskala konstruieren, indem man die Wassertiefe an irgend einer Stelle des fliessenden Wassers in gleiche Teile teilt und die den einzelnen Teilpunkten entsprechenden Geschwindigkeiten darauf durch perpendikuläre Linien (als Ordinaten) aufträgt.

Frage 26. Wie lässt sich nun mit Hilfe der erwähnten Stromgeschwindigkeitsskala die mittlere Geschwindigkeit einer und derselben Perpendikulären sowohl als auch des ganzen Querprofils bestimmen?

Figur 6.



Antwort. Man teilt die aufgenommene Profilfläche $ABCDE$ (siehe Figur 6) durch Lote in Abschnitte und bestimmt zunächst die mittlere Geschwindigkeit für jede dieser Senkrechten in folgender Weise:

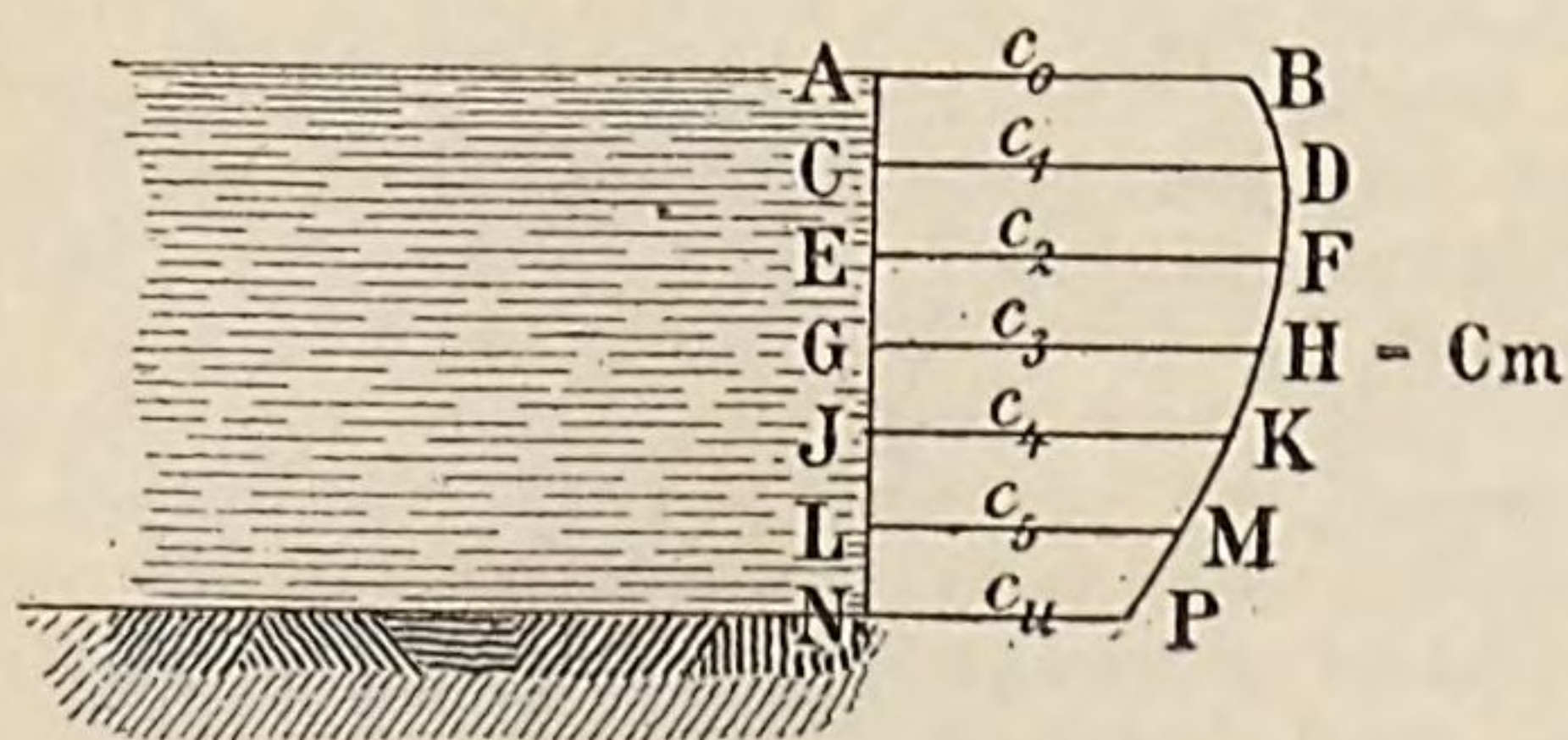
Es sei AN (siehe Figur 7) die Senkrechte, in der man in gleichen Abständen $AC = CE \dots = LN$ die Geschwindigkeiten $c_0, c_1, c_2 \dots c_n$ gemessen und als Ordinaten einer Kurve BP aufgetragen hat, deren Fläche $ABPN$ eben die vorerwähnte Geschwindigkeitsskala ist. Der Inhalt derselben ist offenbar die Summe aller Geschwindigkeiten der ganzen Senkrechten, aus der man ihre mittlere Geschwindigkeit C erhält, wenn man diese Summe durch die Länge AN des Lotes dividiert. Danach ist:

$$C = \frac{1}{2} \frac{AC [(AB + CD) + (CD + EF) + \dots + (LM + NP)]}{AN}$$

oder:

$$C = \frac{AC}{AN} \left(\frac{1}{2} c_0 + c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + \frac{1}{2} c_n \right)$$

Figur 7.



Erkl. 21. Mit Bestimmung der Geschwindigkeitsskala aus Beobachtungen haben sich namentlich die Hydrauliker Ximenes, Brünnings, Wiebe-king und Woltmann beschäftigt, deren Versuche sämtlich darin übereinstimmen, dass die Geschwindigkeit nahe unter der Oberfläche am grössten ist und von da nach oben nur wenig- nach unten aber stark abnimmt. Die Endpunkte

Hierauf berechnet man den Flächeninhalt des einer jeden Senkrechten zugehörigen Teiles $n_1, n_2 \dots$ (siehe Figur 6), multipliziert beziehungsweise diese Werte mit den vorher berechneten Geschwindigkeiten und dividiert die Summe derselben durch den Flächeninhalt des ganzen Profils; der so erhaltene Quotient wird dann als mittlere Geschwindigkeit des betreffenden Querschnitts betrachtet, oder es ist:

$$c = \frac{F_1 C_1 + F_2 C_2 + \dots + F_n C_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

derselben bilden eine Kurve, nach Gerstner einen elliptischen Bogen; doch kann man dafür ohne grossen Fehler eine gerade Linie einsetzen und annehmen, dass die Geschwindigkeit nach der Tiefe hin gleichmässig abnimmt. Für die Geschwindigkeit v in der Tiefe x unter der Oberfläche nimmt Gerstner folgenden Ausdruck an:

$$\frac{v^2}{2g} = a - bx - cx^2$$

(wo g die Beschleunigung der Schwere $= 9,81 \text{ m} = 31,25 \text{ Fuss}$) und findet aus den Beobachtungen von Ximenes im Arno die unbestimmten Koeffizienten $a = 1,95140$, $b = 0,01657$, $c = 0,00116$, wenn v in rheinländischen Zollen und x in rheinländischen Fuss ausgedrückt wird (1 rheinl. Fuss $\approx 12 \text{ Zoll} = 314 \text{ Millimeter}$). Eytelwein findet für die Geschwindigkeit v in x Fuss Tiefe, wenn c_0 die an der Oberfläche stattfindende oder grösste bezeichnet:

$$v = (1 - 0,008x)c_0$$

was als mittlere Geschwindigkeit:

$$v_m = (1 - 0,004t)c_0$$

gibt, wo t die Tiefe des Flusses bezeichnet.

Frage 27. Welche Werte erhält man aus den Versuchen von Ximenes, Brünnings und Funk für die Geschwindigkeit im mittleren Perpendikel, für die Geschwindigkeitsabnahme von oben nach unten, sowie endlich für die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Querprofile?

Erkl. 22. Bezeichnet c_0 die grösste Geschwindigkeit in irgend einer senkrechten Linie, c_u die am Boden dieser Senkrechten stattfindende kleinste Geschwindigkeit, t die Tiefe des Stromes in dieser Senkrechten, v die in der Tiefe x unter der Oberfläche in derselben Senkrechten herrschende Geschwindigkeit und c_m die mittlere Geschwindigkeit dieser Senkrechten, dann ergibt sich aus den erwähnten Versuchen nach Lahmeyers Berechnung:

$$\text{A) } \dots c_m = 0,937c_0 - 0,00792c_0^2$$

$$\text{B) } \dots c_u = (0,862 - 0,0147t)c_0$$

Näherungsweise leitet Lahmeyer aus der vorstehenden Gleichung unter der Voraussetzung, dass die Geschwindigkeit an der Oberfläche bis zum Boden gleichmässig abnehme, das folgende Gesetz:

$$\text{C) } \dots v = \left[1 - (0,138 + 0,0147t) \frac{x}{t} \right] c_0 \text{ ab.}$$

Zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit C eines ganzen senkrechten Querschnittes aus der grössten in diesem Querschnitt herrschenden Geschwindigkeit c_0 kann man nach Lahmeyer:

$$\text{D) } \dots C = 0,826c_0 - 0,0257c_0^2$$

setzen.

Antwort. Aus den erwähnten Versuchen ergibt sich nach Weisbach, dass die Geschwindigkeit im mittleren Perpendikel GH (siehe Figur 7):

$$1) \dots c_m = 0,915c_0$$

ist, wenn c_0 die Geschwindigkeit an der Oberfläche oder die Maximalgeschwindigkeit bezeichnet. Hiernach nimmt also die Geschwindigkeit von A bis zur Mitte G um:

$$c_0 - c_m = (1 - 0,915)c_0 = 0,085c_0$$

ab; folglich ist die Geschwindigkeit in der doppelten Entfernung vom Wasserspiegel (siehe Erkl. 21) oder am Fusspunkte der Senkrechten AN :

$$2) \dots c_u = c_0 - 2 \cdot 0,085c_0 \\ = (1 - 0,17)c_0 = 0,83c_0$$

woraus sich die grösste Geschwindigkeit am Boden einer Senkrechten ergibt, wenn die grösste Geschwindigkeit an der Oberfläche dieser Senkrechten bekannt ist.

Ist nun die ganze Tiefe $AN = t$, so hat man, wenn man statt der Kurve eine der geraden Linie entsprechende Geschwindigkeitsskala annimmt, für eine beliebige Tiefe $AL = x$ unter dem Wasser die entsprechende Geschwindigkeit:

Um die Veränderungen leicht zu übersehen, welche die mittlere Geschwindigkeit eines ganzen Stromprofils erleidet, wenn die Höhe des Wasserspiegels in demselben sich ändert, so sei τ die mittlere Tiefe des fraglichen Profils bei dem niedrigsten der beiden zu betrachtenden Wasserstände, so dass, wenn F den Flächeninhalt und β die obere Breite dieses Profils darstellt, $\tau = \frac{F}{\beta}$ ist, C_m die mittlere Geschwindigkeit in diesem Profile bei dem letzteren Wasserstande, δ die Höhe des zweiten Wasserstandes über dem ersten, C die mittlere Geschwindigkeit bei dem letzteren höheren Wasserstande, alsdann hat man nach Lahmeyer (auf Grund der Versuche von Brünnings, Funk, Dubuat und Lahmeyer):

$$\left(\frac{C}{C_m} - \sqrt{\frac{\tau + \delta}{\tau}} \right) \frac{\tau + \delta}{\delta^2} = V$$

V bezeichnet hierin eine Zahlengrösse, welche mit der Differenz δ der beiden Wasserstände variiert und folgende Werte annimmt:

$\delta = 3,14 \text{ cm}$	6,28 cm	9,42 cm	12,56 cm
$V = 1,129$	0,860	0,767	0,718
$\delta = 15,70 \text{ cm}$	31,40 cm	62,80 cm	94,20 cm
$V = 0,688$	0,613	0,544	0,493
$\delta = 125,60 \text{ cm}$	157,00 cm	188,40 cm	219,80 cm
$V = 0,446$	0,400	0,356	0,312
$\delta = 251,20 \text{ cm}$	282,60 cm	314,00 cm	
$V = 0,268$	0,225	0,182	

Anmerkung 2. Wie schwierig es ist, in diesem Gegenstande irgend ein Gesetz aufzufinden, das zeigen die scharfen Beobachtungen und Zusammenstellungen der Resultate anderer Beobachter von Boileau. Derselbe sucht zuerst die Geschwindigkeitsveränderung, welche in ein und derselben Vertikallinie, die in der Mitte irgend eines Querschnittes oder Flussbettes gezogen oder gedacht wird, vom Wasserspiegel bis zur Sohle; ferner auch die Veränderungen, welche nach der Breite des Flusses stattfinden. In ersterer Beziehung fand er beispielsweise in einem besonders zu diesen Versuchen vorgerichteten Kanale zu Metz von 46 m Länge und 68 cm Breite, bei einer Wassertiefe von 34,8 cm und bei vollkommen ruhiger Luft, die Geschwindigkeit des mittleren Wasserfadens an der Oberfläche des Kanals = 82,3 cm pro Sekunde; dagegen in den Tiefen von:

5,2 cm 6,2 cm 7,2 cm 8,2 cm 9,2 cm 10,2 cm 14,2 cm 17,2 cm 19,2 cm
unter diesem Faden beziehungsweise die Geschwindigkeiten:

87 cm 87,1 cm 87 cm 86,8 cm 86,5 cm 86,2 cm 83,9 cm 80,5 cm 78,1 cm;
in den Tiefen von:

24,2 cm 27,2 cm 29,2 cm 31,2 cm 33,2 cm
unter diesem Faden beziehungsweise die Geschwindigkeiten:

71,9 cm 68,1 cm 65,1 cm 62,1 cm 59,2 cm

so, dass wenn man das Gesetz dieser Variation der Geschwindigkeit durch eine Kurve darstellt, diese von dem Punkte an (welcher um 6,5 cm unter der Oberfläche liegt), an welchem die grösste Geschwindigkeit (87,2 cm) stattfindet, eine Parabel bildet, welche sehr nahe durch die Gleichung $v = 0,878 m - 2,615 x^2$ dargestellt wird, in welcher v die der Tiefe x entsprechende Geschwindigkeit bezeichnet. Hier liegt der Punkt der grössten Geschwindigkeit etwas über $\frac{1}{5}$ der

$$v = c_0 - (c_0 - c_u) \frac{x}{t}$$

oder:

$$3) \dots v = \left(1 - 0,17 \frac{x}{t} \right) c_0$$

Sind ferner noch $c_0, c_1, c_2 \dots$ die Oberflächengeschwindigkeiten eines ganzen Querprofils von wenig veränderlicher Tiefe, so hat man die entsprechenden Geschwindigkeiten in der mittleren Tiefe [siehe Gl. 1]):

$$0,915 c_0, 0,915 c_1, 0,915 c_2 \dots$$

und daher die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Querprofile:

$$4) \dots c = 0,915 \frac{c_0 + c_1 + c_2 + \dots c_n}{n}$$

Nimmt man ferner an, dass die Geschwindigkeit vom Stromstriche aus nach den Ufern zu ebenso abnehme wie nach der Tiefe zu, so kann man wieder die mittlere Oberflächengeschwindigkeit:

$$\frac{c_0 + c_1 + \dots + c_n}{n} = 0,915 c_0$$

setzen und erhält so die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Querprofil:

$$5) \dots c = 0,915 \cdot 0,915 c_0 = 0,837 c_0$$

das sind 83 bis 84% der Maximal- oder Stromstrichgeschwindigkeit.

Wassertiefe unter der Oberfläche, bei den übrigen Versuchen variierte diese jedoch und betrug $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ u. s. w. Merkwürdig ist es, dass das Gesetz über die Abnahme der Geschwindigkeit von dem genannten Punkte (der grössten Geschwindigkeit) an gegen die Oberfläche des Wassers einem anderen Gesetze folgt und sich keineswegs auch durch die Gleichung $v = c_0 - \mu x^2$ darstellen oder ausdrücken lässt; die Ursache davon, welche nach Boileaus Bemerkung keinesfalls in dem Widerstande der Luft allein gesucht werden darf, ist nach Mensbrugghe, wie folgt, in der Oberflächenspannung zu suchen. Die freie, nur $\frac{1}{20000}$ mm dicke Oberflächenschicht ist beständig der Verdunstung unterworfen und deshalb bald durch eine andere Schicht ersetzt, welche, wie jede Wasserflächenschicht, eine Spannung von 7,5 Milligramm für das Millimeter besitzt. Aber die zweite Schicht verdunstet auch und macht der nächstfolgenden dritten Schicht Platz, welche dieselbe Verwandlung erleidet. Es entstehen hierdurch aufeinander folgende Verzögerungen, deren Wirkungen sich summieren und die Bewegung der obersten Wasserteilchen hemmen. Hierbei setzt Mensbrugghe freilich voraus, dass die oberste Flüssigkeitsschicht eine geringere Kohäsion als das Innere der Flüssigkeit besitzt, während Plateaus Versuche mit einer schwingenden Magnetnadel, sowie die auf dem Wasser laufenden Insekten oder eine auf dem Wasser schwimmende Nähnadel das Gegenteil beweisen.

Ebenso wie nach der vorstehenden Gleichung von der Stelle der Maximalgeschwindigkeit an die Geschwindigkeit mit dem Quadrat der Tiefe abnimmt, soll nach Boileau vom Stromstriche aus die Geschwindigkeit mit dem Quadrate des Abstandes von dieser Stelle abnehmen. Bezeichnet c_0 die Geschwindigkeit im Stromstriche, so ist hiernach die Geschwindigkeit im Horizontalabstande z :

$$c_z = c_0 - \zeta z^2$$

wobei ζ eine bei verschiedenen Flüssen verschiedene Erfahrungszahl bezeichnet.

Der Franzose Chézy (geb. 1718, gest. 1798 zu Paris) war der Erste, welcher zufolge Beobachtungen nachwies, dass die Bewegung des Wassers in künstlichen Kanälen nur dann gleichförmig sein könne, wenn der Widerstand, welchen die sich bewegendenden Wasserteilchen an den Kanalwänden und untereinander erfahren, der bewegendenden Kraft gleich ist, welche aus der Beschleunigung der Schwerkraft resultiert.

Ausserdem nahm Chézy an, dass der erwähnte Widerstand proportional sei der sogen. Rösche $\frac{h}{l}$, multipliziert mit dem Inhalte F der normalen Querschnittsprofile, dem Produkte aus dem Wasserperimeter u und dem Quadrate der mittleren Geschwindigkeit c , so dass überhaupt die Proportion stattefände:

$$p c^2 : \frac{F h}{l} = u_1 c_1^2 : \frac{F_1 h_1}{l_1} \text{ woraus die Formel: } c = k \sqrt{\frac{h F'}{l u}}$$

folgt, wenn $\frac{u_1 l_1 c_1^2}{F_1 h_1} = k^2$ als durch Versuche ermittelt, vorausgesetzt wird.

In besonders erfolgreicher Weise bemühte sich Dubuat um für die Praxis brauchbare Formeln zur Darstellung der Gesetze der Wasserbewegung in regelmässigen Flussbetten und in Röhren zu finden. Die wichtigsten Ergebnisse seiner 1780 bis 1783 angestellten Versuche sind in folgenden Sätzen enthalten:

1) Die bewegendende Kraft in Fluss- und Kanalbetten strömenden Wassers rührt nur von der Neigung seiner Oberfläche her.

2) Bewegt sich das Wasser gleichförmig in offenen Kanälen, so ist der Widerstand, den es leidet, gleich seiner beschleunigenden Kraft.

Auf diese beiden Sätze gestützt, leitete Dubuat aus an künstlichen Kanälen angestellten Versuchen auf graphischem Wege eine Formel für die mittlere Profilvergeschwindigkeit c ab. Da dieselbe aber sehr zusammengesetzt war, und da Dubuat die Art und Weise ihrer Ableitung verschwieg, so bemühte man sich bald um andere Formeln. So leitete Prony aus Dubuats allerdings nur in kleinen Gräben angestellten Versuchen für die Bewegung des Wassers in Kanälen die beiden Hauptformeln:

$$1) \dots c = \frac{c_0(c_0 + 2,372)}{c_0 + 3,153} \text{ und } 2) \dots \frac{h}{l} \cdot \frac{F}{u} = 0,0000444499c + 0,000309314c^2$$

ab. In der Formel 1) bezeichnet c die mittlere Geschwindigkeit des Wassers und c_0 die grösste Geschwindigkeit im Stromstrich. In Formel 2) bezeichnet h das Kanalgefälle auf die Länge l bezogen, u den benetzten Umfang oder Wass perimeter und F den Querschnitt des Wassers im Kanale, so dass, wenn mit Q die sekundliche Wassermenge bezeichnet wird, $F = \frac{Q}{c}$ ist. Aus Formel 1) erhält man für mittlere Geschwindigkeiten von 1 m: $c = 0,81c_0$. Fliesst das Wasser nicht frei, sondern ist es durch eine Verengung des Querprofils gestaut, so fällt c noch grösser aus. Nach Baumgartners Beobachtungen giebt obige Formel 1) bei Geschwindigkeiten von mehr als 1,5 m zu grosse Werte, und es ist für solche:

$$c = \frac{2,372 + c_0}{3,153 + c_0} \cdot 0,8_0 \text{ m zu setzen.}$$

Zu anderen nützlichen Formeln Dubuats gehören folgende drei, worin c die mittlere Profilgeschwindigkeit, c_u die Geschwindigkeit am Boden des Kanals und c_0 die grösste Geschwindigkeit nahe an der Oberfläche bezeichnet:

$$1) \dots c = \frac{c_0 + c_u}{2}; \quad 2) \dots c = \frac{1}{4} + \left(c_0 - \frac{1}{2}\right)^2 \text{ und } 3) \dots c_u = (\sqrt{c_0} - 1)^2$$

Bei den grossartigen (1851 bis 1858) von Kapitän Humphreys und Lieutenant Abbot angestellten Mississippimessungen ergab sich:

1) Die horizontale, in der Stromrichtung liegende Parabelachse der Geschwindigkeitskurve liegt in 0,297 der Wassertiefe unter der Oberfläche.

2) Der Parameter dieser Parabel ist direkt proportional der Quadratwurzel aus der mittleren Geschwindigkeit der betreffenden Senkrechten und indirekt proportional dem Quadrate der Wassertiefe.

3) Als allgemeines Gesetz der Windeinwirkung auf die Lage der Kurvenachse sind folgende Ergebnisse zu beachten:

a) Die Wirkung eines stromabwärts oder stromaufwärts wehenden Windes ist direkt proportional seiner Stärke; im ersten Falle bewirkt er eine Hebung, im zweiten Falle eine Senkung der Geschwindigkeitskurve.

b) Die Grösse dieser Hebung oder Senkung ist unabhängig von der mittleren Geschwindigkeit des Flusses.

e) Die vorteilhaftesten Querprofile für Kanäle.

Frage 28. Aus den Antworten auf Frage 19, 21 und 23 ist ersichtlich, dass der Widerstand, welchen das Bett der Bewegung des Wassers infolge der Adhäsion, Klebrigkeit und Reibung entgegengesetzt, in welcher Weise von der Grösse der Berührungsfläche zwischen dem Bette und dem Wasser, sowie von der Grösse des Querschnitts abhängig ist?

Antwort. Der Widerstand, welchen das Bett der Bewegung des Wassers entgegengesetzt, wächst mit der Grösse der Berührungsfläche zwischen dem Bette und dem Wasser, also auch mit der Grösse des benetzten Umfanges oder Wass perimeter u , ist aber dem Inhalte F des Querschnitts umgekehrt proportional.

Frage 29. Um daher den Reibungswiderstand so klein als möglich zu machen, muss man dem Querprofil im allgemeinen welche Gestalt zu geben suchen?

Antwort. Um unter sonst gleichen Umständen den Widerstand des Bettes so klein als möglich zu machen, muss

Erkl. 23. Bei ringsum geschlossenen Wasserleitungen, wie z. B. bei Röhren, bezeichnet u den ganzen Umfang der vom Querprofile gebildeten Figur.

man Profile wählen, welche beim grössten Flächeninhalte F den kleinsten benetzten Umfang u besitzen, bei denen also der Quotient $\frac{u}{F}$ möglichst klein ist.

Frage 30. Demnach muss man ringsum geschlossenen Wasserleitungen was für eine Querschnittsform geben, um möglichst wenig Reibung zu erreichen?

Erkl. 24. Nach den Lehren der Geometrie hat unter allen Figuren von gleicher Seitenzahl allemal die regelmässige, und unter allen regelmässigen Figuren wieder diejenige, deren Seitenzahl die grössere ist, bei gleichem Inhalte den kleinsten Umfang, daher fällt auch bei ringsumgeschlossenen Wasserleitungen der Reibungswiderstand um so kleiner aus, je mehr ihr Querprofil einer regelmässigen Form sich nähert und je grösser die Seitenzahl derselben ist. Der Kreis kann aber angesehen werden als eine regelmässige Figur von unendlich vielen Seiten.

Antwort. Da die Geometrie lehrt, dass der Kreis einen grösseren Inhalt hat als jede andere gerad- oder krummlinige Figur von gleichem Umfange, so ist er bei ringsumgeschlossenen Wasserleitungen dasjenige Profil, welches dem kleinsten Reibungswiderstande entspricht.

Frage 31. Es muss somit für oben offene Wasserleitungen oder Kanäle welche Querschnittsform als die vorteilhafteste gewählt werden?

Erkl. 25. Ebenso wie der Kreis, so wird auch das regelmässige Sechseck durch eine Horizontale in zwei gleiche Trapeze geteilt, wovon jedes, wie das ganze Sechseck, den grössten relativen Inhalt hat, und es ist folglich unter allen trapezoidalen Querschnitten das halbe regelmässige Sechseck mit Böschungswinkeln von 60° dasjenige, bei dessen Anwendung der kleinste Reibungswiderstand eintritt. Dasselbe giebt noch einen kleineren Widerstand als das halbe Quadrat (siehe Figur 8), weil das Sechseck einen kleineren relativen Umfang hat. Weil aber die Seitendossierungen desselben zu steil sind, so wird es in der Praxis nicht leicht angewandt.

Antwort. Bei oben offenen Wasserleitungen kommt die obere Seite oder das sogen. Luftprofil nicht mit in Betracht, da die Luft der Bewegung des Wassers keinen oder doch nur einen verschwindend kleinen Widerstand entgegensetzt; demnach ist für Kanäle der Halbkreis das vorteilhafteste Querprofil, dem sich das halbe regelmässige Sechseck, Achteck, Zehneck u. s. w. desto mehr annähern, je mehr Seiten sie haben.

Frage 32. Trotzdem kommen bei Kanälen, Gräben und Gerinnen in der Regel nur welche Querschnittsformen vor?

Antwort. Bei Anwendung von Kanälen, Gräben und Gerinnen kommen in der Regel nur rechteckige und trapezoidale Querschnitte vor.

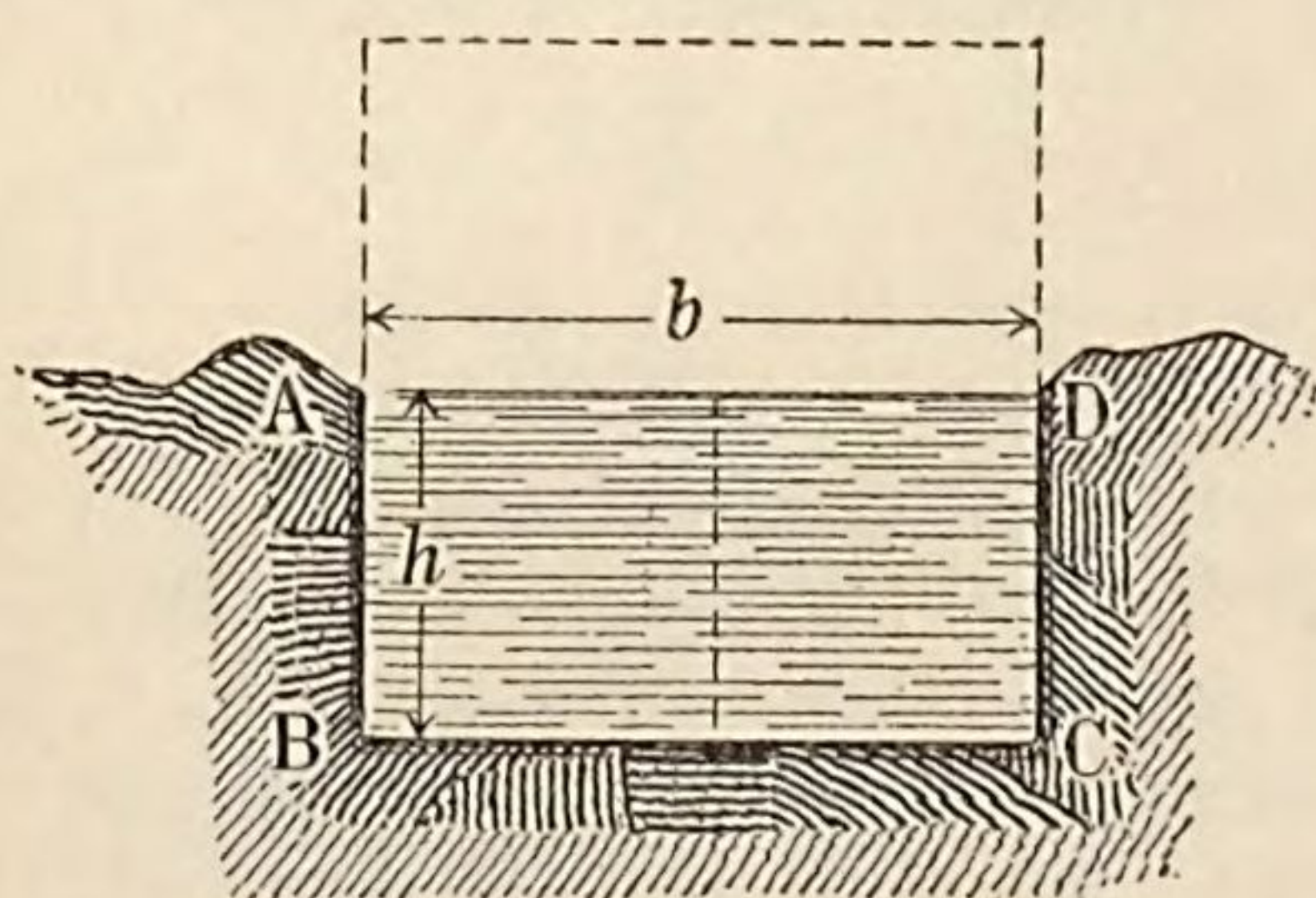
Frage 33. Aus welchen Gründen wendet man nicht die vorteilhafteste Querschnittsform, den Halbkreis, an?

Antwort. Der Halbkreis ist für die wirkliche Ausführung von Kanälen ungeeignet,

Erkl. 26. Nur bei hölzernen, steinernen oder eisernen Gerinnen werden die Querprofile nach dem Halbkreise oder dem Rechtecke, bei gemauerten und ausgegrabenen Kanälen aber Trapeze konstruiert.

Frage 34. Wenn man aber einen rechtwinkligen Querschnitt in Anwendung bringen wollte, welches Verhältnis zwischen Breite und Höhe desselben würde dann dem kleinsten Reibungswiderstande entsprechen?

Figur 8.



Erkl. 27. Längere Mühlkanäle werden gewöhnlich nur in den Erdboden eingegraben und können deshalb nicht mit rechtwinkligen Seitenwänden versehen werden, weil auch eine sehr feste Erde vom Wasser erweicht oder unterwaschen und somit der Kanal bald einstürzen würde. Um solches zu vermeiden, wird den Mühlkanälen ein trapezförmiges, nach oben erweitertes Profil, und der schiefen Richtung der Seitenwände nach Massgabe des mehr oder weniger bindenden Materials und der kleineren oder grösseren Geschwindigkeit des Wassers eine steilere oder flachere Böschung gegeben.

Frage 35. Warum kann aber bei Kanälen, die in der lockeren Erde oder in Sand gegraben werden, weder das Rechteck noch das halbe reguläre Sechseck als Querschnittsform dienen?

Erkl. 28. Man muss den Böschungswinkel als eine von der Natur des Erdreichs abhängige Grösse ansehen.

Kanälen, die bald grössere, bald kleinere Wassermengen fortführen sollen, giebt man am besten eine grosse Böschung und macht also die untere Breite viel kleiner als die obere, damit die Geschwindigkeit weder bei kleinem Wasserstande zu klein, noch bei grossem zu gross ausfällt.

1) weil seine Form von den für die Flussschiffahrt geeigneten Formen zu sehr abweicht,

2) weil sich an seinen beiden obersten Endpunkten das benetzte Erdreich sehr bald ablösen würde.

Antwort. Bezeichnet man die Höhe des Wassers in dem rechteckigen Kanal (siehe Figur 8) mit h und seine Breite mit b , so ist die Querschnittsfläche $F = bh$ und der vom Wasser benetzte Umfang:

$$u = 2h + b$$

Weil aber $b = \frac{F}{h}$, so ist auch:

$$u = 2h + \frac{F}{h}$$

Der Wert dieses benetzten Umfangs wird am kleinsten, wenn:

$$h = \sqrt{\frac{1}{2} F}$$

gesetzt wird. In diesem Falle ist:

$$b = \frac{F}{h} = \sqrt{2F}$$

demnach das Verhältnis:

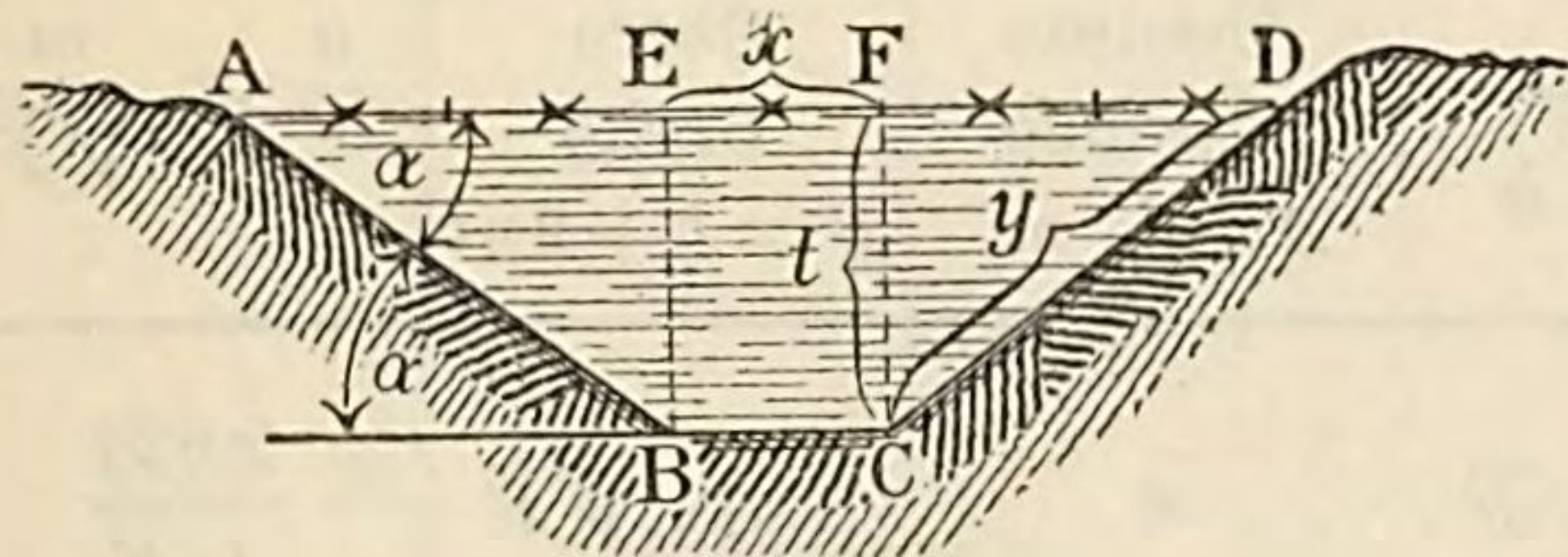
$$h : b = \sqrt{\frac{1}{2} F} : \sqrt{2F} = 1 : 2$$

Somit entspricht unter allen rechteckigen Querprofilen das halbe Quadrat $ABCD$ oder dasjenige Rechteck, welches doppelt so breit als hoch ist, dem kleinsten Reibungswiderstand.

Antwort. Bei Kanälen, die nicht ausgemauert, sondern in der lockeren Erde oder in Sand gegraben werden, ist schon der Böschungswinkel von 60° zu gross und ein solcher von 90° kann gar nicht in Frage kommen, da schon im ersteren Falle die Ufer keine hinreichende Festigkeit erhalten; man muss vielmehr in solchen Fällen trapezoidale Querprofile anwenden, bei denen die Neigung der Seiten gegen die Sohle noch kleiner als 60° , vielleicht nur 45° oder noch kleiner ist.

Frage 36. Bei Anwendung eines trapezoidalen Querprofils, welches mit dem halben Quadrat (siehe Figur 8) gleichen Umfang und Inhalt und zugleich einen Böschungswinkel haben soll, welcher noch kleiner als $\frac{1}{2}R = 45^\circ$ ist, kann man mit Vorteil der oberen und unteren Breite in Bezug zur Höhe welche Grösse geben?

Figur 9.



Erkl. 29. In vielen Fällen macht man die Böschung:

$$\text{ctg } \alpha = 2$$

Da $\log 2 = 0,30103$, so ist in diesem Falle der Böschungswinkel:

$$\alpha = 26^\circ 34'$$

Zuweilen macht man die Böschung noch grösser, d. h. den Böschungswinkel noch kleiner.

Antwort. Man kann dem Querprofil in diesem Falle die in Figur 9 dargestellte Form geben, in welcher die Höhe EB in drei gleiche Teile geteilt ist, deren die Basis BC zwei und die dazu parallele Gerade AD zehn enthält. Da nun ABE ein rechtwinkliges Dreieck mit den beiden Katheten drei und vier ist, so muss die Hypotenuse AB (nach Pythagoras) fünf solcher Teile enthalten. In diesem Falle ist die relative Böschung:

$$\frac{AB}{BE} = \text{ctg } \alpha = \frac{4}{3}$$

oder da $\log \frac{4}{3} = 0,1249387$, so ist der Böschungswinkel:

$$\alpha = 36^\circ 52'$$

Bezeichnet man die Höhe EB mit h , so ist die obere Breite $\frac{10}{3}h$, die untere Breite $\frac{2}{3}h$, der benetzte Umfang $\frac{12h}{3} = 4h$ und der Inhalt:

$$F = \frac{(10 + 2)h}{3} \cdot \frac{h}{2} = 2h^2$$

Dieselben Werte erhält man für u und F bei dem Rechteck (siehe Figur 8), wenn h dessen Höhe bezeichnet.

Frage 37. Da, wie schon bemerkt wurde, der Böschungswinkel eine von der Natur des Erdreiches, in welchem der Kanal ausgegraben wird, abhängige, also auch stets gegebene Grösse ist, so sind in der Regel welche Grössen zu bestimmen, und wie lassen sich dieselben im allgemeinen ermitteln?

Erkl. 30. Nach den Gesetzen der Partialdivision für die Fälle, wo der Divisor in dem Dividendus nicht aufgeht (siehe Kleyers Lehrbuch der Grundrechnungsarten mit Buchstabengrössen) ist im allgemeinen:

$$\begin{aligned} \frac{c}{a+b} &= \frac{c}{a} - \frac{bc}{a(a+b)} \\ &= \frac{c}{a} - \frac{bc}{aa} + \frac{bbc}{aa(a+b)} \\ &= \frac{c}{a} - \frac{bc}{aa} + \frac{bbc}{aaa} - \frac{bbbc}{aaa(a+b)} \\ &= \frac{c}{a} - \frac{bc}{aa} + \frac{bbc}{aaa} - \frac{bbbc}{aaaa} + \dots \end{aligned}$$

Antwort. Da der Böschungswinkel:

$$\frac{AE}{BE} = \text{ctg } \alpha$$

als bekannt anzusehen ist, so sind nur noch diejenigen Ausdehnungen zu bestimmen, bei denen das Querprofil den kleinsten Widerstand giebt.

Setzt man die untere Breite $CB = b$, die Tiefe $EB = t$ und die Böschung $\frac{AE}{EB} = n$, so ist der benetzte Umfang des Profils:

$$u = AB + BC + CD = b + 2\overline{AB}$$

oder da:

$$AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} \text{ und } BE = t$$

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AE}{t} = n \text{ oder } AE = nt$$

Demnach ist:

$$\frac{1}{t+x} = \frac{1}{t} - \frac{x}{t^2} + \frac{x^2}{t^3} - \frac{x^3}{t^4} + \dots$$

oder abgekürzt, da x sehr klein, also $\frac{x^3}{t^4}$ unberücksichtigt bleiben kann:

$$\frac{1}{t+x} = \frac{1}{t} - \frac{x}{t^2} + \frac{x^2}{t^3} = \frac{1}{t} \left(1 - \frac{x}{t} + \frac{x^2}{t^2} \right)$$

Erkl. 31.

so ist:

$$u = b + 2 \sqrt{t^2 + n^2 t^2} = b + 2t \sqrt{1 + n^2}$$

Ferner ist der Inhalt desselben:

$$F = t \cdot \frac{1}{2} (b + B)$$

oder da die obere Breite:

$$B = 2AE + b = 2nt + b$$

Weisbachs Tabelle der vorteilhaftesten Querprofile.

Böschungswinkel α	Relative Böschung n	Dimensionen der Querprofile.				Quotient $\frac{u}{F} = \frac{m}{\sqrt{F}}$
		Tiefe t	Untere Breite b	Absolute Böschung $AE = nt$	Obere Breite $B = b + 2nt$	
90°	0	0,707 $\sqrt{F}$	1,414 $\sqrt{F}$	0	1,414 $\sqrt{F}$	$\frac{2,828}{\sqrt{F}}$
60°	0,577	0,760 $\sqrt{F}$	0,877 $\sqrt{F}$	0,439 $\sqrt{F}$	1,755 $\sqrt{F}$	$\frac{2,632}{\sqrt{F}}$
45°	1,000	0,740 $\sqrt{F}$	0,613 $\sqrt{F}$	0,740 $\sqrt{F}$	2,092 $\sqrt{F}$	$\frac{2,704}{\sqrt{F}}$
40°	1,192	0,722 $\sqrt{F}$	0,525 $\sqrt{F}$	0,860 $\sqrt{F}$	2,246 $\sqrt{F}$	$\frac{2,771}{\sqrt{F}}$
36° 52'	1,333	0,707 $\sqrt{F}$	0,471 $\sqrt{F}$	0,943 $\sqrt{F}$	2,357 $\sqrt{F}$	$\frac{2,828}{\sqrt{F}}$
35°	1,428	0,697 $\sqrt{F}$	0,439 $\sqrt{F}$	0,995 $\sqrt{F}$	2,430 $\sqrt{F}$	$\frac{2,870}{\sqrt{F}}$
30°	1,732	0,664 $\sqrt{F}$	0,356 $\sqrt{F}$	1,150 $\sqrt{F}$	2,656 $\sqrt{F}$	$\frac{3,012}{\sqrt{F}}$
26° 34'	2,000	0,636 $\sqrt{F}$	0,300 $\sqrt{F}$	1,272 $\sqrt{F}$	2,844 $\sqrt{F}$	$\frac{3,144}{\sqrt{F}}$
Halbkreis	—	0,798 $\sqrt{F}$	—	—	1,596 $\sqrt{F}$	$\frac{2,507}{\sqrt{F}}$

Hieraus ist ersichtlich, dass der Quotient $\frac{u}{F}$ beträgt, so ist:

beim Halbkreis am kleinsten, beim halben Sechseck grösser, beim halben Quadrat und beim Trapeze von 36° 52' aber noch grösser ausfällt.

$$F = \frac{1}{2} t (b + 2nt + b) = t(b + nt)$$

und umgekehrt:

$$b = \frac{F - nt^2}{t} = \frac{F}{t} - nt$$

und demnach ist das Verhältniss:

$$\begin{aligned} \frac{u}{F} &= \frac{b + 2t \sqrt{1 + n^2}}{F} \\ &= \frac{\frac{F}{t} - nt + 2t \sqrt{1 + n^2}}{F} \end{aligned}$$

oder:

$$\frac{u}{F} = \frac{1}{t} + \frac{2t \sqrt{1+n^2} - nt}{F} = \frac{1}{t} + \frac{t}{F} (2 \sqrt{1+n^2} - n)$$

Führt man statt t $t+x$ ein, wo x eine sehr kleine Zahl bezeichnet, so ist:

$$\frac{u}{F} = \frac{1}{t+x} + \frac{t+x}{F} (2 \sqrt{1+n^2} - n)$$

oder nach Erkl. 30:

$$\frac{u}{F} = \frac{1}{t} \left(1 - \frac{x}{t} + \frac{x^2}{t^2} \right) + \frac{t+x}{F} (2 \sqrt{1+n^2} - n)$$

oder:

$$\frac{u}{F} = \frac{1}{t} + \frac{t}{F} (2 \sqrt{1+n^2} - n) + x \left[\frac{(2 \sqrt{1+n^2} - n)}{F} - \frac{1}{t^2} \right] + \frac{x^2}{t^3}$$

Damit $\frac{u}{F}$ ein Kleinstes werde, ist es nötig, dass:

$$\frac{2 \sqrt{1+n^2} - n}{F} - \frac{1}{t^2} = 0$$

oder:

$$\frac{2 \sqrt{1+n^2} - n}{F} = \frac{1}{t^2}$$

werde.

Hiernach folgt für die gesuchte Kanaltiefe:

$$t^2 = \frac{F}{2 \sqrt{1+n^2} - n}$$

oder da:

$$n = \frac{AE}{EB} = \text{ctg } \alpha$$

und

$$\sqrt{1 + \text{ctg}^2 \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

so ist:

$$t^2 = \frac{F \cdot \sin \alpha}{2 - \text{ctg } \alpha \cdot \sin \alpha}$$

oder da:

$$\sin \alpha \cdot \text{ctg } \alpha = \cos \alpha$$

so ist:

$$1 \text{ a) } \dots t^2 = \frac{F \cdot \sin \alpha}{2 - \cos \alpha}$$

Hiernach ist die einem gegebenen Böschungswinkel α und einem gegebenen Inhalte entsprechende zweckmässigste Form des Querprofils bestimmt durch:

$$1 \text{ b) } \dots t = \sqrt{\frac{F \cdot \sin \alpha}{2 - \cos \alpha}}$$

und

$$2) \dots b = \frac{F}{t} - t \cdot \text{ctg } \alpha$$

Es ist folglich die obere Breite AD des Querprofils:

$$3) \dots B = b + 2nt = \frac{F}{t} + t \cdot \text{ctg } \alpha$$

und das Verhältnis:

$$4) \dots \frac{u}{F} = \frac{b}{F} + \frac{2t}{F \cdot \sin \alpha} = \frac{1}{t} + \frac{(2 - \cos \alpha)t}{F \cdot \sin \alpha} = \frac{2}{t} \text{ (siehe Erkl. 32).}$$

Erkl. 32.

$$u = b + 2AB.$$

Da aber:

$$\frac{EB}{AB} = \frac{t}{AB} = \sin \alpha$$

also:

$$AB = \frac{t}{\sin \alpha}$$

so ist:

$$u = b + \frac{2t}{\sin \alpha}$$

oder aus Gleichung 2) für b den Wert eingesetzt:

$$u = \frac{F}{t} - t \cdot \text{ctg } \alpha + \frac{2t}{\sin \alpha}$$

oder jedes Glied durch F geteilt:

$$\frac{u}{F} = \frac{1}{t} - \frac{t \cdot \text{ctg } \alpha}{F} + \frac{2t}{F \cdot \sin \alpha}$$

oder:

$$\frac{u}{F} = \frac{1}{t} - \frac{t \cdot \text{ctg } \alpha \cdot \sin \alpha}{F \cdot \sin \alpha} + \frac{2t}{F \cdot \sin \alpha}$$

oder:

$$\frac{u}{F} = \frac{1}{t} + \frac{2t - t \cdot \cos \alpha}{F \cdot \sin \alpha}$$

oder:

$$\frac{u}{F} = \frac{1}{t} + \frac{t(2 - \cos \alpha)}{F \cdot \sin \alpha}$$

oder [siehe Gleichung 1 a)]:

$$\frac{u}{F} = \frac{1}{t} + \frac{t}{t^2} = \frac{2}{t}$$

f) Gleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

Frage 38. Es wurde bereits in Antwort auf Frage 6 bemerkt, dass die Bewegung des Wassers in Flussbetten oder Kanälen, auf eine gewisse Strecke bezogen, im allgemeinen nur in welcher zweifachen Weise vor sich gehen kann?

Antwort. Die Bewegung des fließenden Wassers ist entweder gleichförmig oder ungleichförmig.

Frage 39. Wann wird das erstere und wann wird das letztere der Fall sein?

Erkl. 33. Bei der gleichförmigen Bewegung des Wassers auf einer gegebenen Strecke l wird das ganze Gefälle h nur auf die Ueberwindung der Reibung des Wassers im Bette verwendet, weil das Wasser mit derselben Geschwindigkeit fortfließt, mit welcher es zuströmt, also eine einer bestimmten Geschwindigkeit entsprechende Druckhöhe weder aufgebraucht noch frei wird, denn im ersteren Falle würde eine verzögerte, im letzteren Falle eine beschleunigte Bewegung eintreten.

Antwort. Die Bewegung wird gleichförmig sein, wenn die mittlere Geschwindigkeit in allen Querschnitten der in Betracht kommenden Strecke sich gleich bleibt, also auch (siehe Antwort auf Frage 19) die Inhalte der verschiedenen Querprofile gleich gross sind. Die Bewegung wird hingegen ungleichförmig sein, wenn die mittleren Geschwindigkeiten und also auch die Inhalte der Querprofile sich ändern.

Frage 40. Messen wir nun, in analoger Weise wie bei dem Fließen des Wassers durch Röhrenleitungen, die Bewegungshindernisse durch eine dementsprechende Widerstandshöhe h_1 , so lässt sich die Reibung durch welche Formel ausdrücken?

Erkl. 34. Der Widerstandskoeffizient zeigt sich wie bei Röhren so auch bei Flüssen und Bächen nicht konstant, sondern nimmt bei kleinen Geschwindigkeiten etwas zu und bei grossen etwas ab. Weisbach fand aus zahlreichen Versuchen für das Metermass:

$$\zeta = 0,007409 \left(1 + \frac{0,05853}{c} \right)$$

und stellte zur Erleichterung der Rechnung folgende Tabelle auf, worin c die Geschwindigkeit und ζ den zugehörigen Widerstandskoeffizienten bezeichnet.

$c =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$\zeta = 0,0$	1175	0958	0885	0849	0828	0813
$c =$	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,5
$\zeta = 0,0$	0803	0795	0789	0784	0777	0771
$c =$	2	3	4	5 Meter		
$\zeta = 0,0$	0763	0755	0752	0750		

Diese Tabelle findet eine unmittelbare Anwendung in allen den Fällen, wenn die Geschwindigkeit c gegeben ist und das Gefälle mit Hilfe der nebenstehenden Formel gesucht wird.

Antwort. Messen wir die Reibung durch die Höhe h_1 einer Wassersäule, so können wir nach Erkl. 33 das Gefälle h dieser Höhe h_1 gleichsetzen. Da nun der Reibungswiderstand dem Umfange u des Wasserprofils, der Länge l und dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit c direkt (siehe Antwort auf Frage 24), dem Inhalte des Querschnitts F indirekt proportional ist, so kann man:

$$1) \dots h_1 \text{ oder } h = \zeta \cdot \frac{l u}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

setzen, worin ζ eine erst durch Beobachtungen zu bestimmende Zahl bezeichnet, die der Koeffizient des Reibungswiderstandes genannt wird. (Vergleiche hiermit die im I. Teile der Hydrodynamik in Antwort auf Frage 186 gegebene Formel für die Widerstandshöhe in Leitungsröhren.)

Frage 41. Welche Formel erhält man hieraus für den Fall, dass die Geschwindigkeit c die zu suchende Grösse ist?

Antwort. Hieraus erhält man für die Geschwindigkeit:

$$2) \dots c = \sqrt{\frac{F}{\zeta \cdot l u} 2 g h}$$

Frage 42. Es ist also, wenn das Gefälle aus der Länge l , dem Querprofil $\frac{F'}{u}$ und der Geschwindigkeit c , oder auch, wenn die Geschwindigkeit aus dem Gefälle h , der Länge l und dem Querprofil $\frac{F}{u}$ bestimmt werden soll, die Kenntnis welcher Grösse unbedingt notwendig?

Antwort. Es ist unbedingt die Kenntnis des Reibungskoeffizienten ζ für die verschiedenen vorkommenden Fälle notwendig.

Frage 43. Welches sind die wichtigsten hierüber aufgestellten Formeln?

Erkl. 35. Eytelwein bemerkt zu seinen beiden nebenstehenden Formeln 3) und 4):

„Will man diese Formel auf die Bewegung des Wassers in Flüssen anwenden, so ist dabei zu bemerken, dass sie ganz allein für diejenigen Fälle gilt, wo das Wasser eine gleichförmige Bewegung angenommen hat; dass aber, wenn die Bewegung nicht gleichförmig ist, die Profile ungleichförmig sind, oder die Strombahn Krümmungen hat, keine Anwendung derselben stattfindet, auch bis jetzt, aus Mangel an zuverlässigen Erfahrungen, kein allgemein geltender Ausdruck für dergleichen Fälle aufgestellt werden kann, und dass selbst für die unbedingte Anwendung dieses Ausdrucks noch mehrere Erfahrungen zur Bestätigung desselben bei grossen Strömen zu wünschen sind.“

Erkl. 36. Will man die in Anmerkung 2 gegebene Chézy-Eytelweinsche Formel:

$$c = k \sqrt{\frac{h}{l} \frac{F}{u}}$$

in welcher man auch $\frac{h}{l} = s$ und $\frac{F}{u} = r$ einsetzen, also:

$$c = k \sqrt{rs}$$

ausdrücken kann, mit der nebenstehenden Formel 6) in Verbindung bringen, so erhält man zunächst:

$$c = k \sqrt{0,0004021 c \sqrt{c}} \\ = k \cdot \sqrt[4]{0,0004021} \cdot \sqrt[4]{c^3}$$

woraus:

$$k = \frac{c}{\sqrt[4]{0,0004021} \cdot \sqrt[4]{c^3}} = \frac{\sqrt[4]{c}}{\sqrt[4]{0,0004021}}$$

Antwort. Eytelwein berechnete aus 91 von Dubuat, Brünnings, Funk und Woltmann gemachten Beobachtungen den Reibungskoeffizienten:

$$\zeta = 0,007565$$

so dass also die Widerstandshöhe oder das Gefälle:

$$h_1 \text{ oder } h = 0,007565 \frac{l \cdot u}{F} \frac{c^2}{2g}$$

beträgt, oder setzt man für $g = 9,809$ m ein, so ist:

$$3) \dots h = 0,0003856 \frac{l u}{F} c^2$$

und

$$4) \dots c = 50,9 \sqrt{\frac{F h}{l u}}$$

Aus 616 teils eigenen, teils Versuchen anderer Hydrotekten stellte Lahmeyer für Metermass folgende Formeln auf:

$$5) \dots \frac{F}{u} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{c \sqrt{c}} =$$

$$0,0004021 + 0,0002881 \sqrt{\frac{b}{\rho}}$$

worin ausser den bereits oben festgesetzten Bezeichnungen, b die Breite des Flusses und ρ den Krümmungshalbmesser desselben darstellt. Für gerade Flussstrecken ist somit:

$$6) \dots \frac{F}{u} \cdot \frac{h}{l} = 0,0004021 c \sqrt{c}$$

Im Jahre 1848 empfahl Bornemann auf Grund der Versuche von Dubuat, Funk, Kragenhoff, Woltmann und Lahmeyer die Formel:

$$7) \dots \rho = \frac{0,000562151}{\sqrt{c}}$$

oder:

$$k = \sqrt[4]{\frac{1}{0,0004021}} \sqrt[4]{c} = 49,87 \sqrt[4]{c}$$

Die nebenstehende Formel 6) lässt sich auch schreiben:

$$rs = 0,0004021 c \sqrt{c}$$

oder:

$$rs = 0,0004021 c \sqrt{c^3}$$

oder:

$$\sqrt[3]{\frac{r^2 s^2}{0,0004021^2}} = c$$

oder:

$$c = \sqrt[3]{\frac{1}{0,0004021^2}} \cdot \sqrt[3]{(rs)^2} = 183,56 \sqrt[3]{(rs)^2}$$

Ungefähr um dieselbe Zeit ermittelte St. Venant aus den von Eytelwein benutzten 91 Versuchen (siehe oben) die Formel:

$$8) \dots \frac{F}{u} \cdot \frac{h}{l} = r \cdot s = 0,00040102 c$$

Frage 44. Bei den vorstehenden Formeln ist aber welcher besonders wichtige Einfluss auf die Geschwindigkeit des fließenden Wassers unberücksichtigt geblieben?

Antwort. Bei den vorstehenden Formeln ist der Einfluss der mehr oder weniger rauhen Beschaffenheit der Kanalwände unberücksichtigt geblieben.

Frage 45. Wer suchte diesen Einfluss auf die Bewegung des Wassers in Kanälen durch ganz neue Versuche zu ermitteln, und welches sind die erhaltenen Resultate?

Erkl. 37. Der Hamburger Ingenieur Harder empfiehlt (1878), wenn die Chézy-Eytelweinsche Form $c = k \sqrt{rs}$ (siehe Erkl. 36) beibehalten wird, zu setzen:

$$k = k_1 + k_2 \sqrt{r}$$

und speziell für Metermass:

1) Für Kanäle mit sehr glatten Wänden:

$$k = 70,5 + 7,254 \sqrt{r}$$

2) Für Kanäle mit glatten Wänden (Bretter, Quadersteine und Backsteine):

$$k = 56,0 + 7,254 \sqrt{r}$$

3) Für Kanäle in Erde und aus rauhem Bruchsteinwerk:

$$k = 36,27 + 7,254 \sqrt{r}$$

Antwort. Darcy suchte diesen Einfluss zuerst durch Versuche festzustellen, und die von Bazin nach Darcys Tode gewonnenen Resultate sind folgende:

allgemein:

$$9) \dots \frac{r \cdot s}{c^2} = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{r}}$$

und speziell für Metermass:

$$10) \dots \left\{ \begin{array}{l} \frac{rs}{c^2} = 0,00015 \left(1 + \frac{0,03}{\sqrt{r}} \right) \\ \text{für sehr glatte Wände,} \\ \frac{rs}{c^2} = 0,00019 \left(1 + \frac{0,07}{\sqrt{r}} \right) \\ \text{für glatte Wände,} \\ \frac{rs}{c^2} = 0,00024 \left(1 + \frac{0,25}{\sqrt{r}} \right) \\ \text{für rauhere Wände,} \\ \frac{rs}{c^2} = 0,00028 \left(1 + \frac{1,25}{\sqrt{r}} \right) \\ \text{für Erdwände.} \end{array} \right.$$

Frage 46. Wie hat man nun zu verfahren, wenn man z. B. mit Hilfe der Formel 2), ohne mit dem Reibungskoeffizienten ζ bekannt zu sein, die unbekannte Geschwindigkeit c aus dem be-

Antwort. Man sucht in diesem Falle erst einen Näherungswert für die Geschwindigkeit c , indem man z. B. die obige Formel 4):

kannten Querprofil und der sog. Rösche zu berechnen hat?

Erkl. 38. Aus der Geschwindigkeit c ergibt sich die Wassermenge mittels der Formel:

$$Q = Fc$$

Frage 47. Wie lässt sich ferner das Querprofil aus der Wassermenge Q und dem Gefälle $\frac{h}{l}$ bestimmen?

Erkl. 39.

Beschaffenheit des Flussbettes	Geschwindigkeit an der Oberfläche	Mittlere Geschwindigkeit	Geschwindigkeit am Boden
Schlammige Erde od. brauner Töpferthon	0,151 m	0,113 m	0,078 m
Fetter Thon	0,302 „	0,229 „	0,157 „
Fester Flusssand . .	0,603 „	0,458 „	0,314 „
Kiesiger Boden . . .	1,224 „	0,960 „	0,697 „
Grobsteiniger Boden	1,519 „	1,230 „	0,942 „
Konglomerat von Schieferstücken . .	2,225 „	1,858 „	1,491 „
Lagerhafte Gebirgs- arten	2,718 „	2,269 „	1,820 „
Harte Felsarten . .	4,240 „	3,691 „	3,139 „

Erkl. 40.

	ctg α	α
Für vertikale Wände . . .	0	90°
Für Futtermauern	1/2	63° 20'
Für gegrabene Kanäle in fester Erde mit Ufer- bekleidung	1	45°
Für gegrabene Kanäle in fester Erde ohne Ufer- bekleidung	1 1/2	33° 40'
Für Kanäle in lockerer Erde, Sand etc.	2	26° 34'

Frage 48. Wie lässt sich das Gefälle eines Flusses bestimmen?

$$c = 50,9 \sqrt{\frac{Fh}{ul}}$$

anwendet, dann hieraus, mittels der Weisbachschen Tabelle (siehe Erkl. 34) oder mittels einer der vorstehenden Formeln, ζ ermittelt und den so erhaltenen Wert in die Gleichung 2) einsetzt.

Antwort. Ist die Wassermenge Q gegeben, welche durch einen Kanal abgeführt werden soll, so handelt es sich bei Bestimmung des Querschnitts F zunächst um die mittlere Geschwindigkeit $c = \frac{Q}{F}$. Dieselbe soll erfahrungsmässig wenigstens 20,9 cm betragen, wenn das Wasser leichten Schlamm mit sich führt; ist dagegen das Absetzen von Sand zu befürchten, so ist für c wenigstens 41,8 cm zu nehmen. Weiter ist es zu vermeiden, die Geschwindigkeit so gross zu nehmen, dass dadurch ein Wegschwemmen der Sohle und der Ufer herbeigeführt werden könnte. Die in Erkl. 39 enthaltene Tabelle giebt die grössten Werte von c für verschiedene Bodenarten.

Benutzt man die obige Formel 4), so ist:

$$cF \text{ oder } Q = 50,9 F \sqrt{\frac{Fh}{lu}}$$

oder:

$$F = \sqrt[3]{\frac{Q^2 lu}{2590,81 \cdot h}}$$

und

$$u = \frac{2590,81 F^3}{Q^2 l}$$

Bezeichnet α den Böschungswinkel der Ufer eines Kanals mit trapezförmigem Querschnitt und t die Tiefe des Bettes, so ist die Ausladung der oberen Uferkante gegen die untere:

$$\alpha \cdot \text{ctg } t$$

Zur Bestimmung von α dienen die in Erkl. 40 gegebenen, der praktischen Erfahrung entnommenen Angaben.

Antwort. Um das Gefälle eines Flusses zu bestimmen, hat man früher die Senkung

Erkl. 41. Der Franzose Girard brachte 1803 den Gedanken zur Ausführung, bei Aufstellung einer Gleichung, um das vorteilhafteste Gefälle eines zu bauenden Kanales zu ermitteln, von dem Coulombschen Ausdruck für den Widerstand der Bewegung fester Körper im Wasser Gebrauch zu machen und zu setzen:

$$\frac{Fh}{ul} - k(c + c^2) = 0$$

worin k einen konstanten Erfahrungskoeffizienten bezeichnet. Aus seinem 1831 bis 1843 erschienenen Werke ist hier folgendes bemerkenswert:

1) Er bringt statt der obigen Formel für das Gesetz der gleichförmigen Bewegung des Wassers in Kanälen die Pronysche, nämlich:

$$g \cdot \frac{F'}{u} \cdot \frac{h}{l} - (Ac + Bc^2) = 0$$

in Anwendung und berechnet mittels der Gleichung:

$$9,80877 \frac{Fh}{ul} = 0,000436c + 0,003034c^2$$

(siehe Anmerkung 2)

unter der Annahme;

$$c = 0,35 \text{ m}$$

das mittlere relative Gefälle oder die Rösche für den Kanal de l'Ourcq zu:

$$\frac{h}{l} = 0,0000556 \text{ m}$$

2) Er sucht den Vorteil darzuthun, der sich bietet, wenn man das Gefälle des Kanals auf dessen ganze Länge nicht gleichförmig, sondern entsprechend den Koordinaten einer Kettenlinie verteilt. Um unter dieser Voraussetzung die Abscisse z für jeden Kilometer Kanallänge als Ordinate y zu berechnen, setzte er:

$$y^2 = 2cz + z^2$$

und hieraus:

$$z = -c + \sqrt{c^2 + y^2}$$

wonach:

$$c = \frac{y^2 - z^2}{2z} \text{ ist.}$$

seines Bodens gemessen; weil letzterer aber mehr oder weniger uneben ist und weil es weniger auf die Senkung des Grundbettes als vielmehr auf die des Wasserspiegels ankommt, so misst man gegenwärtig die Senkung des letzteren und zwar zur Zeit des mittleren Wasserstandes. Zu diesem Zwecke schlägt man an gewissen Stellen des Flusses Pfähle, Pegel oder Wassermerkpfähle ein, die mit einem eingeteilten Höhenmasse versehen sind; da dieselben aber bei Eisgang aus ihrer Lage gerückt werden können, so bringt man die Skalen zum Messen des Wasserstandes gewöhnlich an steinernen Brückpfeilern oder felsigen Ufern an, oder man stellt Pegeluhren auf, welche mit Hilfe eines Schwimmers, der durch eine über eine Walze laufende Kette mit Gegengewicht verbunden ist, auf einem Zifferblatt den Wasserstand genau angeben. Die besten Pegel sind die selbst registrierenden Pegeluhren, da sie durch ein Uhrwerk noch eine Walze in Bewegung setzen, welche einen Papierstreifen trägt, auf dem ein Bleistift die graphische Darstellung des Wasserstandes mechanisch liefert.

g) Eintritt und Austritt des Wassers bei Kanälen.

Frage 49. In welcher zweifachen Weise können Kanäle, besonders solche, welche zur Leitung des Aufschlagwassers für Wasserräder bestimmt sind, mit Wasser versorgt werden?

Antwort. Kanäle, in welchen sich Wasser mit bemerkbarer Geschwindigkeit bewegt, werden entweder

a) direkt durch Flüsse gespeist, oder

b) sie empfangen ihr Wasser aus Sammelbehältern (Teichen etc.), die mit den Flüssen in Verbindung stehen oder durch selbständige Zuflüsse aus Bächen oder Quellen versorgt werden.

Frage 50. Welche zwei Fälle sind in Bezug auf die Eintrittsstelle des Wassers in den Kanal möglich?

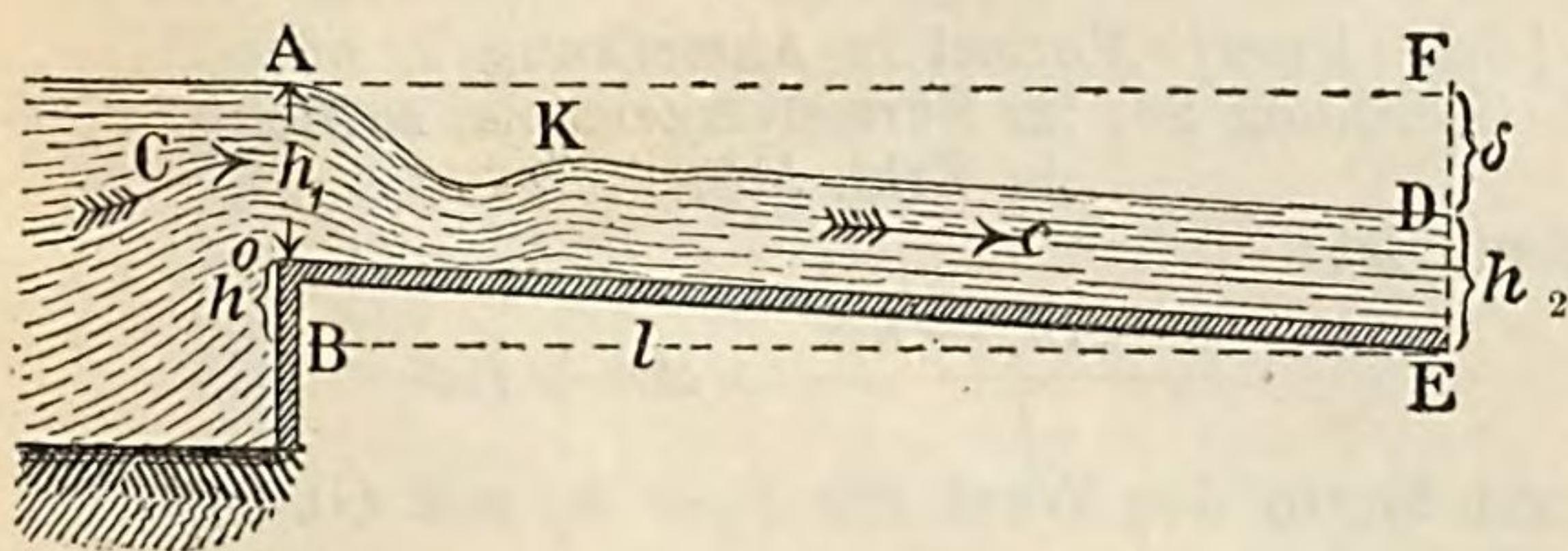
Antwort. Die Eintrittsstelle des Wassers in den Kanal, die sogen. Spitze desselben, ist entweder frei oder sie ist mit Schützenvorrichtungen versehen.

Frage 51. Was ist über die Form des Wasserspiegels zu bemerken für den Fall, dass die Spitze des Kanals frei ist?

Antwort. Ist die Spitze des Kanals frei, so senkt sich der Wasserspiegel nahe der Eintrittsstelle recht merklich, erhebt sich aber bald wieder und gelangt endlich nach einigen ferneren Schwankungen in denjenigen Zustand der Gleichförmigkeit, wobei der Wasserspiegel glatt und eben und dem Kanalboden parallel ist.

Frage 52. Ueber die hierbei auftretenden Erscheinungen hat Dubuat welchen Satz aufgestellt?

Figur 10.



Erkl. 42. Dubuat fand bei seinen Versuchen die Grösse des Kontraktionskoeffizienten wechseln von 0,91 bis 0,73 und meint, dass in grossen Kanälen mit verhältnismässig geringen Geschwindigkeiten die Kontraktion geringer ist und $\mu = 0,97$ gesetzt werden kann. Eytelwein nimmt für breite Kanäle $\mu = 0,95$ und für schmale $\mu = 0,86$.

Erkl. 43. Ist am unteren Ende des Kanals eine Schützenöffnung angebracht (siehe Figur 11), deren Querschnitt $= f$ ist, und bezeichnet H den Wasserstand im Sammelbehälter, sowie h den Wasserstand unmittelbar vor der Schützenöffnung, so dass:

$$h_1 = H - h$$

gesetzt werden kann; ist ferner c die mittlere Geschwindigkeit im Kanal und c_1 die Geschwindigkeit in der Ausflussöffnung, sowie α der für diese Oeffnung geltende Kontraktions- und μ der Ausflusskoeffizient, so ist unter Beibehaltung der übrigen nebenstehend benutzten Bezeichnungen:

Antwort. In einem Kanale von konstanter Breite und durchaus gleichem Gefälle stellen sich Querschnitte und mittlere Geschwindigkeit in der Weise her, dass die der Geschwindigkeit entsprechende Höhe gleich der Differenz ist zwischen dem Wasserstande im Speisebehälter und im Kanale, erstere über der Einlassschwelle A, letztere stromabwärts an einer Stelle gemessen, woselbst die gleichförmige Bewegung vollständig eingetreten ist.

Bezeichnet man hiernach die Tiefe AO mit h_1 , die ED mit h_2 , mit μ aber einen durch Erfahrung festgestellten Kontraktionskoeffizienten, und ist ferner C die Geschwindigkeit, mit welcher sich das Wasser an der Kanalspitze ersetzt, während c die Geschwindigkeit des im Kanale fließenden Wassers bezeichnet, so ist:

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2g} \frac{c^2}{\mu^2} - \frac{C^2}{2g}$$

oder wenn C sehr klein oder gleich Null ist:

$$1) \dots h_1 - h_2 = \frac{1}{2g} \frac{c^2}{\mu^2} = 0,051 \frac{c^2}{\mu^2}$$

Ist ferner AF die verlängerte Horizontale des Oberwassers und BE parallel AF, also δ die Höhendifferenz zwischen dem Wasserspiegel bei D und dem Oberwasser, und $OB = h$ das absolute Gefälle der Wasseroberfläche KD, während die Kanallänge OE = l gesetzt wird, so folgt, da AB = FE:

$$h_1 + h = \delta + h_2$$

oder:

$$h = \delta - (h_1 - h_2)$$

$$4) \dots h_1 = \frac{c^2}{2g} \left[2 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + 2g \cdot \frac{lu}{Fk^2} \right]$$

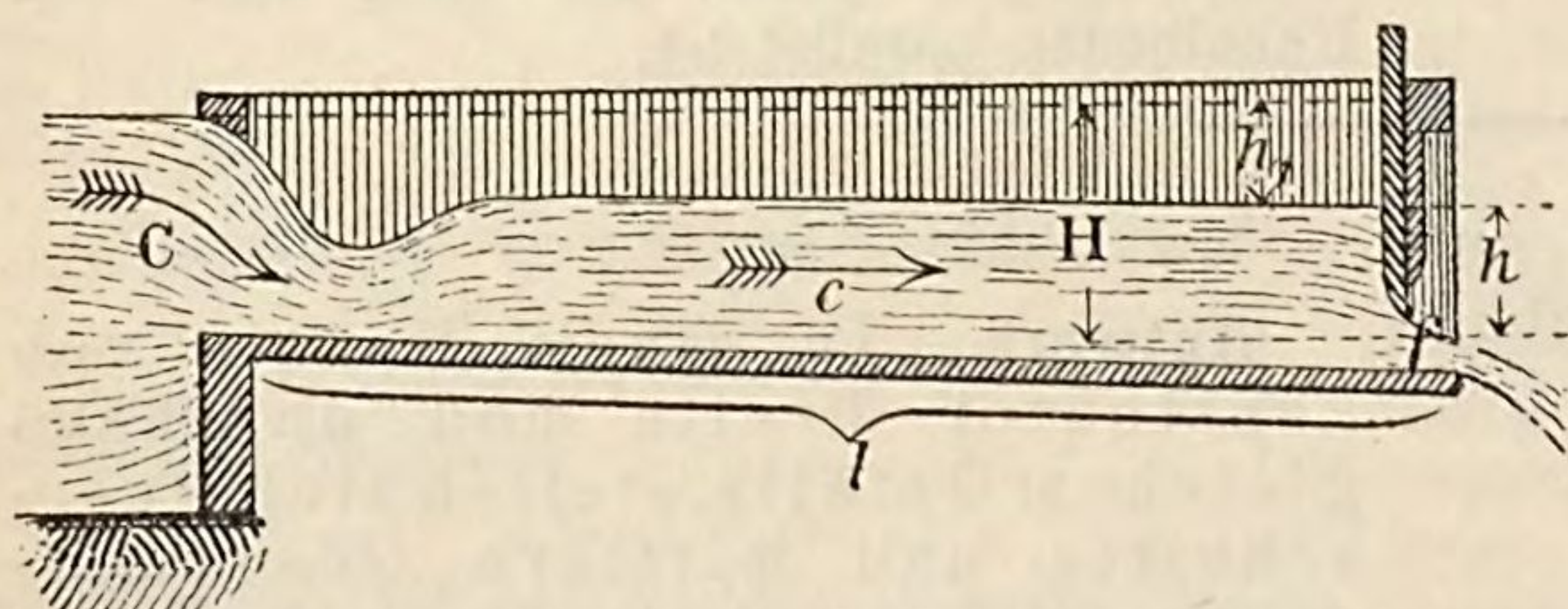
$$5) \dots H = \frac{c_1^2}{2g} \left\{ 1 + \left(\frac{\mu f}{F} \right)^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + 2g \frac{ul}{Fk^2} \right] \right\}$$

$$6) \dots c_1 = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \left(\frac{\mu f}{F} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + 2g \frac{ul}{Fk^2} \right]}}$$

und die pro Sekunde durch f ausfliessende Wassermenge:

$$7) \dots Q = \mu f \sqrt{\frac{2gH}{1 + \left(\frac{\mu f}{F} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + 2g \frac{ul}{Fk^2} \right]}}$$

Figur 11.



folglich ist das relative Kanalgefälle oder die Rösche:

$$2) \dots \frac{h}{l} = \frac{\delta - (h_1 - h_2)}{l}$$

Verbindet man diesen Wert mit der Gleichung:

$$\frac{F'}{u} \cdot \frac{h}{l} = Ac + Bc^2$$

[siehe Pronys Formel in Anmerkung 2, oder Gleichung 26) im Formelverzeichnis, sowie in Erkl. 41]

dann ist:

$$\frac{F'}{u} \cdot \frac{\delta - (h_1 - h_2)}{l} = Ac + Bc^2$$

und hierin den Wert für $h_1 - h_2$ aus Gl. 1) substituiert:

$$\delta - \frac{c^2}{2g\mu^2} = \frac{u}{F} (Ac + Bc^2)l$$

oder:

$$\delta = \frac{c^2}{2g\mu^2} + \frac{u}{F} (Ac + Bc^2)l$$

oder da nach nebenstehender Erklärung:

$$Ac + Bc^2 = \frac{c^2}{k^2}$$

so ist:

$$3) \dots \delta = \frac{c^2}{2g\mu^2} + \frac{u}{F} \cdot l \cdot \frac{c^2}{k^2}$$

Erkl. 44. Nach Gleichung 26) (siehe Formelverzeichnis) ist:

$$\frac{h}{l} \cdot \frac{F'}{u} = Ac + Bc^2$$

Nach Gleichung 24) ist aber auch:

$$\frac{h}{l} \cdot \frac{F'}{u} = \frac{c^2}{k^2}$$

folglich ist auch:

$$Ac + Bc^2 = \frac{c^2}{k^2}$$

Frage 53. Was ist über die Erscheinungen zu bemerken, welche eintreten, wenn die Spitze des Kanals mit einer Schützenöffnung versehen ist?

Antwort. Ist die Spitze des Kanals mit einer Schützenöffnung versehen, so treten die Erscheinungen ein, welche bereits im I. Teil der Hydrodynamik: „Ausfluss durch Schützenöffnungen mit ausserhalb angesetzten Gerinnen“ erwähnt worden sind.

h) Ungleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen und Flussbetten.

Frage 54. Unter welchen Umständen wird eine ungleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen und Flussbetten eintreten?

Erkl. 45. Um für die nebenerwähnten Fälle Formeln zu entwickeln, wird vorausgesetzt, dass für die Zeiteile der betreffenden Rechnungen und Beobachtungen gleiche Wassermengen Q pro Sekunde durch die verschiedenen Querschnitte $F_1, F_2, F_3 \dots F_n$ gehen, so dass, wenn man die zugehörigen mittleren Geschwindigkeiten mit $c_1, c_2, c_3 \dots c_n$ bezeichnet, die Gleichung:

$Q = F_1 c_1 = F_2 c_2 = F_3 c_3 = \dots = F_n c_n$
Geltung hat.

Man nennt die ungleichförmige Bewegung in diesem Falle eine permanente (siehe Antwort auf Frage 19). Ferner wird noch vorausgesetzt, dass die fließende Wassermasse aus ziemlich parallelen Fäden besteht und dass Wirbel und Gegenströme überhaupt nicht vorhanden sind, sowie dass die Querschnitte ihre Gestalt und Grösse nur ganz allmählich ändern. Da alle diese Voraussetzungen mit der Wirklichkeit mehr oder weniger in Widerspruch stehen, so geht daraus hervor, dass die nach den folgenden Formeln berechneten Grössen nur Näherungswerte sein können, welche von den aus Versuchen ermittelten Werten mehr oder weniger abweichen. Die Wassermenge Q ermittelt man besser nach den in Abschnitt c): „Die mittlere Geschwindigkeit“ angegebenen Regeln.

Frage 55. Welches sind die in der Praxis am meisten vorkommenden Fälle, in denen man von den theoretischen Erörterungen der ungleichförmigen Bewegung des fließenden Wassers Anwendung machen muss?

Antwort. Entweder hat man:

1) bei gegebener Wassermenge das oder die Gefälle, oder

2) bei gegebenen Querschnitten und Gefällen die sekundliche Wassermenge zu berechnen.

Frage 56. Auf welchem Wege gelangt man zu Formeln, mit deren Hilfe sich die beiden erwähnten Fälle erledigen lassen?

Erkl. 46. Jeder bewegte Körper besitzt infolge seiner Geschwindigkeit eine gewisse Wirkungsfähigkeit, welche man im Gegensatz zu dem wirkungslosen Druck oder Zug eines ruhenden Körpers lebendige Kraft oder kinetische Energie der bewegten Masse nennt.

Antwort. Aus den Antworten auf die Fragen 18 und folgende ergibt sich ohne weiteres, dass eine ungleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen und Flussbetten vorhanden sein wird:

a) sobald die Querprofile eines und desselben strömenden Wassers verschieden sind;

b) sobald das Gefälle veränderlich, stellenweise sogar Null, oder der Bewegungsrichtung des Wassers entgegengesetzt ist;

c) sobald in einem strömenden Wasser von sonst gleichen Profilen und konstantem Gefälle Einbaue, wie z. B. Wehre, Buhnen, Brückenpfeiler u. dergl. vorkommen, durch welche, von dem betreffenden Hindernis an, der Wasserspiegel stromaufwärts mehr oder weniger gestaut wird.

Antwort. Man führt die Theorie der ungleichförmigen Bewegung des Wassers auf die der gleichförmigen Bewegung zurück, indem man für eine kurze Flussstrecke die Bewegungshindernisse als unveränderlich annimmt und die entsprechende Widerstandshöhe (s. Antwort auf Frage 40) wieder:

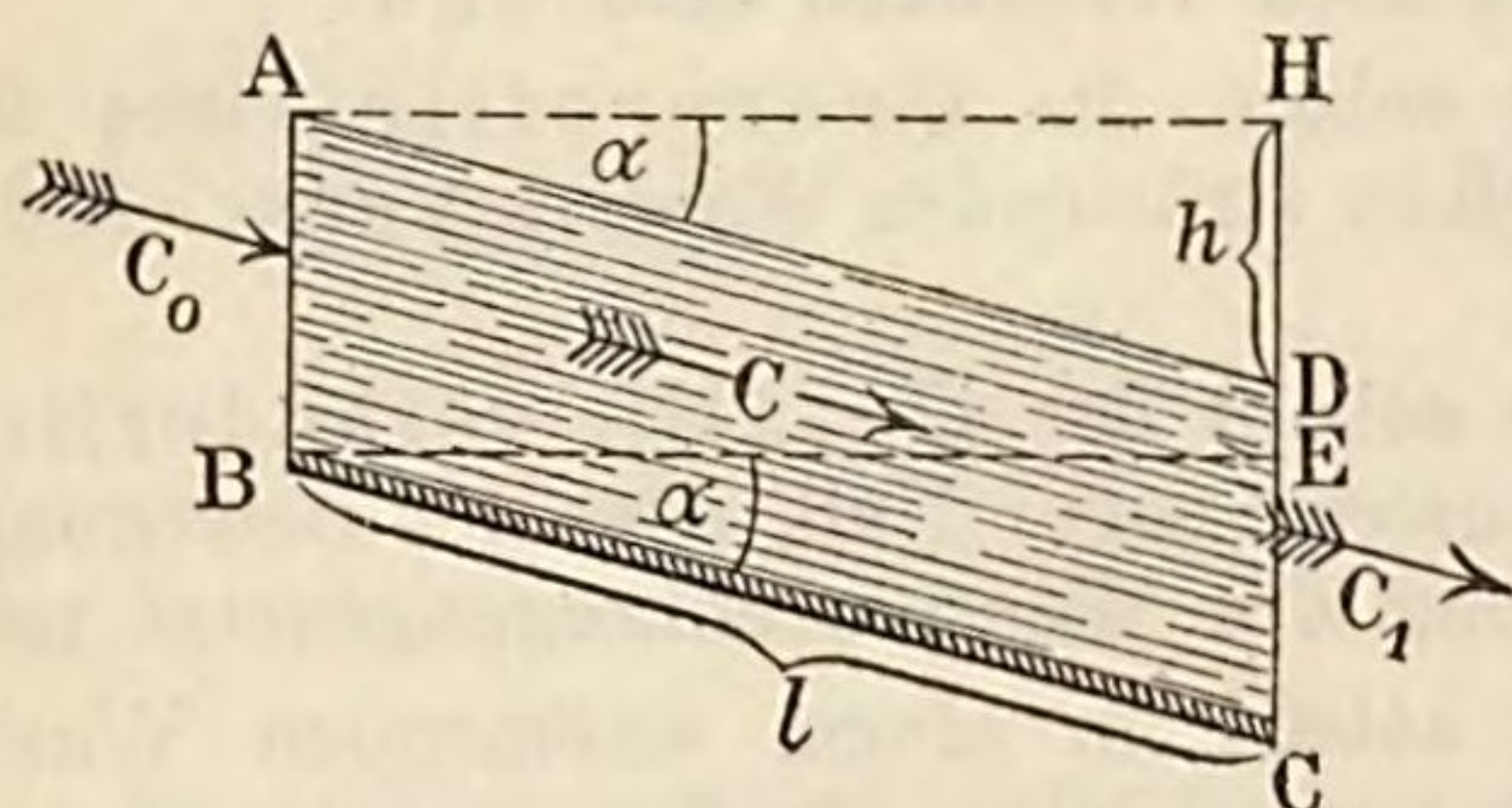
$$A) \dots h_1 = \zeta \frac{l u}{F} \frac{c^2}{2g} \text{ setzt.}$$

Die lebendige Kraft der bewegten Masse ist gleich dem halben Produkt aus der Masse, multipliziert mit dem Quadrat der Geschwindigkeit, oder:

$$A = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{G v^2}{2g}$$

(siehe R. Klimpert, Lehrbuch der allgemeinen Physik, Seite 121).

Figur 12.



Erkl. 47. Mit Hilfe der nebenstehenden Formel 1) kann man aus der sekundlichen Wassermenge Q , der Länge l und den Querschnitten F_0 und F_1 einer Fluss- oder Kanalstrecke das entsprechende Gefälle h berechnen.

Mit Hilfe der Formel 2) kann man umgekehrt aus dem Gefälle h , der Länge l und den Querschnitten F_0 und F_1 die sekundliche Wassermenge Q berechnen. Zur Erreichung eines möglichst genauen Resultates muss man dieselbe Rechnung für mehrere kurze Flussstrecken durchführen und aus den erhaltenen Einzelergebnissen das arithmetische Mittel nehmen.

Ist nur das gesamte Gefälle bekannt, so setzt man dieses für h in die zweite Formel und statt:

$$\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}$$

den Wert:

$$\frac{1}{F_n^2} - \frac{1}{F_0^2}$$

ein, worin F_n den Inhalt des letzten Querschnitts bezeichnet; statt:

$$\zeta \cdot \frac{l u}{F_0 + F_1} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right)$$

nimmt man aber die Summe aller ähnlichen Werte der einzelnen Flussstrecken.

Erkl. 48. Um eine Formel für die Wassertiefe zu erhalten, setze man die obere Tiefe $AB = t_0$ und die untere $CD = t_1$, sowie den Abhang des Flussbettes $= \alpha$, dann ist das Gefälle des Grundbettes:

$$l \cdot \sin \alpha$$

wozu noch, um das Wassergefälle zu erhalten, $t_0 - t_1$ zu addieren ist; demnach ist:

$$h = t_0 - t_1 + l \cdot \sin \alpha$$

Setzt man diesen Wert in die nebenstehende Gleichung 1) ein, so ist:

$$t_0 - t_1 + l \cdot \sin \alpha = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right) + \zeta \frac{l u}{F_0 + F_1} \cdot \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right)$$

Ferner haben wir noch die der Geschwindigkeitsveränderung entsprechende lebendige Kraft des Wassers zu berücksichtigen.

Ist nun (siehe Figur 12) $ABCD$ eine kurze Flussstrecke von der Länge l und dem Gefälle h , ist ferner c_0 die Geschwindigkeit des ankommenden, c_1 die des abfließenden Wassers, so ist für jedes in der Ebene CD ankommende Flüssigkeitsteilchen:

$$B) \dots \frac{c_1^2}{2g} = h + \frac{c_0^2}{2g}$$

denn wenn sich jedes dieser Wasserelemente in AB in Ruhe befände, also $c_0 = 0$ wäre, so würde nach den Regeln des Ausflusses [siehe I. Teil der Hydrodynamik, Formel 1)]:

$$c_1 = \sqrt{2gh}$$

also:

$$\frac{c_1^2}{2g} = h$$

sein; da aber jedes Wasserelement in der Ebene AB schon die Geschwindigkeit c_0 hat, so entspricht dieser Geschwindigkeit eine Druckhöhe:

$$h_0 = \frac{c_0^2}{2g}$$

um welche h zu vermehren ist.

Aus Gleichung B) ergibt sich:

$$h = \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g}$$

Diese Gleichung hat aber nur Gültigkeit, wenn gar keine Bewegungshindernisse stattfinden; es muss also, der Wirklichkeit entsprechend, noch der Wert für die Widerstandshöhe h_1 [siehe Gleichung A)] zugezählt werden, und demnach ist:

$$C) \dots h = \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g} + \zeta \frac{l u}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

worin u , F und c die resp. Mittelwerte des Wasserperimeters, des Querschnitts und der Geschwindigkeit sind.

Ist F_0 der Querschnitt des oberen, F_1 der des unteren Querprofils, so kann man:

$$F = \frac{1}{2} (F_0 + F_1)$$

und die sekundliche Wassermenge:

$$Q = F_0 c_0 = F_1 c_1$$

also:

$$c_0 = \frac{Q}{F_0} \quad \text{und} \quad c_1 = \frac{Q}{F_1}$$

setzen; folglich ist auch:

$$\begin{aligned} \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g} &= \frac{1}{2g} \left[\left(\frac{Q}{F_1} \right)^2 - \left(\frac{Q}{F_0} \right)^2 \right] \\ &= \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right) \end{aligned}$$

oder:

$$t_0 - t_1 - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right) = \zeta \frac{lu}{F_0 + F_1} \cdot \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right) - l \cdot \sin \alpha$$

oder:

$$t_0 - t_1 - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right) = l \left[\zeta \frac{u}{F_0 + F_1} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right) \frac{Q^2}{2g} - \sin \alpha \right]$$

oder:

$$l = \frac{t_0 - t_1 - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right)}{\zeta \frac{u}{F_0 + F_1} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right) \frac{Q^2}{2g} - \sin \alpha}$$

Mit Hilfe dieser Formel lässt sich also die Strecke l bestimmen, auf welcher die Wassertiefe die Veränderung $t_0 - t_1$ erfährt. Hat man aber umgekehrt aus der gegebenen Strecke die Tiefenveränderung $t_0 - t_1$ zu berechnen, so berechnet man zunächst die den beiden beliebig angenommenen Senkungen $t_0 - t_1$ und $t_1 - t_2$ entsprechenden Strecken l_1 und l_2 , und ermittelt hieraus durch eine Proportion die der gegebenen Grösse l entsprechende Senkung.

$$1) \dots h = \frac{Q^2}{2g} \left[\left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right) + \zeta \frac{lu}{F_0 + F_1} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right) \right]$$

sowie:

$$2) \dots Q = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} + \zeta \frac{lu}{F_0 + F_1} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right)}}$$

In analoger Weise ist:

$$\frac{c^2}{F} = \frac{\frac{1}{2}(c_0^2 + c_1^2)}{\frac{1}{2}(F_0 + F_1)}$$

oder:

$$\frac{c^2}{F} = \frac{c_0^2 + c_1^2}{F_0 + F_1} = \left[\left(\frac{Q}{F_0} \right)^2 + \left(\frac{Q}{F_1} \right)^2 \right] : (F_0 + F_1)$$

oder:

$$\frac{c^2}{F} = \frac{Q^2}{F_0 + F_1} \cdot \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right)$$

Setzen wir diese Werte in die Gleichung C) ein, so ist:

$$h = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right) + \zeta \frac{lu Q^2}{(F_0 + F_1) \cdot 2g} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right)$$

oder:

i) Geschwindigkeitsveränderungen bei Anschwellungen.

Frage 57. Was für einen Einfluss hat es auf die Geschwindigkeit und Menge des fliessenden Wassers, wenn sich durch Anschwellen oder Abnehmen der Wasserstand in Kanälen und Flüssen ändert?

Antwort. Wenn Flüsse und Kanäle ihren Wasserstand ändern, so treten auch Geschwindigkeitsveränderungen und Veränderungen in den Wassermengen ein.

Frage 58. Welcher Art sind erfahrungsmässig diese Veränderungen?

Erkl. 49. Die mittlere Geschwindigkeit in einem und demselben Querprofil ist während des Steigens der Wasserhöhe grösser und während des Fallens kleiner als bei konstantem Wasserstande; es fliesst also auch im ersteren Falle mehr und im zweiten Falle weniger Wasser durch, als bei der permanenten Bewegung des Wassers.

Antwort. Einem grösseren Wasserstand entspricht nicht nur ein grösserer Querschnitt, sondern auch eine grössere Geschwindigkeit, und daher aus beiden Gründen eine grössere Wassermenge. Ebenso hat eine Abnahme der Wassertiefe eine Verminderung des Querschnitts und der Geschwindigkeit und daher aus beiden Gründen eine Abnahme der Wassermenge zur Folge.

Frage 59. Wie lautet das hierauf bezügliche Gesetz?

Erkl. 50. Ist die anfängliche Tiefe $= t$, die spätere $= t_1$, sowie die obere Breite des Kanals $= b$, so ist die Vergrößerung des Querschnitts annähernd $= b(t_1 - t)$ und daher der Querschnitt nach der Anschwellung:

$$F_1 = F + b(t_1 - t)$$

oder es ist:

$$\frac{F_1}{F} = 1 + \frac{b(t_1 - t)}{F}$$

folglich annähernd:

$$\sqrt{\frac{F_1}{F}} = 1 + \frac{b(t_1 - t)}{2F} \quad (\text{siehe Erkl. 51})$$

Ist ferner u der anfängliche, u_1 der spätere Wasserperimeter, sowie β der Böschungswinkel, so lässt sich setzen:

$$u_1 = u + \frac{2(t_1 - t)}{\sin \beta}$$

daher:

$$\frac{u_1}{u} = 1 + \frac{2(t_1 - t)}{u \sin \beta}$$

und

$$\sqrt{\frac{u_1}{u}} = 1 + \frac{t_1 - t}{u \sin \beta}$$

sowie:

$$\sqrt{\frac{u}{u_1}} = 1 - \frac{t_1 - t}{u \sin \beta}$$

Nun ist aber die Geschwindigkeit beim ersten Wasserstand (siehe Antwort auf Frage 44):

$$c = 50,9 \sqrt{\frac{Fh}{lu}}$$

und beim zweiten:

$$c_1 = 50,9 \sqrt{\frac{F_1 h}{u_1 l}}$$

daher:

$$c : c_1 = \sqrt{\frac{F}{u} \cdot \frac{h}{l}} : \sqrt{\frac{F_1}{u_1} \cdot \frac{h}{l}}$$

oder:

$$\frac{c_1}{c} = \sqrt{\frac{F_1 u}{F u_1}} = \sqrt{\frac{F_1}{F}} \cdot \sqrt{\frac{u}{u_1}} = \left(1 + \frac{b(t_1 - t)}{2F}\right) \cdot \left(1 - \frac{t_1 - t}{u \sin \beta}\right)$$

hieraus folgt die nebenstehende Gleichung 1).

Dagegen ist das Verhältnis der Wassermenge:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{F_1 c_1}{F c} = \left(1 + \frac{b(t_1 - t)}{F}\right) \left(1 + \frac{b(t_1 - t)}{2F}\right) \cdot \left(1 - \frac{t_1 - t}{u \sin \beta}\right)$$

oder:

$$\frac{Q_1}{Q} = \left(1 + \frac{b(t_1 - t)}{F}\right) \left[1 + (t_1 - t) \left(\frac{b}{2F} - \frac{1}{u \sin \beta}\right)\right]$$

oder:

$$\frac{Q_1}{Q} = 1 + (t_1 - t) \left(\frac{3b}{2F} - \frac{1}{u \sin \beta}\right)$$

woraus die nebenstehende Gleichung 2) folgt.

Bei breiteren Kanälen mit wenig Böschung genügt es:

$$F = bt \text{ und } \frac{1}{u \sin \beta} = 0 \text{ zu setzen.}$$

Antwort. Kennt man die anfängliche Tiefe t , die spätere t_1 , die obere Breite des Kanals b , den anfänglichen Querschnitt F , den anfänglichen Umfang des Wasserprofils u , den Böschungswinkel der Ufer β , so ist für den Fall einer Anschwellung der relative Zuwachs der Geschwindigkeit:

$$1) \dots \frac{c_1 - c}{c} = (t_1 - t) \left(\frac{b}{2F} - \frac{1}{u \sin \beta}\right)$$

und der relative Zuwachs der Wassermenge:

$$2) \dots \frac{Q_1 - Q}{Q} = (t_1 - t) \left(\frac{3b}{2F} - \frac{1}{u \sin \beta}\right)$$

wofür man bei breiteren Kanälen mit geringerer Böschung mit annähernder Genauigkeit setzen kann:

$$3) \dots \frac{c_1 - c}{c} = \frac{1}{2} \frac{t_1 - t}{t}$$

und

$$4) \dots \frac{Q_1 - Q}{Q} = \frac{3}{2} \frac{t_1 - t}{t}$$

Demnach ist unter der angegebenen Voraussetzung die relative Veränderung der Geschwindigkeit die Hälfte, die relative Veränderung der Wassermenge aber das Anderthalbfache von der relativen Veränderung des Wasserstandes. (Siehe die nebenstehende Erkl. 50.)

Erkl. 51. Nach den Regeln der Buchstabenrechnung ist, wenn $0 < x < 1$ ist:

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \frac{7}{256}x^5 - \dots$$

$$\sqrt{1-x} = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 - \frac{7}{256}x^5 - \dots$$

Frage 60. Welches Gesetz hat ausserdem noch Eytelwein über die Vermehrung der mittleren Geschwindigkeit eines angeschwollenen Flusses von sehr grosser Breite unter der Voraussetzung aufgestellt, dass die Gefälle nicht merklich von einander verschieden und dass die Querprofile Rechtecke sind?

Antwort. Nach Eytelwein verhalten sich die mittleren Geschwindigkeiten bei verschiedenen Anschwellungen breiter Ströme beinahe wie die Quadratwurzeln aus den mittleren Wassertiefen; oder es ist:

$$c:c_1 = \sqrt{t}:\sqrt{t_1}$$

Frage 61. Wie lautet der Beweis für diesen Satz?

Erkl. 52. Von Woltmann wurde zuerst die Aufgabe gelöst, wie das Querprofil eines Kanals einzurichten ist, wenn bei vorkommenden Anschwellungen die mittleren Geschwindigkeiten stets dieselben bleiben und damit Nachteile für Schifffahrt und Haltbarkeit der Ufer vermieden werden sollen. Die Hauptbedingung der Auflösung ist, dass in Formel 24):

$$c = k \sqrt{\frac{h}{l} \cdot \frac{F}{u}}$$

der Ausdruck:

$$\frac{h}{l} \cdot \frac{F}{u}$$

eine unveränderliche Grösse bleibt, und das Resultat ergibt ein Querprofil von der Form der Figur 13, dessen seichte Ufer der Schifffahrt mehr Nachteile wie Vorteile bringen würde. Ueberdies würde bei sandigem Boden die praktische Ausführung derartiger Profile kaum möglich sein und die Ufer bald hinweggerissen werden.

Figur 13.



Antwort. Für ein rechteckiges Querprofil von der Breite b und der Tiefe t ist:

$$F = bt \text{ und } u = b + 2t$$

folglich nach Antwort auf Frage 44 die mittlere Geschwindigkeit:

$$c = 50,9 \sqrt{\frac{bt}{b+2t} \cdot \frac{h}{l}}$$

Bei unveränderter mittlerer Breite b sei der durch Anschwellung entstandene Wasserstand t_1 und das Gefälle h_1 , dann ist die mittlere Geschwindigkeit des angeschwollenen Flusses:

$$c_1 = 50,9 \sqrt{\frac{bt_1}{b+2t_1} \cdot \frac{h_1}{l}}$$

und es verhält sich:

$$c:c_1 = \sqrt{\frac{bth}{b+2t}} : \sqrt{\frac{bt_1h_1}{b+2t_1}}$$

Sind die Gefälle nicht merklich von einander verschieden, so kann man bei sehr breiten Strömen:

$$b + 2t = b + 2t_1$$

annehmen, und es ist beinahe:

$$c:c_1 = \sqrt{t}:\sqrt{t_1}$$

k) Stauhöhe und Stauweite bei Einbauten in Kanälen und Flüssen.

α) Allgemeines.

Frage 62. Welchen Einfluss haben die Unregelmässigkeiten eines Flussbettes, wie Krümmungen, Sandbänke, Einbaue oder sonstige Verengungen, Wehre u. dergl. auf die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers?

Erkl. 53. Eine genaue Berechnung der durch Verengungen hervorgerufenen Geschwindigkeits- und Druckhöhenveränderungen ist bei unregelmässigen Flussbetten unmöglich und kann nur bei regelrechten künstlichen Einbauten in Mühlenkanälen oder kanalartigen Flussbetten vorgenommen werden.

Antwort. Sobald an irgend einer Stelle eines Flussbettes eine Querschnittsverengung entweder

- a) durch seitliche Einbaue und Brückenpfeiler der Breite nach oder
- b) durch Ueberfallswehre oder sonstige lokale Erhöhungen des Grundbettes der Höhe nach

auftritt, so wird die Geschwindigkeit des Wassers an diesen Stellen vermehrt, während in dem auf solche Stellen folgenden grösseren Wasserquerschnitt eine verzögerte Bewegung des Wassers eintritt.

Frage 63. Da aber eine vermehrte Geschwindigkeit des fliessenden Wassers nur die Folge einer vergrösserten Druckhöhe sein kann, so muss die eben erwähnte Geschwindigkeitsvermehrung an den Stellen der Verengung des natürlichen Querschnittes des Stromes mit welcher anderen Erscheinung in Verbindung gebracht werden?

Antwort. Eine solche vermehrte Geschwindigkeit kann nur durch eine vermehrte Druckhöhe oberhalb der gedachten Verengung des natürlichen Flussbettes erzeugt werden, und die nächste Folge derselben ist, dass sich der Wasserspiegel stromaufwärts bis zu einer gewissen Höhe und bis auf eine gewisse Entfernung erhebt.

Frage 64. Mit welchem Namen bezeichnet man diese Erscheinung?

Erkl. 54. Die Frage, wie weit die Aufstauung geschieht, kann in manchen Fällen von besonderer Wichtigkeit sein, besonders bei der Anlage oder Erhöhung eines Wehres, insofern dadurch Ueberschwemmungen der oberen Uferstrecken befördert oder die Interessen einer oberhalb liegenden Mühle geschädigt werden könnten.

Antwort. Diese Erhebung des Wasserspiegels über den natürlichen Stand nennt man Stau, und die Anlage, welche den Stau verursacht, heisst in Beziehung auf diese Wirkung ein Stauwerk.

Frage 65. Zu welchem Zwecke werden derartige Stauwerke angelegt?

Erkl. 55. Um diesen Zweck zu erreichen, bringt man quer durch den Fluss Einbauten aus Holz oder Steinen, also künstliche Dämme an, die man Wehre nennt, und durch welche das Wasser aufgestaut und zurückgehalten wird, um zur Bewässerung, meist aber zur Erzeugung eines auf eine Stelle vereinigten Gefälles für eine Wasserkraftmaschine zu dienen.

Antwort. Die Stauwerke haben den Zweck, die vorhandene Geschwindigkeit der Flüsse und Bäche, welche zum Betriebe von Maschinen gewöhnlich zu gering ist, zu erhöhen, oder das Wasser durch sein Gewicht auf die Maschine wirken zu lassen.

Frage 66. Was versteht man unter Stauhöhe und Stauweite?

Erkl. 56. Unmittelbar oberhalb der Stau-
stelle wird der Wasserspiegel so lange steigen,
bis derselbe diejenige Höhe erreicht hat, bei
welcher die in jeder Sekunde durch den ver-
engten Querschnitt hindurch fließende Wasser-
menge ebenso gross geworden ist wie die
Wassermenge, welche vorher bei überall gleichem
Querprofile in jeder Sekunde an dieser Stelle
vorbeifloss.

Antwort. Die Grösse dieser Erhebung
über den natürlichen Wasserspiegel nennt
man die Stauhöhe und die Strecke, bis
zu welcher die eingetretene Anstauung sich
stromaufwärts fortpflanzt, ist die Stau-
weite.

Frage 67. Was versteht man unter Rückstau?

Erkl. 57. Der Rückstau ist die Ursache
der schäumenden Strudel des von einem Wehre
herabfallenden Wassers, und bewirkt, dass dieses
in geringem Abstände vom Wehre sich gewöhn-
lich höher stellt, als am Fusse desselben. Der
Rückstau bei unvollkommenen Ueberfällen und
überall da, wo seine Entstehungsursache unter
dem Wasserspiegel liegt, verursacht eine mul-
denförmige Gestalt der Wasseroberfläche.

Auch unter den Schaufeln solcher Wasser-
räder, die sich in geschlossenen Rinnen bew-
egen, wird der Rückstau häufig fühlbar, weil
die noch übrige Geschwindigkeit des Wassers,
nachdem es die Schaufeln verlassen hat, sehr
rasch abnimmt. Man kann seinen schädlichen
Einfluss durch Aufopferung eines Teiles des
Gefälles vermindern, indem man den Rinnen
einen starken Fall giebt. Besser ist es, das
von den Rädern abfallende Wasser unmittelbar
in freies Wasser eintreten zu lassen, dessen
Bett breiter gemacht und vertieft wird.

Antwort. Es wurde bereits in Antwort
auf Frage 62 bemerkt, dass die infolge einer
Aufstauung erzeugte beschleunigte Bewegung
des überfallenden Wassers bald wieder in
eine langsamere Bewegung übergeht. Das
abwärts gefallene und dadurch beschleunigte
Wasser trifft also auf langsamer fließendes
Unterwasser, wodurch eine erneuerte An-
schwellung, also eine aufsteigende Be-
wegung bei verminderter fortschreitender
Geschwindigkeit eintritt. Diese Erscheinung
nennt man Rückstau.

Frage 68. Wie lässt sich aus den
verschiedenen Geschwindigkeiten des
Wassers die Höhe des Rückstaues,
d. h. die Höhe ermitteln, zu welcher das
bis zu seiner grössten Geschwindigkeit
beschleunigte Wasser aufsteigen müsste,
um den entsprechenden Geschwindig-
keitsverlust zu erfahren?

Antwort. Ist c die Geschwindigkeit des
Wassers an der stärksten Senkung seiner
Oberfläche, c_1 die durch den Rückstau ver-
minderte Geschwindigkeit, so ist $\frac{c^2 - c_1^2}{2g}$
die Höhe des Rückstaues, auf welcher das
Wasser den Geschwindigkeitsverlust $c - c_1$
erleidet.

Frage 69. Welche zwei Arten von
regelrechten Einbauen sind im folgenden
zu unterscheiden?

Antwort. Die künstlichen Einbaue (siehe
Erkl. 53) erstrecken sich entweder
a) über die ganze Breite oder
b) nur über einen Teil des Wasserbettes.

Frage 70. Welche Arten der Einbaue gehören zu der ersten Gruppe und welche zu der zweiten?

Erkl. 58. Wenn am unteren Ende eines Kanals eine Stauung, z. B. durch den Bau eines Wehres, eintritt, so entsteht von dem Wehre aufwärts eine veränderliche und zwar eine abnehmende Tiefe, folglich auch, solange die Wassermenge dieselbe bleibt, eine zunehmende Geschwindigkeit, bis endlich in einer gewissen Entfernung der Einfluss der Stauung verschwindet und bei der früheren Tiefe auch die frühere Geschwindigkeit sich erhält.

Antwort. Zur ersten Gruppe gehören die dichten Wehre, bei denen man wieder vollkommene und unvollkommene Ueberfallwehre, sowie Durchlass- und Schleusenwehre unterscheidet.

Zur zweiten Gruppe gehören die lichten Wehre, wie Buhnen, Parallelwerke und Brücken, wenn die Pfeiler der letzteren in den Strom eingebaut sind.

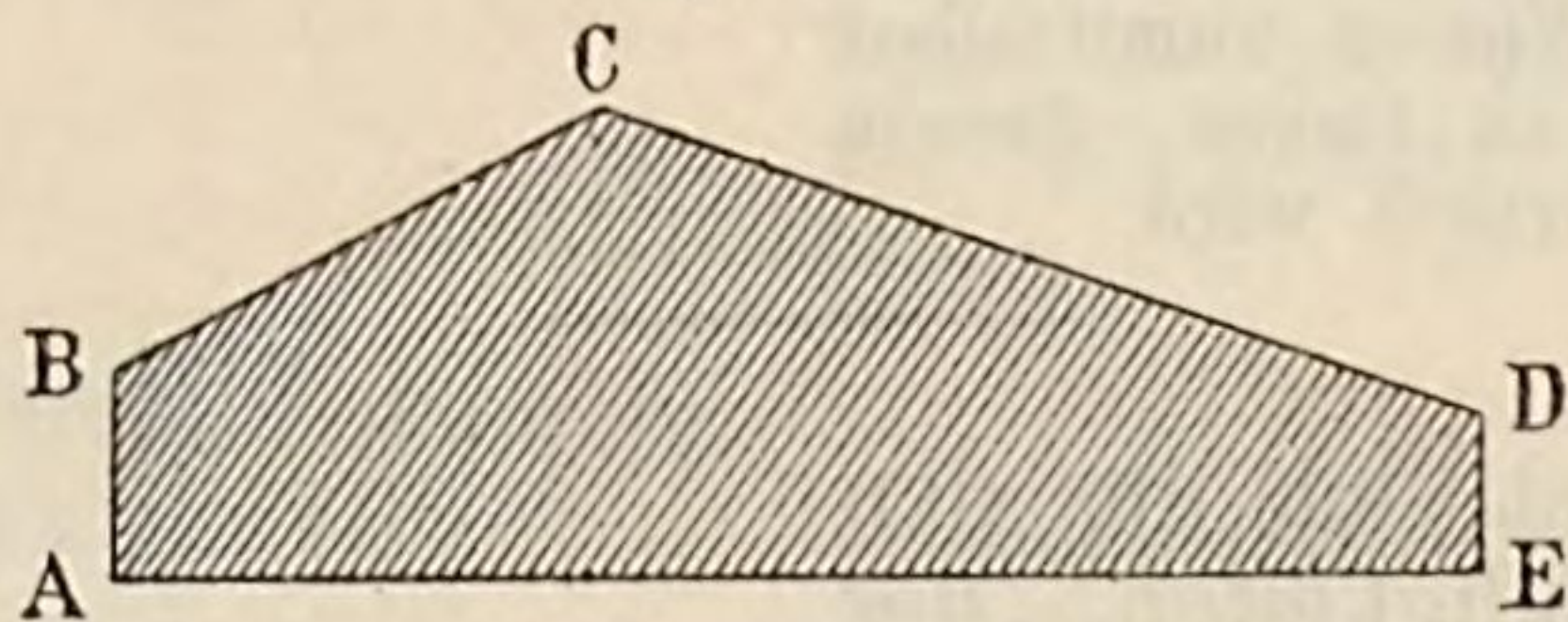
Frage 71. Wodurch unterscheiden sich Ueberfall- und Schleusenwehre von einander?

Erkl. 59. Der in Richtung des Stromes gebildete Querschnitt des Wehres hat die Form eines Fünfecks $ABCDE$ (siehe Figur 14), oder bei massiven Wehren rundet man die scharfen Kanten ab, um den Abfluss des Wassers zu erleichtern (siehe Figur 15); die durch C gehende oberste Kante des Wehres heisst Sattelbaum, Wehrbaum oder Fachbaum, dessen Verückung bei Strafe verboten ist. An dem Wehre ist weiter zu unterscheiden die Sohle AE , die Brust AB , der Vorherd BC , der Abschussboden CD und der Rücken DE .

Antwort. Die Ueberfallwehre kommen zur Anwendung, wenn ein Teil des fließenden Wassers in einen oberhalb des Wehres mündenden Kanal treten und hier eine Maschine in Bewegung setzen soll.

Die Schleusenwehre werden dagegen unmittelbar vor der zu treibenden Maschine angelegt, und durch den Aufstau des Wassers fällt das Wasser mit einer grösseren Geschwindigkeit auf die Maschine, wirkt also mit einer grösseren lebendigen Kraft.

Figur 14.



Frage 72. Welchen Unterschied macht man, je nachdem der Fachbaum bei Ueberfallwehren über oder unter dem ursprünglichen Wasserspiegel liegt?

Erkl. 60. Man pflegt die durch Wehre zu bewirkende Aufstauung nicht über 2,2 bis 2,5 m zu machen.

Antwort. Liegt der Fachbaum höher als der ursprüngliche Wasserspiegel, so ist das Ueberfallwehr ein vollkommenes; liegt der Fachbaum dagegen tiefer als der ungestaute Wasserspiegel, so heisst dasselbe ein unvollkommenes.

β) Stauhöhe bei vollkommenen Ueberfallswehren.

Anmerkung 3. Das Ueberfallwehr ist so eingerichtet, dass es das Wasser nur bis zu einer gewissen Höhe staut, dann aber, wenn es diese Höhe erreicht hat, über sich wegströmen lässt. Man beabsichtigt bei solcher Anlage besonders das Mittel- und Kleinwasser zu stauen und trägt dafür Sorge, dass das Hochwasser, ohne Ueberschwemmung zu verursachen, abgeführt werden kann. Die Höhe und Lage der

Ueberfallschwelle oder des Fachbaumes, über welche das Wasser bei hölzernen Wehren fließt und von der die Stauung abhängt, wird durch einen eingeschlagenen Aichpfahl oder Mahlbaum oder einen neben dem Wehre angebrachten Pegel bestimmt. Da durch ein Ueberfallwehr das natürliche Abflussprofil verkleinert werden soll, so hat man, um eine grössere Breite des Querschnitts für die Abflussmenge über der Ueberfallschwelle zu erhalten, das Wehr zu verlängern, gleichzeitig aber auch dafür Sorge zu tragen, dass die Ufer des Flusses nicht unterwaschen oder abgebrochen werden. Man führt daher das Wehr schräg gegen den Strom, oder lässt es ein mit der Spitze gegen den Strom gerichtetes Dreieck bilden, oder giebt ihm die Form eines Kreisbogenstückes, mit der Krümmung gegen den Strom gekehrt. Das überstürzende Wasser wird ausserdem bei allen diesen Formen von dem Ufer ab nach der Mitte zu geleitet, dadurch, dass man daselbst der Wehrkappe oder Krone eine Einbiegung nach unten giebt.

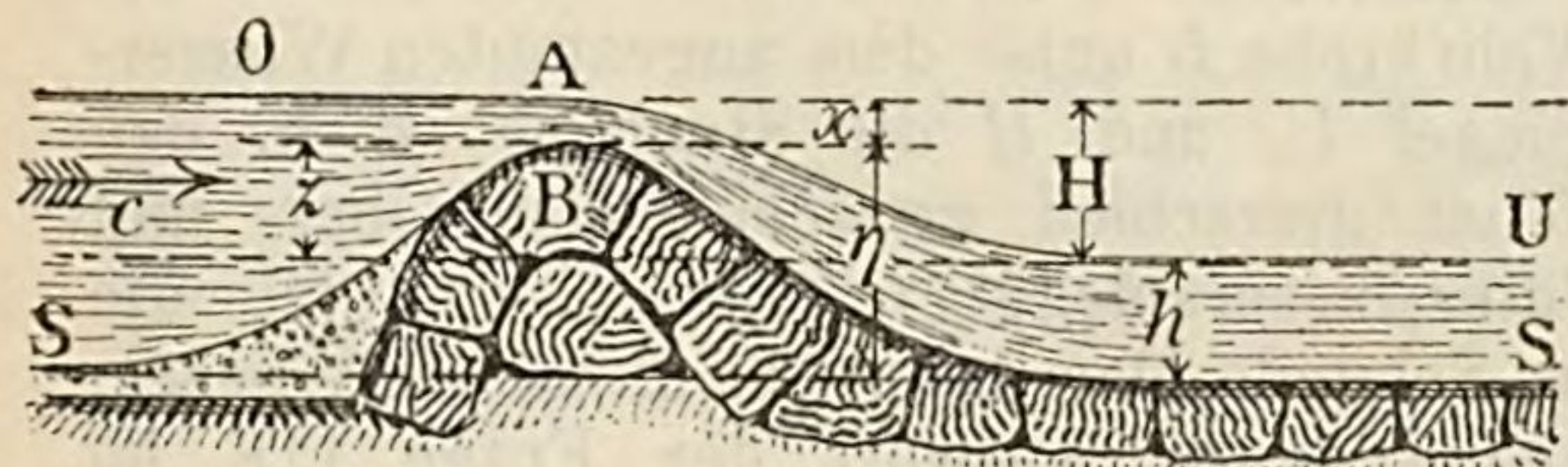
Frage 73. Was sind vollkommene Ueberfallwehre?

Erkl. 61. Die senkrechte Entfernung des gestauten Wasserspiegels von dem natürlichen heisst die Stauhöhe und die senkrechte Entfernung des Fachbaumes von der Sohle des Flusses nennt man die Wehrhöhe.

Antwort. Vollkommene Ueberfallwehre sind solche Wehre, bei denen der Unterwasserspiegel U (siehe die folgende Figur) stets unter der Wehrkrone oder dem Fachbaume B liegt.

Frage 74. Wie lässt sich für einen bestimmten Fall für ein solches Wehr die zur Erzeugung der Stauhöhe erforderliche Höhe der Wehrkrone über dem ungestauten Wasserspiegel, sowie die Wehrhöhe über der Sohle des Flussbettes ermitteln?

Figur 15.



Antwort. Ist H (siehe Figur 15) die Stauhöhe, welche man durch Einbauen des Wehres zu erzeugen beabsichtigt, d. h. der Höhenunterschied zwischen Ober- und Unterwasserspiegel, b die Breite der Wehrkrone oder des Fachbaumes, sowie $x = AB$ die Tiefe der Ueberfallstelle B unter dem ungesenkten Oberwasserspiegel O , und c die mittlere Geschwindigkeit im grössten Stau-profile vor dem Wehre, so ist (nach Antwort auf Frage 113 im ersten Teile der Hydrodynamik) die pro Sekunde über das Wehr fließende Wassermenge:

$$A) \dots Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(x + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

oder wenn c sehr klein ist, dann ist:

$$B) \dots Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} x^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \mu b x \sqrt{2gx}$$

Erkl. 62. Nach der nebenstehenden Gleichung A) ist:

$$\frac{3Q}{2\mu b \sqrt{2g}} = \left(x + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}}$$

oder:

$$\frac{3Q}{2\mu b \sqrt{2g}} + \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(x + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}}$$

oder:

$$\left[\frac{3Q}{2\mu b \sqrt{2g}} + \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}} = x + \frac{c^2}{2g}$$

Soll nun die zur Erzeugung der Stauhöhe H notwendige Höhe z der Wehrkrone über dem ungestauten Wasserspiegel ermittelt werden, so ist:

$$z = H - x$$

oder nach nebenstehender Erkl. 62:

$$1) \dots z = H + \frac{c^2}{2g} - \left[\frac{3Q}{2\mu b \sqrt{2g}} + \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}}$$

oder:

$$-x = \frac{c^2}{2g} - \left[\frac{3Q}{2\mu b \sqrt{2g}} + \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}}$$

Erkl. 63. Ist B die natürliche Flussbreite vor dem Wehre, im grössten Stauprofile, so ist:

$$c = \frac{Q}{B(h+H)}$$

Erkl. 64. Nach Eytelwein soll man für Ueberfälle mit Flügelwänden bei gehörig abgerundeter Ueberfallskante:

$$\mu = 0,855 \text{ oder } \frac{2}{3}\mu = 0,570$$

dagegen bei Ueberfällen ohne Flügelwände:

$$\mu = 0,632$$

setzen. Nach Weisbach ist für den ersten Fall:

$$\mu = 0,8$$

Ferner ist die Wehrhöhe η über der Sohle SS des Flussbettes, wenn h die Tiefe des natürlichen ungestauten Wasserstromes bezeichnet:

$$\eta = h + H - x$$

oder den entsprechenden Wert für x eingesetzt:

$$2) \dots \eta = h + H + \frac{c^2}{2g} -$$

$$\left[\frac{3Q}{2\mu b \sqrt{2g}} + \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}}$$

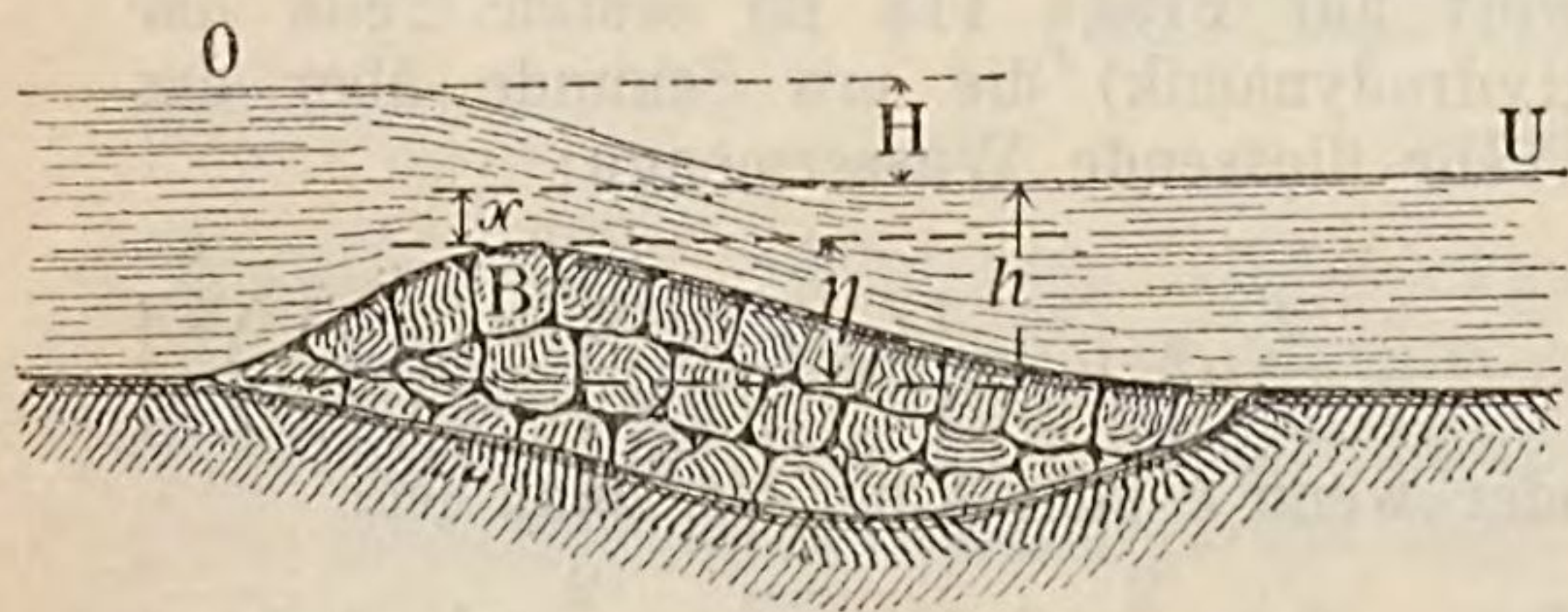
γ) Stauhöhe bei unvollkommenen Ueberfallswehren.

Frage 75. Was versteht man unter einem unvollkommenen Ueberfallswehr?

Antwort. Ein unvollkommenes Ueberfallswehr ist ein solches Wehr, bei dem der Wasserspiegel des Unterwassers stets über der Wehrkrone liegt.

Frage 76. Wie lässt sich für diesen Fall die Tiefe der Wehrkrone unter dem ursprünglichen ungestauten Wasserspiegel, sowie die Höhe derselben über dem Flussbett berechnen?

Figur 16.



Erkl. 65. Setzt man nach Weisbach:

$$\mu = \mu_1 = 0,8$$

so folgt aus der nebenstehenden Gleichung 1):

$$x = \frac{Q}{0,8 \cdot b \sqrt{2gH}} - 0,66 H$$

Nimmt man dagegen nach Redtenbacher:

$$\mu = 0,855 \text{ und } \mu_1 = 0,62$$

so ist:

$$x = \frac{Q}{0,62 \cdot b \sqrt{2gH}} - 0,92 H$$

Antwort. Bezeichnet x die Tiefe der Wehrkrone B unter dem ungestauten Wasserspiegel U , und H die Stauhöhe, d. h. den Höhenunterschied zwischen dem Ober- und Unterwasserspiegel O und U , so ist die pro Sekunde über das Wehr fließende Wassermenge (nach Antwort der Frage 118 im I. Teil der Hydrodynamik):

$$A) \dots Q = \frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH} + \mu_1 b x \sqrt{2gH}$$

folglich ist:

$$x = \frac{Q - \frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH}}{\mu_1 b \sqrt{2gH}}$$

oder:

$$1) \dots x = \frac{Q}{\mu_1 b \sqrt{2gH}} - \frac{2}{3} \frac{\mu}{\mu_1} H$$

Bezeichnet h wieder die natürliche ungestaute Wassertiefe des Flusses, so ist die Höhe η der Wehrkrone:

$$\eta = h - x$$

oder für x den obigen Wert eingesetzt:

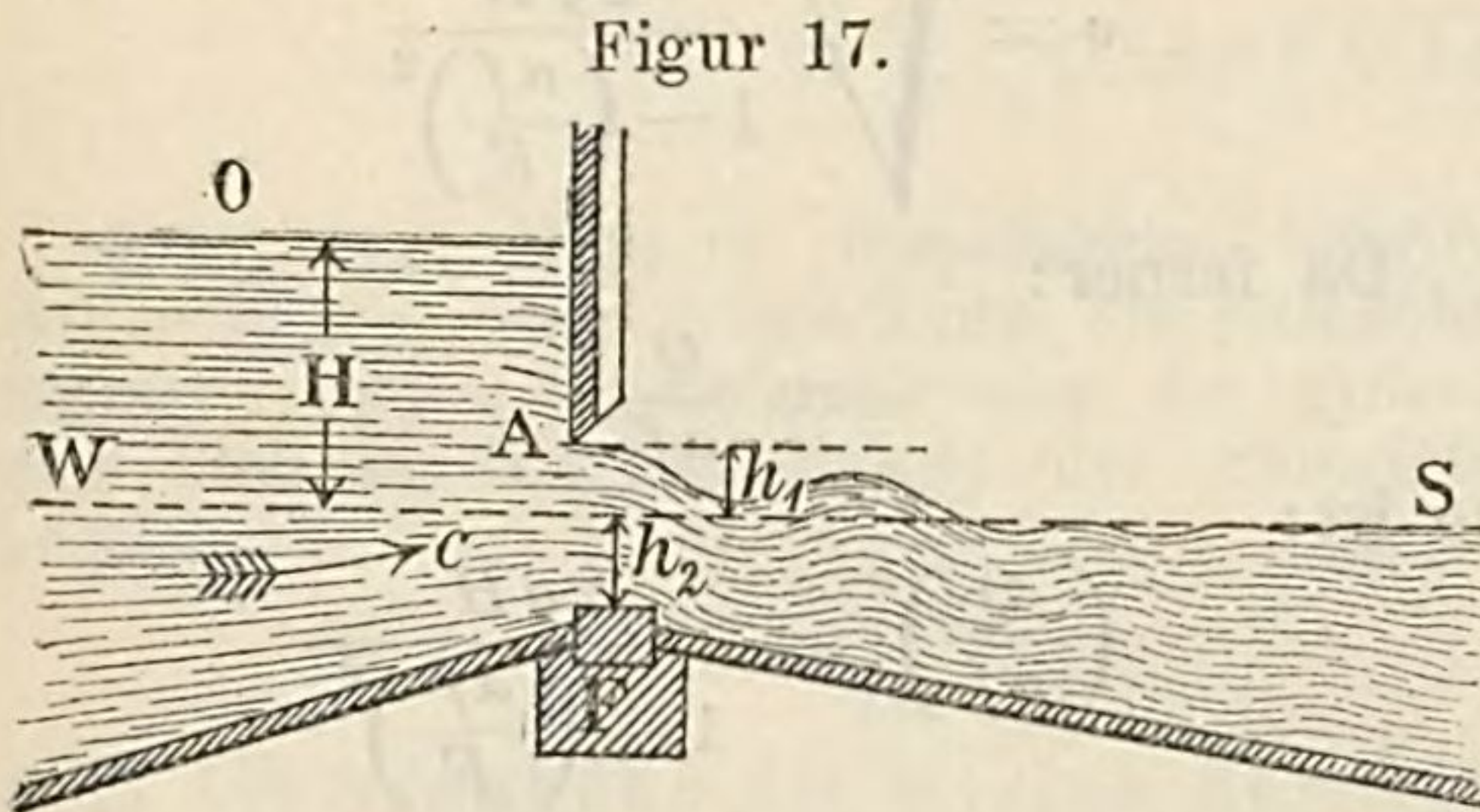
$$2) \dots \eta = h - \frac{Q}{\mu_1 b \sqrt{2gH}} + \frac{2}{3} \frac{\mu}{\mu_1} H$$

(siehe die nebenstehende Erkl. 65).

δ) Stau bei Durchlass- oder Schleusenwehren.

Anmerkung 4. Die Durchlass- oder Schleusenwehre erhalten mehrere Oeffnungen, welche nach Bedürfnis durch Schützen geschlossen werden können, im übrigen sind sie ganz wie die Ueberfallwehre und zu gleichem Zwecke angelegt. Die Schützen reichen weit unter den Wasserspiegel, sind 2 bis 5 m breit aus 7 bis 10 cm dicken Bohlen zusammengesetzt und bewegen sich in den Falzen der aufrecht stehenden Griessäulen, welche, auf einem auf Piloten ruhenden Schweller eingezapft, nach Bedarf verstrebt und oben querüber durch den Griesholm verbunden sind. Von dem Schweller oder Fachbaum erstrecken sich stromauf- und stromabwärts die ebenfalls auf Pfahlrost ruhenden, mit Spundwänden abgeschlossenen und gedielten Vor- und Hinterfluter. Zum Aufziehen und Niederlassen dieser Schützen dient gewöhnlich eine in den Griessäulen gelagerte Holzweile, an welche die Schützen durch Ketten oder gezahnte Stangen angeschlossen sind, und deren Umdrehung durch Hebel, Winden oder Kurbel mit Zahnradvorgelege erfolgt, meist von einer, vor dem Grieswerke querüber gelegten Laufbrücke aus.

Frage 77. Welche drei Fälle sind hier in Bezug auf Lage des Unterwasserspiegels zu der Ausflussöffnung zu unterscheiden?



Antwort. 1) Der Wasserspiegel WS des ungestauten Wassers geht durch die Ausflussöffnung, d. h. er liegt unterhalb der oberen Kante A (s. Figur 17) der Schützenöffnung.

2) Die Mündung liegt ganz unter Wasser.

3) Der Fachbaum F des Schleusenwehres liegt über dem Spiegel WS des Unterwassers.

Frage 78. Wie gross ist für den ersten Fall die pro Sekunde durch die Ausflussöffnung AF strömende Wassermenge?

Erkl. 66. Bei der verhältnismässig geringen Höhe des Teils der Oeffnung, durch welchen das Wasser frei ausfliesst, ist die senkrechte Entfernung des Mittelpunkts dieses Teils vom Niveau O des Oberwassers, d. h.:

$$H - \frac{1}{2} h_1$$

als Druckhöhe anzusehen, und demnach ist (siehe I. Teil der Hydrodynamik):

$$q_1 = \mu_1 f_1 \sqrt{2g \left(H - \frac{1}{2} h_1 \right)}$$

oder da $f_1 = b h_1$, so ist:

$$q_1 = \mu_1 b h_1 \sqrt{2g \left(H - \frac{1}{2} h_1 \right)}$$

Antwort. Ein Teil des Wassers von der Höhe h_1 fliesst durch die Schützenmündung frei in die Luft, während der andere Teil von der Höhe h_2 unter Wasser ausfliesst. Sind nun μ_1 und μ_2 die betreffenden Ausflusskoeffizienten, ferner b die lichte Weite der rechteckigen Mündung und H die Stauhöhe, so ist die pro Sekunde frei ausströmende Wassermenge (siehe Erkl. 66):

$$q_1 = \mu_1 b h_1 \sqrt{2g \left(H - \frac{1}{2} h_1 \right)}$$

Ferner ist für das sekundlich unter Wasser ausströmende Wasserquantum:

$$q_2 = \mu_2 b h_2 \sqrt{2g H}$$

Folglich ist die gesamte Wassermenge:

$$1) \dots Q = q_1 + q_2 = b \sqrt{2g} \left[\mu_1 h_1 \sqrt{\left(H - \frac{1}{2} h_1 \right)} + \mu_2 h_2 \sqrt{H} \right]$$

Erkl. 67. In der nebenstehenden Formel ist die Geschwindigkeit c , mit welcher das

Wasser vor der Mündung ankommt, nicht mit berücksichtigt worden; andernfalls ist:

$$2) \dots Q = b \sqrt{2g} \left[\mu_1 h_1 \sqrt{\left(H - \frac{1}{2} h_1\right) + \frac{c^2}{2g}} + \mu_2 h_2 \sqrt{H + \frac{c^2}{2g}} \right]$$

Frage 79. Welchen Wert erhält man für die Stauhöhe H bei dem zweiten Falle, wenn die Mündung ganz unter Wasser liegt?

Erkl. 68. Wenn h die ungestaute Wassertiefe bezeichnet, so ist:

$$F = b(H + h)$$

und demnach nach nebenstehender Gleichung 3):

$$3a) \dots H = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{\alpha^2 f^2} - \frac{1}{b^2 (H + h)^2} \right]$$

und da nach Gleichung 3):

$$\frac{Q^2}{2g \alpha^2 f^2} = H + \frac{Q^2}{2g F^2}$$

oder:

$$f^2 = \frac{Q^2}{\left(H + \frac{Q^2}{2g F^2}\right) 2g \alpha^2}$$

so ist:

$$3b) \dots f = \frac{Q}{\alpha \sqrt{2gH + \left(\frac{Q}{F}\right)^2}}$$

Erkl. 69. Für den dritten Fall dient gleichfalls Gleichung 3) und 3a), nur dass dabei H die Druckhöhe über der Mitte der Schützenöffnung bis zum Oberwasserspiegel O darstellt.

Antwort. Ist die Mündung:

$$f = b(h_1 + h_2)$$

ganz unter Wasser, und bezeichnet F den Inhalt des Oberwasserprofils unmittelbar vor der Mündung, so lässt sich der Ausfluss so betrachten, als träte das Wasser durch den Querschnitt F in ein Gefäss, und durch eine Mündung αf (wenn α den Kontraktionskoeffizienten bezeichnet) aus demselben, so dass die betreffende Geschwindigkeit in der Mündung (nach Antwort auf Frage 26, I. Teil der Hydrodynamik):

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \left(\frac{\alpha f}{F}\right)^2}}$$

Da ferner:

$$v = \frac{Q}{\alpha f}$$

so ist:

$$\left(\frac{Q}{\alpha f}\right)^2 = \frac{2gH}{1 - \left(\frac{\alpha f}{F}\right)^2}$$

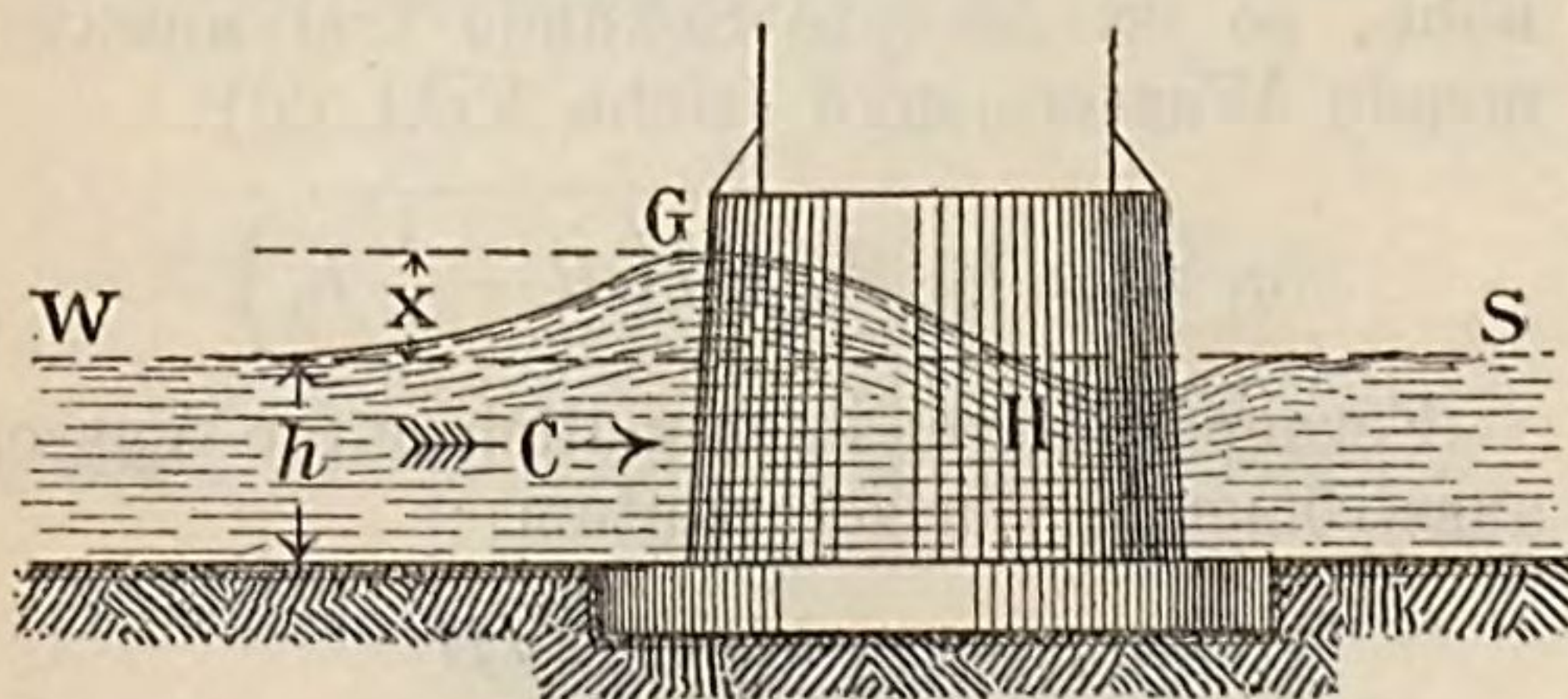
oder:

$$3) \dots H = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\alpha^2 f^2} - \frac{1}{F^2} \right)$$

ε) Stauhöhe bei Brücken, Buhnen und Schleusen.

Frage 80. Aus welcher Betrachtung ergibt sich eine Formel für die sekundliche Durchflussmenge des Wassers bei Brücken und dergleichen?

Figur 18.



Erkl. 70. Nach Navier ist bei Brückenöffnungen zu nehmen:

$\mu = 0,95$, wenn die Pfeiler in Halbkreisen oder spitzen Winkeln endigen;

Antwort. Es sei WS (siehe Figur 18) der natürliche, ungestaute Wasserspiegel, G die grösste Erhebung desselben beim Eingang in die Brücke und H seine grösste Senkung. Nimmt man nun an, dass die hier auftretenden Erscheinungen denen bei unvollkommenen Ueberfallswehren entsprechen, setzt man die ungestaute Wassertiefe $= h$, die Stauhöhe $= x$, die natürliche Flussbreite $= B$, die lichte Weite zwischen den Brückenpfeilern $= b$ und die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers im gestauten Profile vom Inhalte:

$$F = B(x + h)$$

$= c$, so erhält man, wenn $\mu = \mu_1 = \mu_2$ angenommen wird, mit Rücksicht auf die in Antwort auf Frage 113 im I. Teil der

$\mu = 0,90$, wenn der Horizontalschnitt des Vorder-
teiles ein stumpfer Winkel ist;

$\mu = 0,70$, wenn die Bögenanfänge ins Wasser
tauchen, wie es bei vielen kleinen Brücken
der Fall ist.

Nach Eytelwein ist:

$\mu = 0,954$ bei Brückenpfeilern mit spitzen
Vorderteilen,

$\mu = 0,855$ bei Pfeilern mit geraden Vorder-
teilen.

Hydrodynamik gegebene Formel für das von
der Höhe x frei abströmende Wasser:

$$q_1 = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(x + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

während zugleich durch den unter Wasser
gesetzten Teil der Mündung von der Höhe h ,
da $f = bh$ beträgt, pro Sekunde die Wasser-
menge:

$$q_2 = \mu b h \sqrt{2g \left(x + \frac{c^2}{2g} \right)}$$

fließt.

Demnach beträgt die gesamte Wasser-
menge pro Sekunde:

$$Q = q_1 + q_2$$

oder:

$$1) \dots Q = \mu b \sqrt{2g} \left[\frac{2}{3} \left(x + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} + h \sqrt{x + \frac{c^2}{2g}} \right]$$

oder genau genug:

$$2) \dots Q = \mu b \sqrt{2g} \left[\left(\frac{2}{3} x + h \right) \cdot \sqrt{x + \frac{c^2}{2g}} \right]$$

Erkl. 71. Mehrere französische Schrift-
steller setzen, wenn x wiederum die Stauhöhe,
ferner c und c_0 beziehungsweise die grösste
und kleinste Geschwindigkeit der Staustelle
bezeichnet:

$$4) \dots x = \frac{c^2 - c_0^2}{2g}$$

d. h. die Stauhöhe ist gleich der Dif-
ferenz der Druckhöhen, welche den
grössten und kleinsten Geschwindig-
keiten der Staustelle entsprechen.

Bezeichnet Q die pro Sekunde durch die
Staustelle fließende Wassermenge und sind f
und F die Inhalte der betreffenden Profile, so
lässt sich für die Gleichung 4) auch schreiben:

$$x = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f^2} - \frac{1}{F^2} \right)$$

oder da $f = \mu b h$ und $F = B(x + h)$ ist:

$$5) \dots x = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{(\mu b h)^2} - \frac{1}{B^2(h + x)^2} \right]$$

Frage 81. Wie lässt sich hieraus
eine Bestimmungsgleichung für die Stau-
höhe x entwickeln?

Antwort. Die Ausflussmenge ist bekannt-
lich [siehe Formel 3), I. Teil der Hydro-
dynamik]:

$$Q = Fc$$

oder da im vorliegenden Falle:

$$F = B(x + h)$$

so ist:

$$Q \text{ oder } Fc = Bc(x + h)$$

und also:

$$c = \frac{Q}{B(x + h)}$$

Erkl. 72. Aus nebenstehender Gleichung 2)
folgt:

$$\left(\frac{Q}{\mu b \sqrt{2g}} \right)^2 = \left(\frac{2}{3} x + h \right)^2 \cdot \left(x + \frac{c^2}{2g} \right)$$

oder:

$$\left(\frac{Q}{\mu b \sqrt{2g}}\right)^2 = \left(\frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{3}hx + h^2\right)$$

oder:

$$\left(\frac{Q}{\mu b \sqrt{2g}}\right)^2 = \frac{4}{9}x^3 + \frac{4}{3}hx^2 + h^2x + \frac{4c^2x^2}{9 \cdot 2g} + \frac{4hc^2x}{3 \cdot 2g} + \frac{h^2c^2}{2g}$$

oder $\frac{c^2}{2g} = H$ eingesetzt und durch $\frac{4}{9}$ geteilt:

$$\frac{9}{4} \left(\frac{Q}{\mu b \sqrt{2g}}\right)^2 = x^3 + 3hx^2 + \frac{9}{4}h^2x +$$

$$Hx^2 + 3hHx + \frac{9}{4}Hh^2$$

$$\left(\frac{3Q}{2\mu b \sqrt{2g}}\right)^2 - \frac{9}{4}Hh^2 = x^3 + x^2(H + 3h) + x\left(\frac{9}{4}h^2 + 3Hh\right)$$

Hieraus folgt endlich die nebenstehende Gleichung 3).

oder für die meisten Fälle genau genug:

$$c = \frac{Q}{Bh}$$

also:

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{Bh}\right)^2$$

Setzen wir für diesen Wert $= H$, so ist nach der nebenstehenden Erklärung die Bestimmungsgleichung für die Stauhöhe x :

$$3) \dots x^3 + x^2(H + 3h) + x\left(\frac{9}{4}h^2 + 3Hh\right) = \frac{9}{8} \frac{Q^2}{\mu^2 b^2 \cdot g} - \frac{9}{4}Hh^2$$

(siehe Kleyer, Lehrbuch der kubischen Gleichungen).

§) Ermittlung der Stauweite.

Frage 82. Inwiefern kann die durch ein Wehr erhaltene Stauung unter Umständen nachteilig wirken?

Erkl. 73. Wenn man das vollständige Ende eines Staues berücksichtigt, so kann die Stauweite unendlich gross werden, d. h. der gestaute Wasserspiegel wird eine Fläche bilden, welche sich der ungestauten Wasseroberfläche bis ins Unendliche nähert, ohne dieselbe jemals vollständig zu erreichen. Bei sehr geringen Wassertiefen und gleichzeitig grossen Geschwindigkeiten kann die Stauweite auch Null werden, d. h. der Wasserspiegel steht an der Staustelle senkrecht, es entsteht ein sog. Sprung oder eine Wasserschwelle.

Antwort. Die durch ein Wehr erhaltene Stauung kann

a) für Wasserwerke, welche sich oberhalb des Wehres befinden,

b) für niedrig gelegene Grundstücke

nachteilig wirken, indem bei hohem Wasserstand die ersteren durch das zurückgestaute Wasser einen Widerstand an ihrem Wasserrade erfahren, die letzteren aber unter grossen Ueberschwemmungen zu leiden haben.

Frage 83. Was ist deshalb bei Anlage eines Wehres für eine bestimmte Stauhöhe zu wissen notwendig?

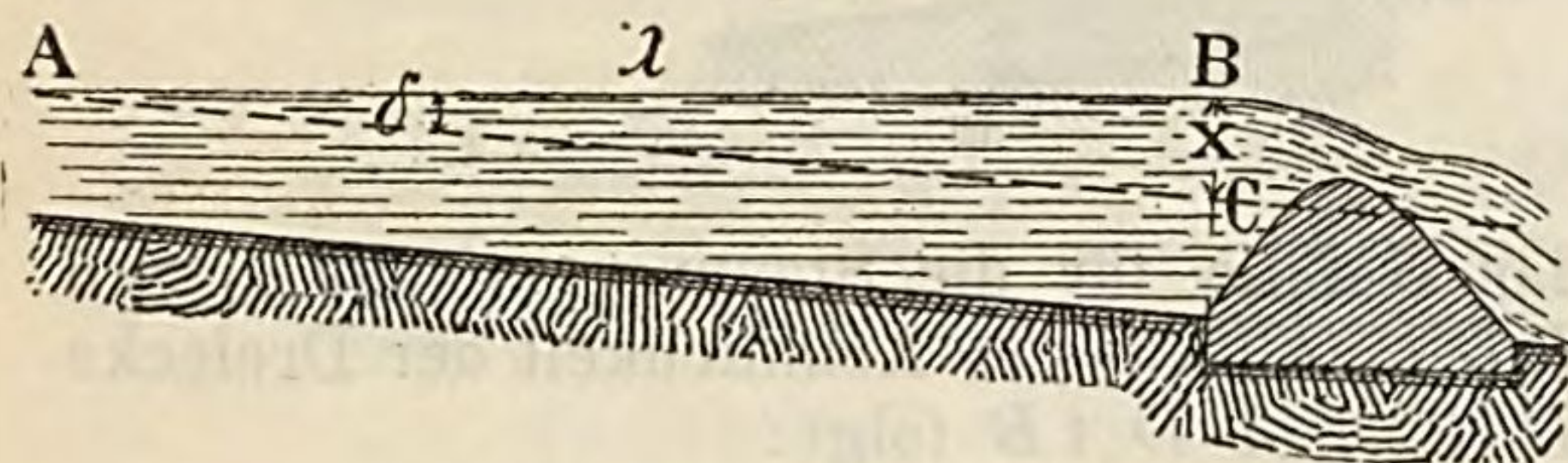
Erkl. 74. Die Stauweite ist mehrfach bestimmt worden, je nachdem man für die Staukurve eine gerade Horizontale, eine gegen den Horizont geneigte gerade Linie, einen Kreisbogen oder einen Parabelbogen angenommen hat.

Antwort. Es ist unter solchen Umständen bei Anlage eines Wehres die Höhe des Fachbaumes über dem natürlichen ungestauten Wasserspiegel so zu bestimmen, dass man im voraus die Stauweite, d. h. die Entfernung anzugeben vermag, bis zu welcher sich die Stauung rückwärts erstreckt.

Frage 84. Wenn man die Staukurve, d. h. die Durchschnittslinie zwischen einer Vertikalebene und der Oberfläche des gestauten Wassers, als eine

gerade horizontale Linie ansieht, so ergibt sich zwischen der Stauhöhe und der Stauweite welche Beziehung?

Figur 19.



Antwort. Sieht man die Staukurve AB (siehe Figur 19) als eine gerade horizontale Linie an, bezeichnet $x = BC$ die Stauhöhe, $\lambda = AB$ die Stauweite und bezeichnet δ den Abhang des ursprünglichen Wasserspiegels oder der Flusssohle, so ist:

$$\frac{\lambda}{x} = \operatorname{ctg} \delta$$

also:

$$1) \dots \lambda = x \cdot \operatorname{ctg} \delta$$

wobei zur Bestimmung von δ die Gleichung:

$$\sin \delta = \frac{h}{l}$$

dient, worin h das ursprüngliche Gefälle und l die Länge der Flussstrecke bezeichnet.

Frage 85. Welcher Wert ergibt sich hieraus für die Stauweite λ ?

Erkl. 75. Nach Funk soll die Kurve, welche der gestaute Wasserspiegel oberhalb des Wehres bildet, als eine halbe Parabel angesehen werden können, deren Achse über dem Wasserspiegel liegt; auch soll die hydraulische Stauweite niemals das Doppelte der hydrostatischen betragen. Auf diese Annahmen gestützt, leitet Funk über die Stauweite den Ausdruck ab:

$$l = \frac{3}{2} \frac{H}{s}$$

worin H die Stauhöhe und s die sog. Rösche bezeichnet.

D'Aubuisson setzt:

$$l = \frac{2H}{s}$$

wonach die hydraulische Stauweite genau doppelt so gross wie die hydrostatische sein würde.

(Weiteres hierüber siehe in Rühlmann, Hydromechanik.)

Antwort. Für eine gleichförmige Bewegung des Wassers in Flussbetten ist nach Antwort auf Frage 40:

$$h = \zeta \frac{lu}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

oder wenn man statt der Geschwindigkeit c die abfließende Wassermenge $Q = Fc$ einsetzt, so ist:

$$\frac{h}{l} \text{ oder } \sin \delta = \zeta \frac{Q^2}{2g} \cdot \frac{u}{F^3}$$

Nun ist aber nach einer goniometrischen Formel:

$$\operatorname{ctg} \delta = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \delta}}{\sin \delta}$$

folglich erhält man für die Stauweite die Gleichung:

$$\lambda = x \frac{\sqrt{1 - \left(\zeta \frac{Q^2}{2g} \frac{u}{F^3} \right)^2}}{\zeta \frac{Q^2}{2g} \frac{u}{F^3}}$$

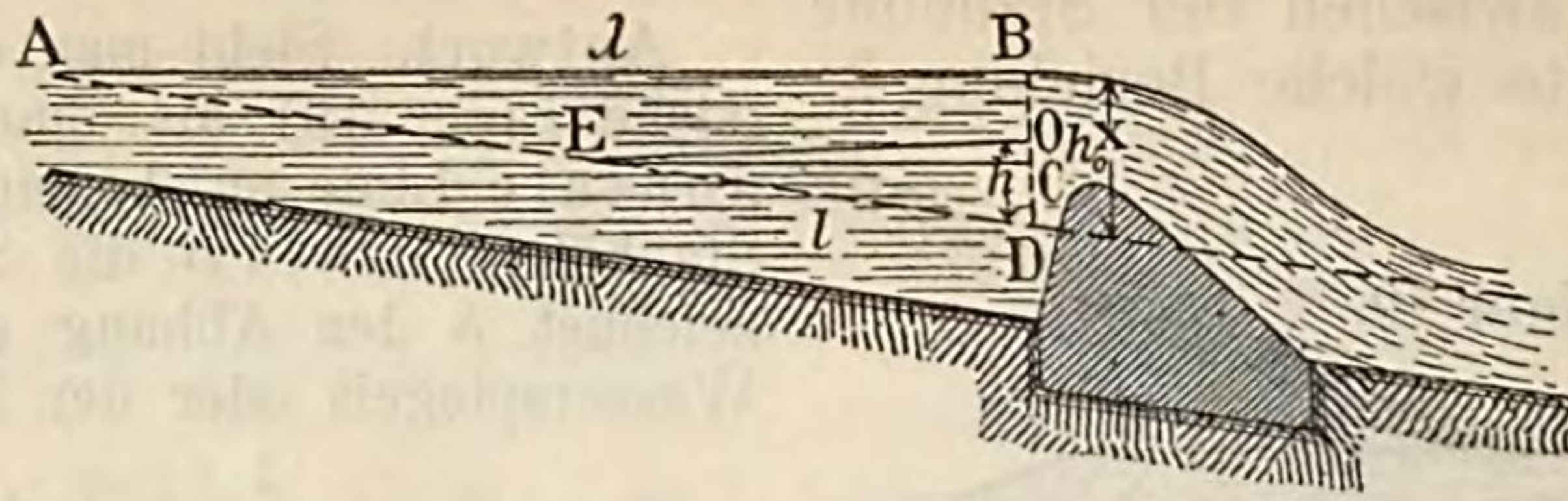
oder:

$$2) \dots \lambda = x \sqrt{\left(\frac{2gF^3}{\zeta Q^2 u} \right)^2 - 1} = x \sqrt{\left(\frac{2gF'}{\zeta c^2 u} \right)^2 - 1}$$

Frage 86. Nimmt man an, dass die Staukurve eine gegen den Horizont geneigte gerade Linie ist, so ergibt sich welche Formel für die Stauweite?

Antwort. Unter der Voraussetzung, dass die Staukurve AB (siehe Figur 20) eine gegen den Horizont geneigte gerade Linie ist, ziehe man von dem beliebig angenommenen Punkte E aus eine Parallele EC zur Staukurve AB und eine Horizontale EO . Es ist dann $OD = h$ das Gefälle für den ursprünglichen Wasserspiegel und $OC = h_0$

Figur 20.



das Gefälle für die Stauung auf die Länge $ED = l$. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke DEC und DAB folgt:

$$\overline{CD} : \overline{BD} = \overline{ED} : \overline{AD}$$

Erkl. 76. Für zwei verschiedene Stauhöhen x und y seien die Stauweiten λ_x und λ_y . Bei Benutzung der vorstehenden Formel 2) ergibt sich:

$$\lambda_x = x \sqrt{\left(\frac{2g F_x^3}{\zeta Q^2 u_x}\right)^2 - 1}$$

$$\lambda_y = y \sqrt{\left(\frac{2g F_y^3}{\zeta Q^2 u_y}\right)^2 - 1}$$

Hieraus folgt:

$$\lambda_y = \frac{y}{x} \lambda_x \sqrt{\frac{\left(\frac{2g F_y^3}{\zeta Q^2 u_y}\right)^2 - 1}{\left(\frac{2g F_x^3}{\zeta Q^2 u_x}\right)^2 - 1}}$$

und bei Vernachlässigung der Summanden 1) unter dem Wurzelzeichen ist:

$$\lambda_y = \frac{y}{x} \lambda_x \cdot \frac{F_y^3 u_x}{F_x^3 u_y}$$

Bezeichnet b die Breite des Flusses, so ist die durch Vergrößerung der Stauhöhe vermehrte aufgestaute Wassermenge:

$$W = \frac{1}{2} \lambda_y y b - \frac{1}{2} \lambda_x x b$$

oder:

$$W = \frac{1}{2} b \lambda_y \left(y - \frac{x}{y} \frac{F_x^3 u_y}{F_y^3 u_x} \right)$$

denn nach der vorigen Gleichung kann man für:

$$\lambda_x = \lambda_y \frac{x}{y} \cdot \frac{F_x^3 u_y}{F_y^3 u_x}$$

einsetzen.

Für $CD = h - h_0$, für $BD = x$ und für $ED = l$ eingesetzt, ergibt sich, wenn man annimmt, dass AD annähernd gleich der Stauweite $AB = \lambda$ ist, die Proportion:

$$h - h_0 : x = l : \lambda$$

oder:

$$\lambda = \frac{l x}{h - h_0}$$

oder:

$$3) \dots \lambda = \frac{x}{\frac{h}{l} - \frac{h_0}{l}}$$

Nach der in der Antwort auf die vorige Frage angewandten Formel ist:

$$\frac{h}{l} = \zeta \frac{Q^2}{2g} \frac{u}{F^3}$$

und

$$\frac{h_0}{l} = \zeta \frac{Q^2}{2g} \frac{u_0}{F_0^3}$$

wenn man unter u und F den benetzten Umfang und Querschnitt des Flusses vor der Stauung, unter u_0 und F_0 die entsprechenden Werte unmittelbar vor dem Wehre nach erfolgter Stauung des Wassers versteht.

Setzen wir diese Werte in dem eben erhaltenen Ausdrucke für die Stauweite λ , so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{x}{\zeta \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{u}{F^3} - \frac{u_0}{F_0^3} \right)} \\ &= \frac{2gx}{\zeta Q^2 \left(\frac{u}{F^3} - \frac{u_0}{F_0^3} \right)} \end{aligned}$$

Nach Dubuat muss man, um der wirklichen Stauweite näher zu kommen, diesen für λ entwickelten Wert mit 1,9 multiplizieren. Hiernach ist:

$$4) \dots \lambda = \frac{1,9 \cdot 2gx}{\zeta Q^2 \left(\frac{u}{F^3} - \frac{u_0}{F_0^3} \right)}$$

Anmerkung 5. Bei der Berechnung der Anlage von Mühlkanälen nach den vorstehenden Formeln ist (nach Gerstner) noch zu berücksichtigen:

1) Ob das Erdreich, worin der Kanal ausgegraben wird, so beschaffen ist, dass man zur Arbeitersparung bei der Aushebung eine grössere Geschwindigkeit annehmen kann. Ist das Erdreich sehr leicht und von wenig Zusammenhang, so wird es bei einer grösseren Geschwindigkeit angegriffen und die Ufer werden durchgerissen.

2) In diesem Falle ist zu untersuchen, ob das zur Erreichung einer grösseren Geschwindigkeit des Wassers im Mühlkanale verwendete, für das Wasserrad verlorene Gefälle nicht etwa für den Betrieb der Mühle einen grösseren Schaden bringt, als die Verminderung der Herstellungskosten.

3) Obgleich es vorteilhaft ist, dem Wasser im Mühlkanale eine kleinere Geschwindigkeit zu geben, so ist dabei doch zu berücksichtigen, dass eine Verschlammung des Kanals um so leichter eintritt, je langsamer das Wasser fliesst, und dass in einem solchen Falle auch die Reinigungskosten mit in Rechnung zu bringen sind.

4) Bei kleinen Kanälen mit langsam fliessendem Wasser ist auch noch zu berücksichtigen, dass dieselben in kalten Wintern gänzlich ausfrieren, was bei einem tiefen und schneller fliessenden Wasser nicht eintritt. In dieser Hinsicht werden solche Kanäle im Winter zugedeckt, um besonders das Einfallen von Schnee und das Ansetzen von Treibeis zu verhindern. Auch wird das Wasser in solchen Mühlkanälen zu Anfang des Frostes durch Einschütten eine Zeit lang höher gehalten, damit das Treibeis in die Höhe steigen und das Wasser an der Oberfläche einfrieren kann, wobei für das darunter fliessende Wasser ein hinreichendes Profil übrig bleibt. (Die kleineren Flüsse frieren im Laufe des Winters gewöhnlich ganz zu. Wenn in solchen Fällen die Eisdecke fest an die Ufer anschliesst und dick genug geworden ist, um einem Drucke von unten Widerstand leisten zu können, verwandelt sich die offene Rinne in ein wirkliches, aber sehr unregelmässig gestaltetes Leitungsrohr. Infolge dessen sind die Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen nicht mehr unmittelbar von dem daselbst vorhandenen Gefälle abhängig, sondern werden durch das Gesamtgefälle der durch den Frost geschlossenen Strecke und durch die hydraulische Reibung bedingt. Häufig wird der für die Bewegung des noch vorhandenen Wassers unter der Eishülle gebliebene Raum so verengt, dass der Abfluss nur unter verstärktem Druck möglich wird; dann staut sich das Oberwasser auf Kosten des Gefälles der oberen Strecken. Dadurch kann es geschehen, dass eine obere Mühle ihre Räder einstellen muss, während die nächstliegende untere Mühle in einem vor Frost geschützten Raume noch fortfährt, mit vollem Nachdruck zu arbeiten.)

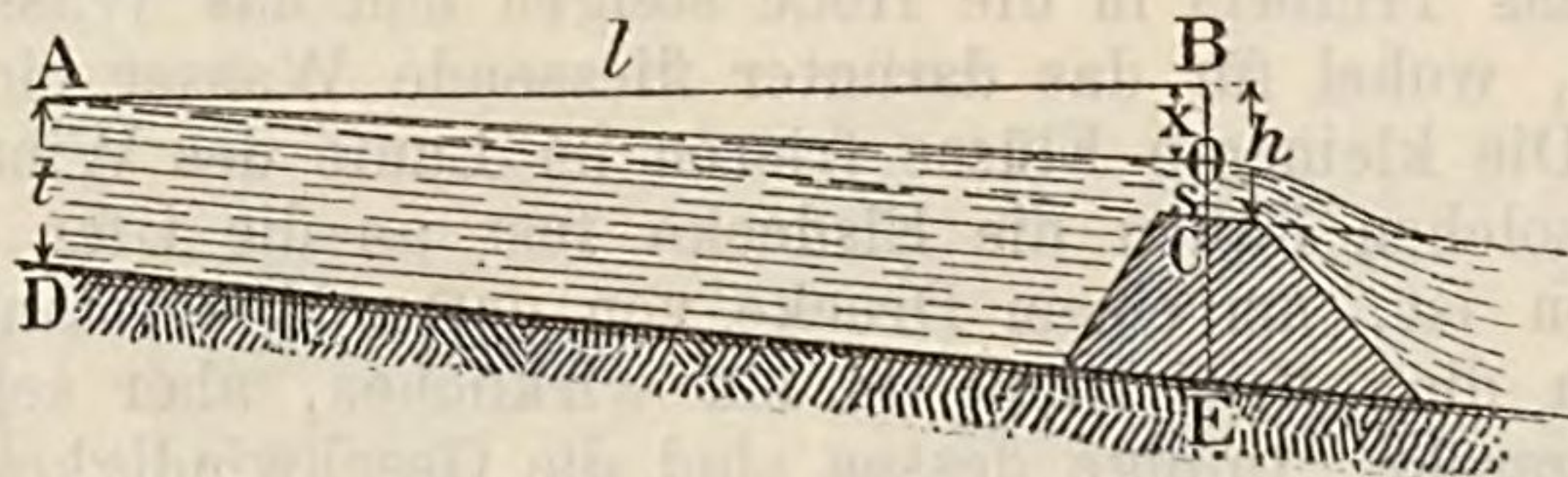
5) Bei jedem Mühlkanal ist das ganze Gefälle vom Einfluss des Wassers in den Kanal bis zu dessen Abfluss unter dem Mühlwerk gegeben. Von dieser Fallhöhe muss nun ein Teil für den Mühlkanal und der zweite Teil für das Wasserrad verwendet werden. Die Wirksamkeit der Wasserräder ist aber um so grösser, je mehr Wasser denselben zugeführt wird und je grösser die Fallhöhe für das Rad ist. Die Wassermenge, welche auf das Rad geleitet wird, müssen wir als gegeben betrachten, weil dieselbe von jener bestimmt wird, die der Bach oder Fluss, woran man die Mühle legt, abführt; die Wassermenge für das Rad kann daher höchstens jener des Baches oder Flusses gleichkommen. Zur Erzielung einer grossen Wirksamkeit eines Wasserrades wird daher erfordert, dem Gefälle dieses Rades einen möglichst grossen und dagegen dem Gefälle des Mühlkanals einen möglichst kleinen Teil von der gegebenen Fallhöhe zuzuwenden. Der letztere Teil kann aber niemals gleich Null sein, weil in diesem Falle die Geschwindigkeit des Wassers im Mühlkanale auch gleich Null sein würde, folglich gar kein Wasser zur Mühle fliessen könnte. Setzt man die Geschwindigkeit des Wassers im Mühlgraben $= c$, das Querprofil $= F$, so ist der Wasserzufluss $Q = Fc$. Weil dieser durch die Wassermenge, welche der Bach oder Fluss abführt, gegeben ist, so ist auch $F = \frac{Q}{c}$ gegeben. Da man hier bei der Annahme einer kleinen Geschwindigkeit c zwar mehr Gefälle zum Betrieb der Mühle übrig behält, aber dagegen die zufließende Wassermenge

geringer wird, so ist aus der Vergleichung dieser Umstände zu ersehen, welche Geschwindigkeit man annehmen kann und welches Gefälle hiernach für die Anlage der Mühle übrig bleibt. Gewöhnlich pflegt man die kleinen Flussarme, welche zwischen einer Insel und dem festen Lande fortlaufen, besonders wenn sie hinlängliche Tiefe und ein bedeutendes Gefälle besitzen, zum Betrieb von Mühlen zu benutzen. Es sei in diesem Falle die ganze Länge des Flussarmes, an dessen Ende die Mühle angelegt werden soll, $AB = l$, und das Gefälle des Wassers auf diese Länge $BC = h$. Die Oberfläche des Hauptschwellers des Mühlgerinnes wird gewöhnlich in die Oberfläche C des abfliessenden Wassers gelegt und durch diesen Einbau CE das Wasser über dem Mühlschweller bis O gehoben, von wo es mit dem Gefälle OC gegen das Rad fliesst. Das von A bis B erforderliche Gefälle ist $\frac{x}{l}$ und es fragt sich nun, wie gross x genommen werden muss, damit die Arbeit, welche vom Wasserrade zustande gebracht wird, ein Maximum sei. Nimmt man x gross, so wird das Wasser zwar geschwinder fließen, aber $h - x$ kleiner werden und umgekehrt. Nach Gerstner erreicht das Mühlrad den grössten Effekt, wenn:

$$x = \frac{h}{3} \left(\frac{3t - h}{3t + h} \right)$$

beträgt; in dieser Formel bezeichnet $t = AD$ die Tiefe des Wassers vor dem Einbau.

Figur 21.



1) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1. Wie gross ist die mittlere Geschwindigkeit des fließenden Wassers in einem Kanale, dessen Querschnitt $3,424 \text{ m}^2$ ist und bei dem die in einer Sekunde abgeführte Wassermenge $4,573 \text{ cbm}$ beträgt?

Auflösung. Nach der in Antwort auf Frage 14 gegebenen Formel ist die mittlere Geschwindigkeit:

$$c = \frac{Q}{F}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt, ist:

$$c = \frac{4,573}{3,424} = \frac{4573}{3424}$$

oder:

$$c = 1,336 \text{ m}$$

Aufgabe 2. Das Wasser bewegt sich in einem Graben mit $0,8 \text{ m}$ Geschwindigkeit, und dabei werden in jeder Sekunde $2,4 \text{ cbm}$ Wasser abgeführt. Welchen Querschnitt hat der Graben?

Auflösung. Nach der bei Auflösung der vorigen Aufgabe benutzten Formel ist der gesuchte Querschnitt:

$$\frac{Q}{c} = F$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$F = \frac{2,4}{0,8} \quad \text{oder} \quad F = 3 \square \text{ m}$$

Aufgabe 3. An einer bestimmten Stelle habe ein Fluss eine Breite von 190 m, eine mittlere Tiefe von 3 m und eine mittlere Geschwindigkeit von 0,75 m.

a) Wieviel wird die sekundlich durchfließende Wassermenge betragen?

b) Wenn nun der Fluss an einer andern Stelle nur eine Breite von 100 m und eine mittlere Tiefe von 2 m hat, wie gross ist dann an dieser Stelle die mittlere Geschwindigkeit?

Auflösung. Nach Antwort auf Frage 16 ist der Inhalt des Querschnitts:

$$F = b t$$

demnach ist für die erste Stelle des Flusses:

$$F_1 = 190 \cdot 3 = 570 \square \text{ m}$$

und für die zweite Stelle:

$$F_2 = 100 \cdot 2 = 200 \square \text{ m}$$

Da die mittlere Geschwindigkeit:

$$c_1 = 0,75 \text{ m}$$

beträgt, so ist:

a) die sekundlich durchfließende Wassermenge nach Formel 1):

$$Q = F c$$

oder für den vorliegenden Fall:

$$Q = 570 \cdot 0,75 = 427,5 \text{ cbm}$$

b) Nach Formel 5) (Antwort auf Frage 19) ist:

$$F_1 : F_2 = c_2 : c_1$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$570 : 200 = c_2 : 0,75$$

oder:

$$c_2 = \frac{570 \cdot 0,75}{200} = 2,138 \text{ m}$$

Aufgabe 4. Ein Querprofil von 3,9 m Breite hat man in drei Teile zerlegt, wovon:

$n_1 = 1,1 \text{ m}$, $n_2 = 1,6 \text{ m}$ und $n_3 = 1,2 \text{ m}$ breit ist; die mittleren zugehörigen Tiefen sind:

$t_1 = 0,6 \text{ m}$, $t_2 = 0,9 \text{ m}$, $t_3 = 0,7 \text{ m}$ und die entsprechenden mittleren Geschwindigkeiten sind:

$$c_1 = 0,7 \text{ m}, \quad c_2 = 1 \text{ m} \quad \text{und} \quad c_3 = 0,9 \text{ m}$$

a) Welches ist der Inhalt dieses Profils?

b) Welches ist die sekundlich durchfließende Wassermenge?

c) Welches ist die mittlere Geschwindigkeit?

Auflösung. a) Nach Antwort auf Frage 17 ist der Querschnitt:

$$F = n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3$$

oder für den vorliegenden Fall ist:

$$F = 1,1 \cdot 0,6 + 1,6 \cdot 0,9 + 1,2 \cdot 0,7 = 2,94 \square \text{ m}$$

b) Ferner ist die sekundliche Wassermenge:

$$Q = n_1 t_1 c_1 + n_2 t_2 c_2 + n_3 t_3 c_3$$

oder für den vorliegenden Fall:

$$Q = 1,1 \cdot 0,6 \cdot 0,7 + 1,6 \cdot 0,9 \cdot 1 + 1,2 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 2,658 \text{ cbm}$$

folglich ist die mittlere Geschwindigkeit:

$$c) \quad c = \frac{n_1 t_1 c_1 + n_2 t_2 c_2 + n_3 t_3 c_3}{n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3}$$

oder:

$$c = \frac{2,658}{2,94} = 0,904 \text{ m}$$

Aufgabe 5. Wenn im Stromstriche eines Flusses die Geschwindigkeit:

$$c_0 = 1,2 \text{ m}$$

und die Tiefe:

$$t = 2 \text{ m}$$

beträgt, wie gross ist dann:

a) die mittlere Geschwindigkeit c_m in dem entsprechenden Lote?

b) die Geschwindigkeit c_u am Boden?

c) die Geschwindigkeit v in $x = 0,6 \text{ m}$ unter der Oberfläche?

d) die mittlere Geschwindigkeit C des ganzen Querprofils nach Weisbachs Formeln?

e) Welche Werte erhält man für dieselben Grössen nach Lahmeyers Formeln?

f) Wie gross ist die mittlere Geschwindigkeit nach Pronys Formel?

Auflösung. a) Nach Weisbachs Formeln (siehe Antwort auf Frage 27) ist:

$$c_m = 0,915 c_0$$

oder:

$$c_m = 0,915 \cdot 1,2$$

oder:

$$c_m = 1,098 \text{ m}$$

b) Ferner ist:

$$c_u = 0,83 \cdot 1,2 = 0,996 \text{ m}$$

c) Die in $0,6 \text{ m}$ unter dem Wasserspiegel herrschende Geschwindigkeit ist:

$$v = \left(1 - 0,17 \frac{x}{t}\right) c_0$$

oder:

$$v = \left(1 - 0,17 \cdot \frac{0,6}{2}\right) \cdot 1,2$$

oder:

$$v = (1 - 0,051) \cdot 1,2 = 1,139 \text{ m}$$

d) Und endlich ist die mittlere Geschwindigkeit des ganzen Querprofils allgemein:

$$C = 0,837 \cdot 1,2 = 1,004$$

e) Nach Lahmeyer (siehe Erkl. 22) ist:

$$\alpha) \quad c_m = 0,937 \cdot 1,2 - 0,00792 \cdot 1,2^2$$

oder:

$$c_m = 1,1244 - 0,0114 = 1,113 \text{ m}$$

$$\beta) \quad c_u = (0,862 - 0,0147 \cdot 2) \cdot 1,2$$

oder:

$$c_u = 0,8326 \cdot 1,2 = 0,999 \text{ m}$$

$\gamma)$ Ferner ist in $0,6 \text{ m}$ Tiefe:

$$v = \left[1 - (0,138 + 0,0147 \cdot 2) \frac{0,6}{2}\right] \cdot 1,2$$

oder:

$$v = [1 - 0,1674 \cdot 0,3] \cdot 1,2 = 1,140 \text{ m}$$

$\delta)$ Endlich ist:

$$C = 0,826 \cdot 1,2 - 0,0257 \cdot 1,2^2$$

oder:

$$C = 0,9912 - 0,037 = 0,954 \text{ m}$$

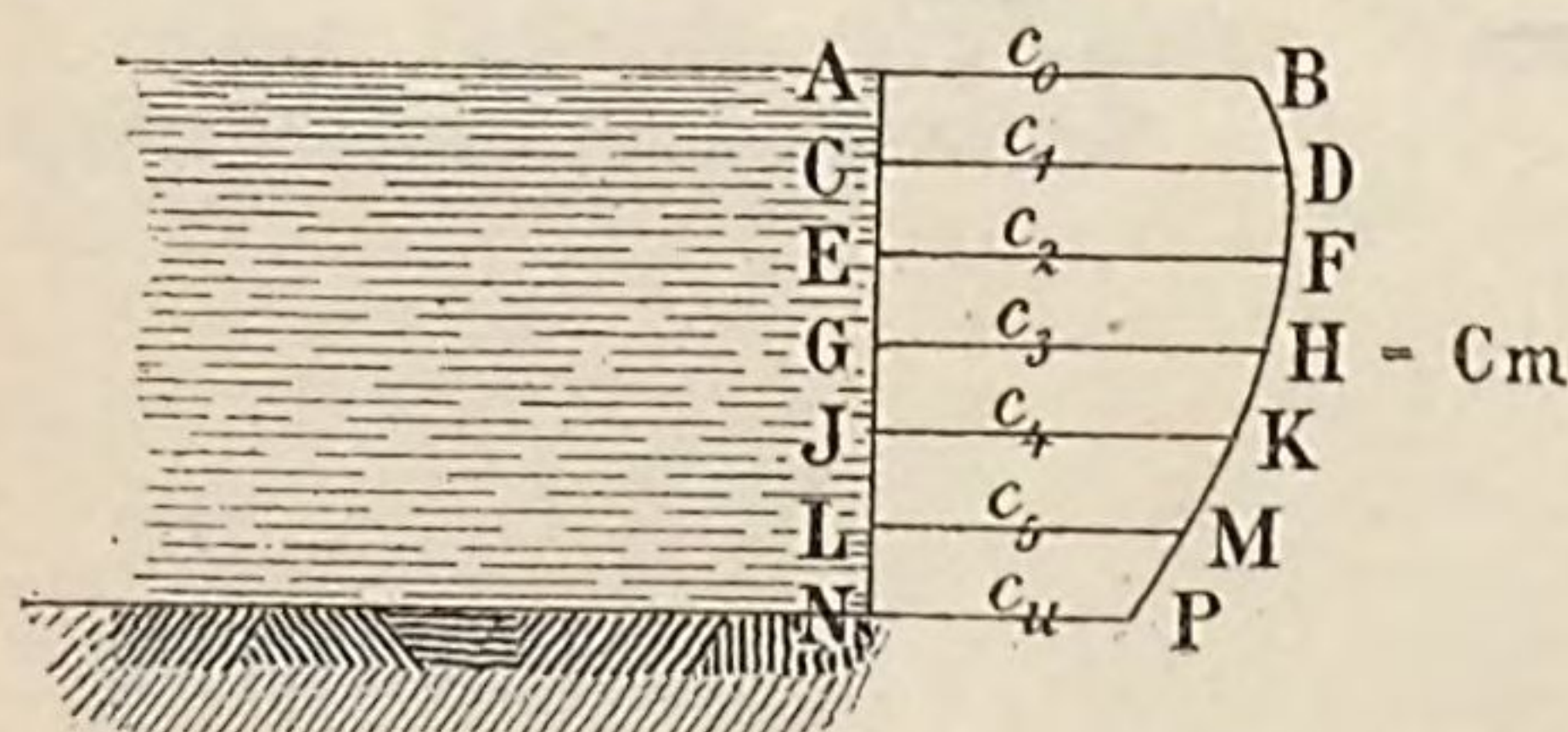
f) Nach Prony (siehe Anmerkung 2) ist aber die mittlere Geschwindigkeit:

$$C = \frac{1,2(1,2 + 2,372)}{1,2 + 3,153}$$

oder:

$$C = \frac{4,2864}{4,353} = 0,985 \text{ m}$$

Figur 21 a.



Aufgabe 6. Bei dem Hochwasser von 1851 ergaben sich bei 33,55 m Flusstiefe aus den Geschwindigkeitsmessungen unter dem Wasserspiegel des Mississippi bei Carrollton (Humphreys und Abbots Theorie der Bewegung des Wassers etc.) folgende Resultate, deren jedes das Mittel aus 13 Messungen ist:

Wassertiefen . . .	Spiegel	0,915 m	1,830 m	5,490 m	10,980 m	16,470 m	21,960 m	27,15 m	31,11 m
Geschwindigkeiten im Stromprofil . .	1,328 m	1,334 m	1,351 m	1,341 m	1,326 m	1,304 m	1,268 m	1,236 m	1,204 m
Nach Weisbach . .	1,328 m	1,322 m	1,316 m	1,291 m	1,254 m	1,217 m	1,180 m	1,145 m	1,119 m
Differenzen	0 m	0,012 m	0,035 m	0,050 m	0,072 m	0,087 m	0,088 m	0,091 m	0,085 m

a) Welche Werte würde man erhalten, wenn man der Berechnung die Weisbachsche Formel zu Grunde legt?

b) Wieviel beträgt die Differenz der so erhaltenen Werte und der durch Messungen erhaltenen?

c) Wie lassen sich diese beiden Werte durch eine Kurve anschaulich machen?

Auflösung. a) Nach Weisbachs Formel (siehe Antwort auf Frage 27) ist bei t m Flusstiefe in x m Tiefe die Geschwindigkeit:

$$v = \left(1 - 0,17 \frac{x}{t}\right) c_0$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$v_1 = \left(1 - 0,17 \cdot \frac{0,915}{33,55}\right) \cdot 1,328$$

$$v_2 = \left(1 - 0,17 \cdot \frac{1,830}{33,55}\right) \cdot 1,328$$

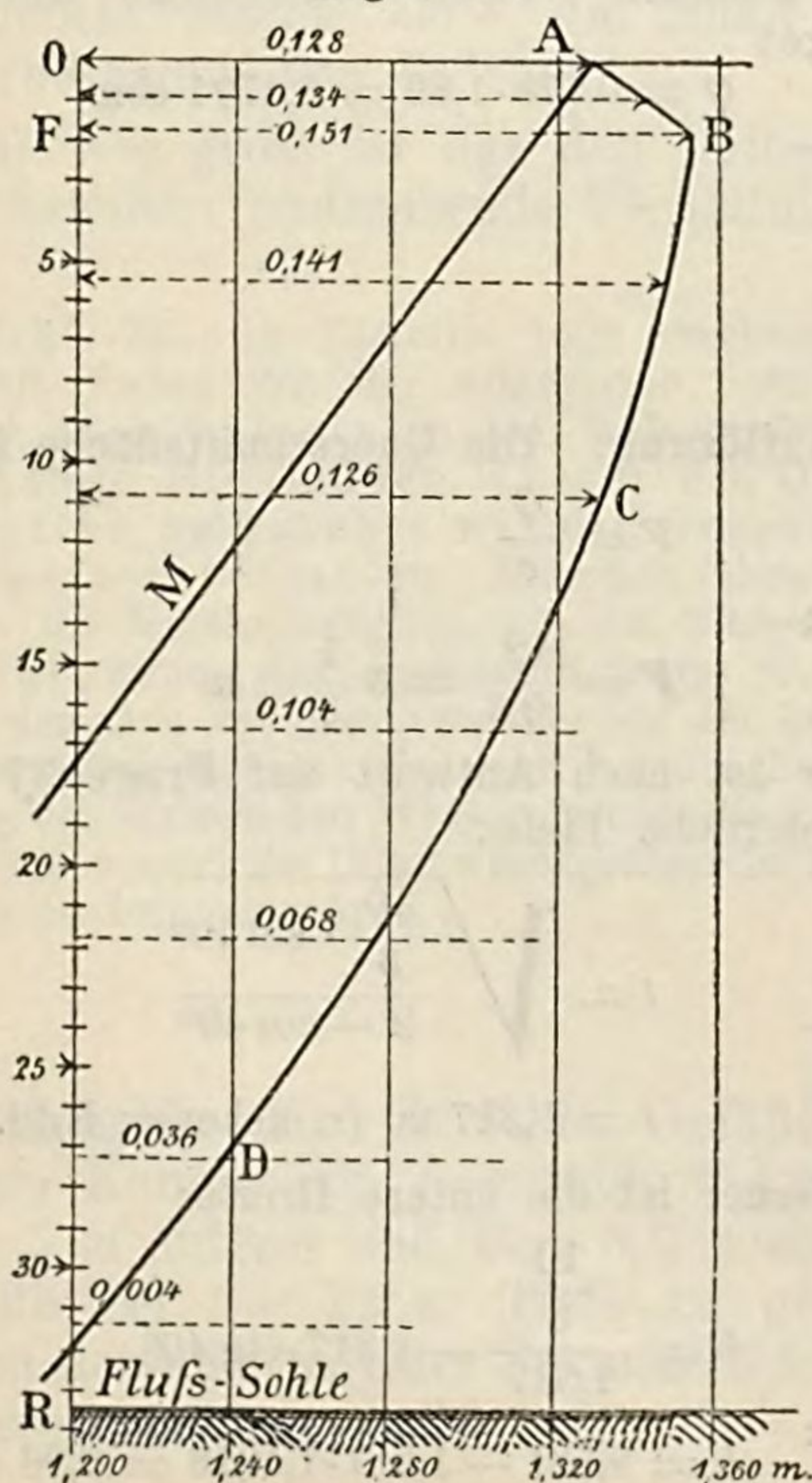
$$v_3 = \left(1 - 0,17 \cdot \frac{5,490}{33,55}\right) \cdot 1,328$$

u. s. f.

b) Bei der Ausrechnung erhält man auf diese Weise die in der beistehenden Tabelle enthaltenen Werte, welche, von den durch Messungen ermittelten subtrahiert, die in der letzten Horizontalreihe verzeichneten Differenzen ergeben, deren Werte zwischen 12 und 91 mm schwanken.

c) Um die Geschwindigkeitskurve zu erhalten, trage man auf einer senkrechten Linie OR (siehe Figur 22) in bedeutend verkleinertem Massstabe $33 \frac{1}{2}$ m ab, ziehe dann in den gegebenen Tiefenabständen Horizontallinien OA , FB u. s. w. und trage darauf die gegebenen Geschwindigkeiten in einem geeigneten verkleinerten Massstabe ab, wie es aus der nebenstehenden Figur ohne weiteres zu ersehen ist. Es entsteht auf diese Weise aus den durch Messungen erhaltenen Resultaten die Kurve $ABCD R$, während die berechneten Werte die gerade Linie AM ergeben, welche man sich bis zur Flusssohle verlängert zu denken hat.

Figur 22.



Aufgabe 7. Welche Wassermenge liefert ein Kanal pro Sekunde, wenn der Querschnitt des Wasserstromes eine untere Breite von 1,2 m, eine obere Breite von 2,4 m und eine Höhe von 1,05 m hat, und wenn die beobachtete Geschwindigkeit an der Oberfläche:

$$c_0 = 0,96 \text{ m}$$

ist?

- a) Nach Weisbach?
- b) Nach Lahmeyer?
- c) Nach Prony?

Erkl. 77. „Was die Krümmungen und Biegungen eines Kanales anlangt, so bin ich nicht abgeneigt, zuzugeben, dass die aus geradlinigen Winkeln gebildeten und vorzüglich, wenn sie spitz oder rechtwinklig, oder beinahe rechtwinklig sind, den Lauf des Wassers beträchtlich und auch merkbar verzögern können. Wenn aber die Winkel stumpf sind, und selbst, wenn sie von geraden Linien eingeschlossen werden, so glaube ich, dass die Verzögerung nur gering sei. Wenn aber der Fluss, wie man zu sagen pflegt, sich schlängelt und seine Biegungen einen Bogen bilden, so hege ich entschieden die Ansicht, dass der Aufenthalt des Wassers dann ganz unmerkbar ist.“ (Galilei.)

Aufgabe 8. Welche Dimensionen sind dem Querprofile eines Kanales zu geben, dessen Ufer 40° Böschung erhalten sollen, und der bestimmt ist, bei einer mittleren Geschwindigkeit von:

$$c = 0,6 \text{ m}$$

eine sekundliche Wassermenge von:

$$Q = 2 \text{ cbm}$$

abzuführen?

Erkl. 78.

$$\begin{aligned} \log \sin 40^\circ &= 0,8080675 - 1 \\ \text{mithin: } \text{numlog } \sin 40^\circ &= 0,64279 \times \frac{10}{3} = \end{aligned}$$

$$6,4279 : 3 = 2,1426$$

$$\log \cos 40^\circ = 0,8842540 - 1$$

$$\text{mithin: } \text{numlog } \cos 40^\circ = 0,766$$

$$2 - 0,766 = 1,234$$

also ist:

$$t = \sqrt{\frac{2,1426}{1,234}} = 1,317$$

Auflösung. a) Nach Weisbachs Formel (siehe Antwort auf Frage 27) ist die mittlere Geschwindigkeit

$$c = 0,837 \cdot 0,96 = 0,803$$

Da nun die Querschnittsfläche:

$$F = \frac{1}{2} (1,2 + 2,4) \cdot 1,05 = 1,89 \text{ m}^2$$

beträgt, so ist die sekundlich abfließende Wassermenge:

$$Q = 1,89 \cdot 0,803 = 1,52 \text{ cbm}$$

b) Nach Lahmeyers Formel (s. Erkl. 22) ist die mittlere Geschwindigkeit:

$$c = 0,826 \cdot 0,96 - 0,0257 \cdot 0,96^2$$

oder:

$$c = 0,769$$

und somit ist hiernach die sekundliche Durchflussmenge:

$$Q = 0,769 \cdot 1,89 = 1,45 \text{ cbm}$$

c) Nach Pronys Formel (s. Anmerkung 2) ist die mittlere Geschwindigkeit:

$$c = \frac{0,96 \cdot (0,96 + 2,372)}{0,96 + 3,153} = 0,778 \text{ m}$$

und demnach ist die sekundliche Abflussmenge:

$$Q = 0,778 \cdot 1,89 = 1,4704 \text{ cbm}$$

Auflösung. Die Querschnittsfläche ist:

$$F = \frac{Q}{c}$$

oder:

$$F = \frac{2}{0,6} = 3 \frac{1}{3} \text{ m}^2$$

daher ist nach Antwort auf Frage 37 die erforderliche Tiefe:

$$t = \sqrt{\frac{\frac{10}{3} \cdot \sin 40^\circ}{2 - \cos 40^\circ}}$$

oder:

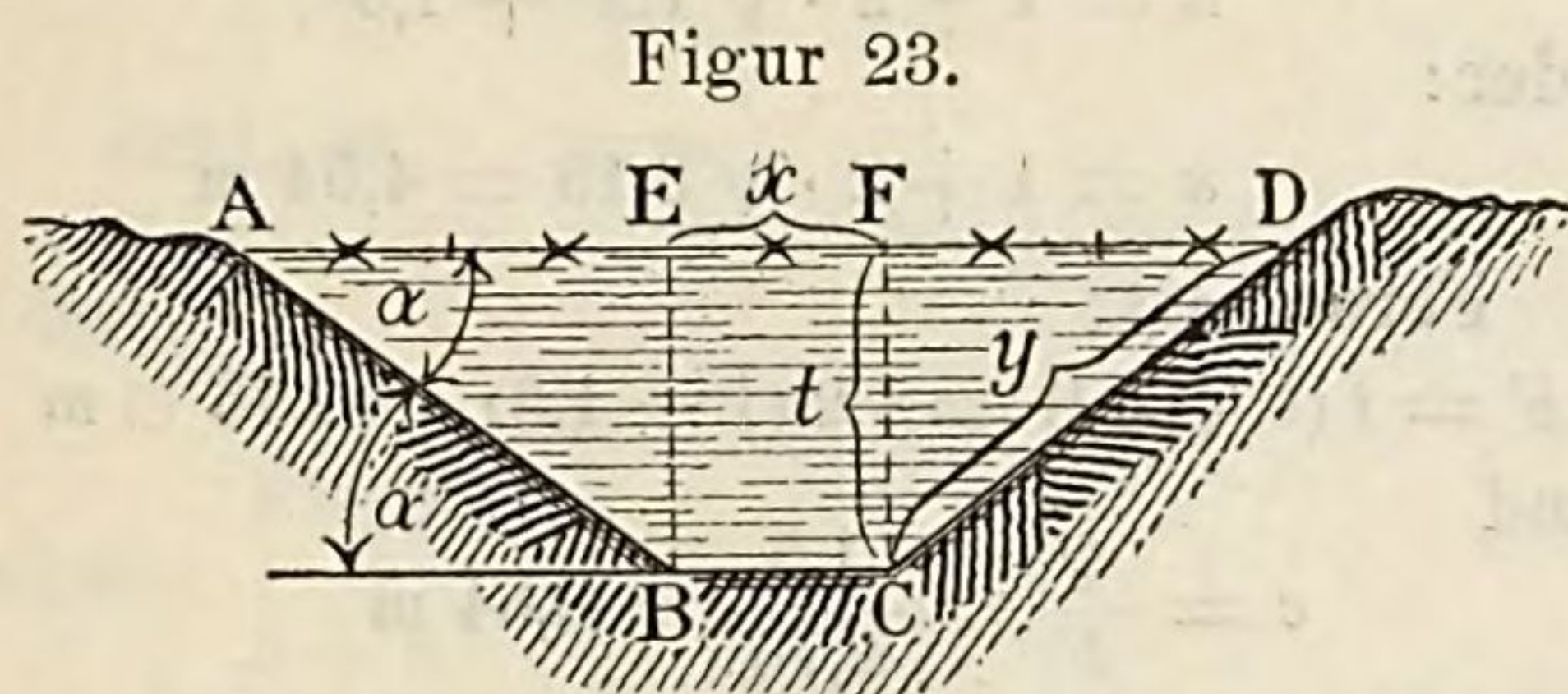
$$t = 1,317 \text{ m (s. nebenst. Erkl.)}$$

Ferner ist die untere Breite:

$$b = \frac{\frac{10}{3}}{1,317} - 1,317 \cdot \text{ctg } 40^\circ$$

oder:

$$b = 2,531 - 1,317 \cdot 1,1918 = 0,96 \text{ m}$$



sowie die obere Breite im Wasserspiegel:

$$B = 2,531 + 1,317 \cdot 1,1918 = 4,10 \text{ m}$$

Ferner beträgt die Böschung AE (siehe Figur 23) jederseits, da $\frac{AE}{BE} = \frac{AE}{t} = \operatorname{ctg} \alpha$

$$\overline{AE} = t \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

oder:

$$\overline{AE} = 1,317 \cdot \operatorname{ctg} 40^\circ$$

oder:

$$AE = 1,5696 \text{ m oder ca. } 1,57 \text{ m}$$

Ferner ist der wasserbenetzte Umfang:

$$u = AB + BC + CD$$

oder da:

$$AB = CD = \frac{1,317}{\sin 40^\circ}$$

so ist:

$$u = 0,96 + \frac{2 \cdot 1,317}{\sin 40^\circ}$$

oder:

$$u = 0,96 + \frac{2,634}{0,6428} = 5,06 \text{ m}$$

und das den Reibungswiderstand bestimmende Verhältnis ist:

$$\frac{u}{F} = \frac{2}{t} = \frac{2}{1,317} = 1,519 \text{ m}$$

Aufgabe 9. a) Welche Tiefe, b) welche untere und obere Breite, c) also welche absolute Böschung ist einem Querprofil zu geben, welches bei 5 □ m Inhalt eine Uferböschung von 35° hat?

d) Wie gross ist das den Reibungskoeffizienten bestimmende Verhältnis?

Erkl. 79. In Castellis 1628 erschienenen Schrift findet sich der allgemeine Satz vor, dass sich bei einem im Beharrungszustande fliessenden Wasser die Querschnitte umgekehrt wie die Geschwindigkeiten verhalten. Hiernach führte derselbe die Geschwindigkeit als ein Element in die Berechnung des Ausflussquantums ein und war demnach der erste, welcher auf den Irrtum aufmerksam machte, als wenn bei der Berechnung des strömenden Wassers allein die Profile und nicht auch die Geschwindigkeiten in Rechnung zu bringen wären.

Aufgabe 10. Welches Gefälle ist einem Kanale von $l = 1000 \text{ m}$ Länge, $b = 1 \text{ m}$ unterer und $B = 3,6 \text{ m}$ oberer Breite bei $t = 1,2 \text{ m}$ Tiefe zu geben, wenn derselbe in jeder Sekunde 1,5 cbm Wasser abführen soll?

Auflösung. a) Nach der in Erkl. 31 gegebenen Tabelle ist für einen Böschungswinkel von 35° , da:

$$\sqrt{F} = \sqrt{5} = 2,236$$

beträgt, die Tiefe:

$$t = 0,697 \cdot 2,236 = 1,558 \text{ m}$$

b) Ferner ist die untere Breite:

$$b = 0,439 \cdot 2,236 = 0,982 \text{ m}$$

sowie die obere Breite:

$$B = 2,43 \cdot 2,236 = 5,433 \text{ m}$$

c) Nach derselben Tabelle beträgt die absolute Böschung:

$$AE = nt = 0,995 \cdot 2,236 = 2,225 \text{ m}$$

d) Endlich ist das Verhältnis:

$$\frac{u}{F} = \frac{2,870}{2,236} = 1,283$$

Auflösung. Nach Eytelweins Formel (siehe Antwort auf Frage 43) ist:

$$h = 0,0003856 \frac{l u}{F} \cdot c^2$$

Erkl. 80.

$$h = \frac{0,3856 \cdot 4,54}{2,76} \cdot 0,54^2$$

$$h = \frac{0,3856 \cdot 4,54 \cdot 0,2916}{2,76} = 0,3856 \cdot 4,54 \cdot 0,11$$

oder: $h = 0,3856 \cdot 0,4994$
 oder: $h = 0,192$

Erkl. 81. Wenn man in die allgemeine Formel für $c = \frac{Q}{F}$ einsetzt, so ergibt sich:

$$h = 0,0003856 \frac{lu Q^2}{F^3}$$

Aufgabe 11. a) Welches ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in einem gemauerten Kanale von 400 m Länge, dessen Querschnitt ein Rechteck von 2,5 m Breite und 1,25 m Tiefe ist, wenn das Gefälle auf die ganze Länge 80 cm beträgt?

b) Wieviel beträgt die pro Sekunde abfließende Wassermenge?

Erkl. 82.

$$\frac{3}{c^2} = \frac{0,00125}{0,0004021}$$

$$\log 0,00125 = 0,0969100 - 3$$

$$- \log 0,0004021 = 0,6043341 - 4$$

$$\frac{0,4925759 \times 2}{0,9851518 : 3}$$

$$\log c = 0,3283839$$

$$\text{numlog } c = 2,13$$

Nun ist zunächst nach Antwort auf Frage 37 der wasserbenetzte Umfang:

$$u = b + 2 \sqrt{t^2 + n^2 t^2}$$

oder da:

$$n = \frac{AE}{t} = \frac{1,3}{1,2}$$

so ist:

$$u = 1 + 2 \cdot \sqrt{1,2^2 + 1,3^2}$$

oder:

$$u = 1 + 2 \cdot \sqrt{3,13} = 4,54 \text{ m}$$

Ferner ist:

$$F = t(b + nt) = 1,2(1 + 1,3) = 2,76 \text{ m}^2$$

und

$$c = \frac{Q}{F} = \frac{1,5}{2,76} = 0,54 \text{ m}$$

daher ist das gesuchte Gefälle:

$$h = 0,0003856 \cdot \frac{1000 \cdot 4,54}{2,76} \cdot 0,54^2$$

oder:

$$h = 0,192 \text{ m (siehe Erkl. 80)}$$

Auflösung. a) Hier ist die Querschnittsfläche:

$$F = 2,5 \cdot 1,25 = 3,125 \text{ m}^2$$

der Wasserperimeter:

$$u = 2,5 + 2 \cdot 1,25 = 5 \text{ m}$$

folglich ist nach Eytelweins Formel (siehe Antwort auf Frage 43) die mittlere Geschwindigkeit:

$$c = 50,9 \sqrt{\frac{3,125 \cdot 0,8}{5 \cdot 400}}$$

oder:

$$c = 50,9 \sqrt{0,00125} = 1,7996 \text{ oder ca. } 1,8 \text{ m}$$

b) Demnach ist die sekundlich abfließende Wassermenge:

$$Q = 1,8 \cdot 3,125 = 5,625 \text{ cbm}$$

Legt man der Rechnung die Formel von Lahmeyer zu Grunde, so ist:

$$0,00125 = 0,0004021 c \sqrt{c}$$

oder:

$$c = 2,13 \text{ m}$$

also:

$$Q = 6,656 \text{ cbm}$$

(siehe die nebenstehende Erkl. 82)

Nach St. Venants Formel würde dagegen:

$$0,00125 = 0,00040102 c$$

also:

$$c = 3,117 \text{ m}$$

sein.

Aufgabe 12. Wie gross wird die Breite eines rechtwinkligen Gerinnes sein müssen, wenn das Wasser in demselben 47 cm hoch stehen und bei einem Gefälle von 5 cm auf 30 m Länge sich mit einer Geschwindigkeit von 94 cm bewegen soll?

Erkl. 83.

$$F = bt = 0,0003856 l (b + 2t) c^2 : h$$

oder:

$$\frac{b}{b + 2t} = \frac{0,0003856 l c^2}{h t}$$

oder:

$$\frac{b + 2t}{b} = \frac{h t}{0,0003856 l c^2}$$

oder:

$$1 + \frac{2t}{b} = \frac{h t}{0,0003856 l c^2}$$

oder:

$$\frac{2t}{b} = \frac{h t}{0,0003856 l c^2} - 1$$

oder:

$$b = \frac{2t}{\frac{h t}{0,0003856 l c^2} - 1}$$

woraus sich die nebenstehende Formel ergibt.

Auflösung. Nach Eytelweins Formel ist:

$$h = 0,0003856 \frac{l u}{F} \cdot c^2$$

Setzen wir nun in diese Formel für $F = bt$ und für $u = b + 2t$ ein, so erhalten wir nach der nebenstehenden Erklärung für die gesuchte Breite:

$$b = \frac{0,0007712 l t c^2}{h t - 0,0003856 l c^2}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$b = \frac{0,0007712 \cdot 30 \cdot 0,47 \cdot 0,94^2}{0,05 \cdot 0,47 - 0,0003856 \cdot 30 \cdot 0,94^2}$$

oder:

$$b = \frac{0,023136 \cdot 0,47 \cdot 0,8836}{0,0235 - 0,011568 \cdot 0,8836} = \frac{0,0096}{0,0133}$$

oder:

$$b = 96 : 133 = 0,722 \text{ m}$$

oder:

$$b = 72 \text{ cm}$$

Aufgabe 13. Ein Bach, welcher in der Sekunde 7 cbm Wasser liefert, hat 1,9 m mittlere Breite; sein benetzter Umfang beträgt 3 m und derselbe hat auf 47 m Länge ein Gefälle von 0,1 m. Welches wird seine mittlere Wassertiefe sein?

Erkl. 84.

$$\log 0,0003856 = 2,5861370 - 6 \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{0,8620457 - 2}{\text{numlog } 0,072786}$$

Erkl. 85.

$$\log 69090 = 4,8394152 \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1,6131384}{+ \log 0,072786 = 0,8620457 - 2}$$

$$\frac{0,4751841}{- \log 1,9 = 0,2787536}$$

$$\log t = 0,1964305$$

$$\text{numlog } t = 1,572$$

Auflösung. Nach Eytelweins Formel (siehe Antwort auf Frage 43) ist:

$$F \text{ oder } bt = 0,0003856 \frac{l u}{h} c^2$$

oder für $c = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{bt}$ eingesetzt:

$$bt = 0,0003856 \frac{l u Q^2}{h \cdot b^2 t^2}$$

oder:

$$t^3 = 0,0003856 \frac{Q^2 l u}{b^3 h}$$

oder:

$$t = \sqrt[3]{\frac{0,0003856 Q^2 l u}{b^3 h}}$$

oder:

$$t = \frac{0,072786}{b} \sqrt[3]{\frac{Q^2 l u}{h}}$$

folglich ist für den vorliegenden Fall:

$$t = \frac{0,072786}{1,9} \sqrt[3]{\frac{7 \cdot 7 \cdot 47 \cdot 3}{0,1}}$$

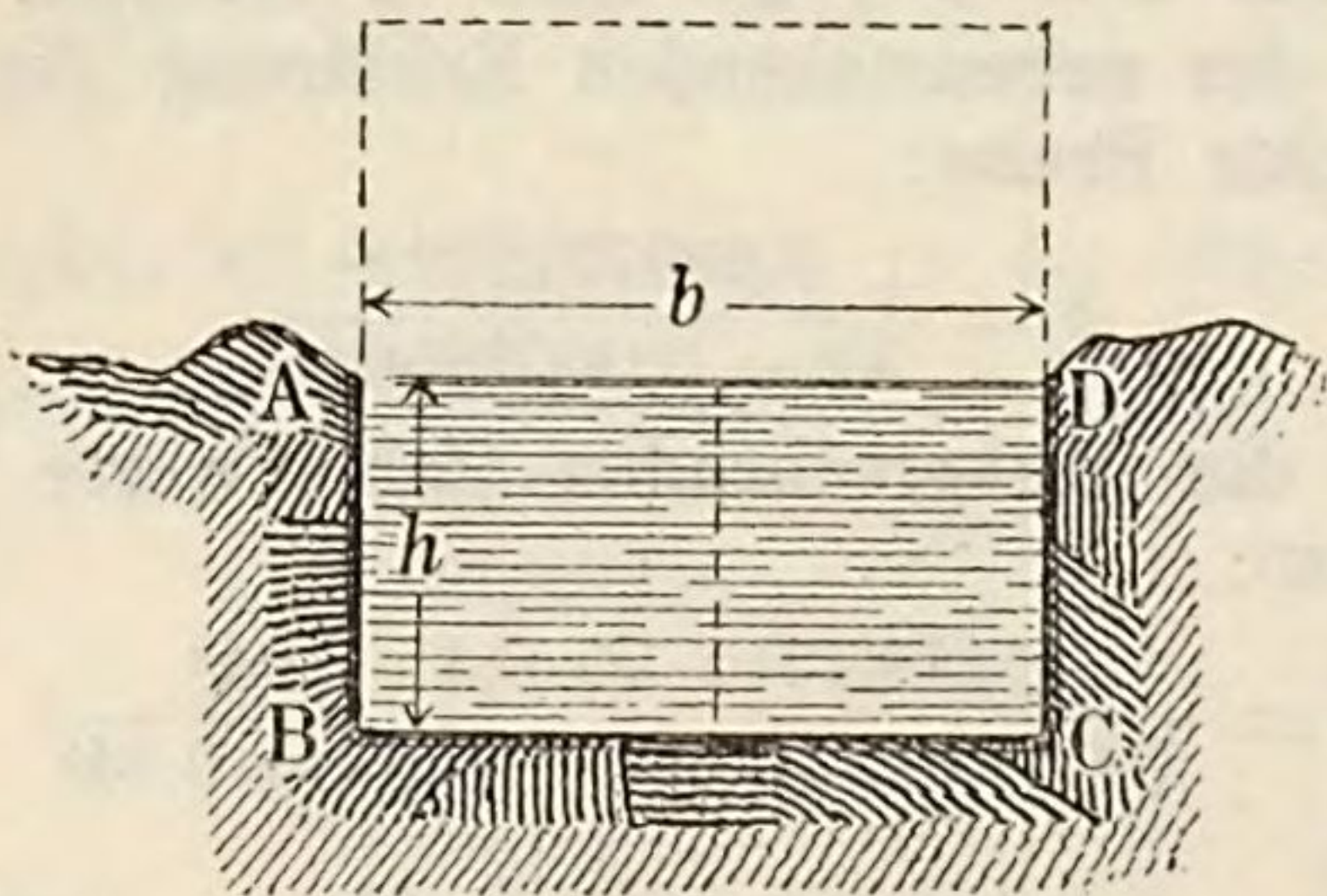
$$= \frac{0,072786}{1,9} \sqrt[3]{69090}$$

oder:

$$t = 1,572 \text{ oder ca. } 1,6 \text{ m (s. Erkl. 85).}$$

Aufgabe 14. Welche Dimensionen sind einem ausgemauerten Kanale mit senkrechten Wänden zu geben, wenn derselbe auf 80 m Länge ein Gefälle von 0,1 m hat und in einer Sekunde 1 cbm Wasser liefern, und wenn der Querschnitt ein halbes Quadrat sein soll?

Figur 24.



Erkl. 86.

$$\begin{aligned} \log 0,0001928 &= 0,2851070 - 4 \\ + \log 80 &= 1,9030900 \\ + 1 & \\ \hline &4,1881970 - 5 \times \frac{1}{5} \\ \log t &= 0,8376394 \\ \text{numlog } t &= 0,688 \end{aligned}$$

Aufgabe 15. Welches relative Gefälle muss man in einer Grube einer Wasserlosungsstrecke (einem Erbstollen) geben, damit bei einer Kanalbreite von 1,75 m und einer Tiefe von 0,75 m ein Wasserzufluss von 20000 cbm in 24 Stunden gelöst werden kann?

Erkl. 87.

$$\begin{aligned} \log 0,0003856 &= 0,5861370 - 4 \\ + \log 3,25 &= 0,5118834 \\ + \log 0,2315^2 &= 0,7291020 - 2 \\ \hline &0,8271224 - 5 \\ &0,3542979 \\ \log \frac{h}{l} &= 0,4728245 - 5 \\ \text{numlog } \frac{h}{l} &= 0,0000297 \\ \text{oder ca. } &0,00003 \end{aligned}$$

Auflösung. Nach der zu Aufgabe 10 gegebenen Erklärung ist:

$$h = 0,0003856 \frac{l u Q^2}{F^3}$$

Nennen wir die Tiefe des Kanals t und seine Breite b , so ist:

$$b = 2t$$

und der Querschnitt:

$$F = b t = 2t^2$$

ferner ist der benetzte Umfang:

$$u = 2t + b = 4t$$

also ist nach der obigen Formel:

$$F^3 \text{ oder } (2t^2)^3 = \frac{0,0003856 l \cdot 4t \cdot Q^2}{h}$$

oder:

$$\frac{(2t^2)^3}{4t} \text{ oder } 2t^5 = \frac{0,0003856 l Q^2}{h}$$

oder:

$$t = \sqrt[5]{\frac{0,0001928 l Q^2}{h}}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$t = \sqrt[5]{\frac{0,0001928 \cdot 80 \cdot 1}{0,1}}$$

oder: $t = 0,688 \text{ m}$ und $b = 1,376 \text{ m}$
(siehe die nebenstehende Erklärung).

Auflösung. Benutzen wir wieder die bei der Auflösung der vorigen Aufgabe angewandte Formel, so ergibt sich für das relative Gefälle:

$$\frac{h}{l} = 0,0003856 \frac{Q^2 u}{F^3}$$

oder da die sekundliche Wassermenge:

$$Q = \frac{20000}{86400} = 0,2315 \text{ cbm}$$

der benetzte Umfang:

$$u = 1,75 + 2 \cdot 0,75 = 3,25 \text{ m}$$

und die Querschnittsfläche:

$$F = 1,75 \cdot 0,75 = 1,3125 \text{ m}$$

beträgt, so ist:

$$\frac{h}{l} = \frac{0,0003856 \cdot 3,25 \cdot 0,2315^2}{1,3125^3}$$

oder nach nebenstehender Erklärung:

$$\frac{h}{l} = 0,00003$$

d. h. auf 1 Kilometer entfällt eine Senkung von 3 cm.

Aufgabe 16. Welche Wassermenge liefert ein Fluss von 12 m Breite, $1\frac{1}{2}$ m mittlerer Tiefe und von 15 m benetztem Umfange, wenn derselbe auf 250 m Länge ein Gefälle von 25 cm hat?

- a) Nach Harders,
b) nach Bazins Formel?

Erkl. 88.

$$k = 36,27 + 7,254 \sqrt{1,2} = 36,27 + 7,254 \cdot 1,095 \\ = 36,27 + 7,946 = 44,216$$

Erkl. 89.

$$0,00028 \left(1 + \frac{1,25}{\sqrt{1,2}} \right) = 0,00028 (1 + 1,141) \\ = 0,00028 \cdot 2,141 = 0,00059948 \\ \text{oder ca. } 0,0006$$

Aufgabe 17. Wie gross ist das relative und absolute Gefälle, welches ein in der Sohle 1,884 m breiter, 0,942 m tiefer und auf beiden Seiten mit einer Böschung von 45° versehener Abzugsgraben auf 376,8 m Länge haben muss, damit sich das Wasser in demselben mit einer mittleren Geschwindigkeit von 0,314 m bewegt?

Auflösung. Hier ist:

$$F = 1,5 \cdot 12 = 18 \text{ m}$$

$$u = 12 + 2 \cdot 1,5 = 15 \text{ m}$$

folglich:

$$\frac{F}{u} = r = \frac{18}{15} = 1,2$$

Ferner ist:

$$\frac{h}{l} = s = \frac{0,25}{250} = 0,001$$

a) Nach Harder ist nun bei Benutzung der Chézy-Eytelweinschen Formel:

$$c = k \sqrt{rs}$$

für:

$$k = 36,27 + 7,254 \sqrt{r} \text{ (s. Erkl. 37)}$$

oder im vorliegenden Falle (siehe nebenstehende Erklärung):

$$k = 44,216$$

zu setzen, und es ist somit:

$$c = 44,216 \sqrt{1,2 \cdot 0,001}$$

oder:

$$c = 44,216 \cdot \sqrt{0,0012} = 1,53 \text{ m}$$

Die Wassermenge beträgt hiernach:

$$Q = 18 \cdot 1,53 = 27,54 \text{ cbm}$$

b) Nach Bazins Formel (siehe Antwort auf Frage 45) ist für Wände aus Erde:

$$\frac{rs}{c^2} = 0,00028 \left(1 + \frac{1,25}{\sqrt{r}} \right)$$

oder nach nebenstehender Erklärung ist:

$$c = \sqrt{\frac{1,2 \cdot 0,001}{0,0006}} = \sqrt{2} = 1,414$$

und somit:

$$Q = 18 \cdot 1,414 = 25,45 \text{ cbm}$$

Auflösung. Die untere Breite BC (siehe Figur 25) ist im vorliegenden Falle:

$$b = 1,884$$

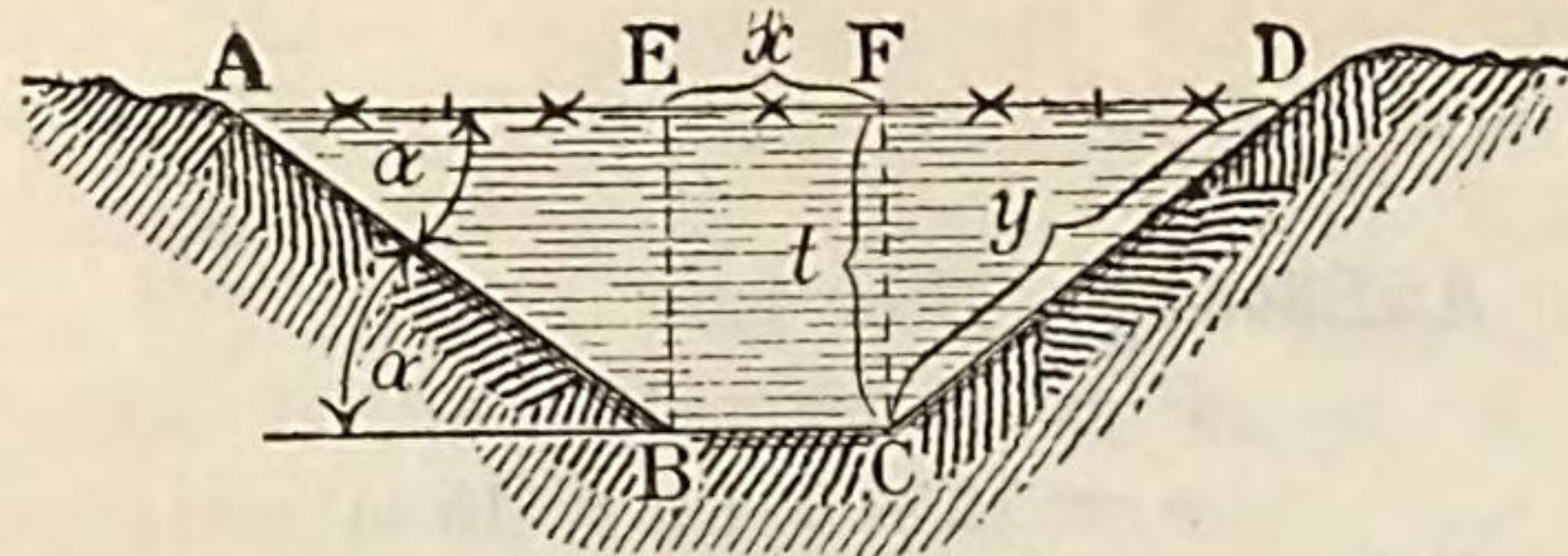
Da nun der Winkel $\alpha = 45^\circ$ beträgt, so ist:

$$AE = t = 0,942$$

somit ist die obere Breite:

$$B = 1,884 + 2 \cdot 0,942 = 3,768$$

Figur 25.

**Erkl. 90.**

$$\begin{array}{r}
 \log 0,584 = 1,7664128 - 2 \times \frac{1}{2} \\
 \hline
 0,8832064 - 1 \\
 + \log 7,254 = 0,8605776 \\
 \hline
 0,7437840 \\
 \text{numlog } 5,54 \\
 + 36,27 \\
 \hline
 41,81
 \end{array}$$

Erkl. 91.

$$\begin{array}{r}
 \log 0,584 = 0,7664128 - 1 \\
 + \log 41,81^2 = 3,2425604 \\
 \hline
 3,0089732 \\
 \log 0,314^2 = 0,9938592 - 2 \\
 \hline
 - 3,0089732 \\
 \log s = 0,9848860 - 5 \\
 \text{numlog } s = 0,00009658 \text{ m}
 \end{array}$$

Erkl. 92.

$$\begin{array}{r}
 \log 1,25 = 0,0969100 \\
 - \log \sqrt{r} = 0,8832064 - 1 \\
 \hline
 0,2137036 \\
 \text{numlog } 1,6357 \\
 + 1, \\
 \hline
 2,6357 \cdot 0,00028 = \\
 \hline
 0,0007381 \\
 \log 0,0007381 = 0,8681152 - 4 \\
 + \log 0,314^2 = 0,9938592 - 2 \\
 \hline
 0,8619744 - 5 \\
 - \log 0,584 = 0,7664128 - 1 \\
 \hline
 \log s = 0,0955616 - 4 \\
 \text{numlog } s = 0,0001246 \text{ m}
 \end{array}$$

Erkl. 93. Berechnet man dieselbe Grösse nach der Pronyschen Formel:

$$\frac{h}{l} \cdot \frac{F}{u} = 0,0000444499 c + 0,000309314 c^2$$

so erhält man:

$$h = 0,0283 \text{ m}$$

ein Wert, welcher für die praktische Ausführung zu gering ist, da der Rauheitszustand der Grabenwände keine Berücksichtigung gefunden hat.

und hiernach beträgt die Querschnittsfläche:

$$F = t \cdot \frac{1}{2} (B + b) = 0,942 \cdot \frac{1}{2} (1,884 + 3,768)$$

oder:

$$F = 0,942 \cdot 2,826 = 2,66 \text{ m}^2$$

Ferner ist der benetzte Umfang:

$$u = b + 2 \cdot \overline{AB}$$

oder da:

$$\overline{AB} = \sqrt{2 \cdot 0,942^2} = 2,664$$

beträgt, so ist:

$$u = 1,884 + 2,664 = 4,55 \text{ m}$$

folglich ist:

$$\frac{F}{u} = r = \frac{266}{455} = 0,584$$

Benutzen wir nun, wie in der Auflösung der vorigen Aufgabe, zunächst Harders Formel, so ergibt sich für die Grösse:

$$k = 36,27 + 7,254 \sqrt{0,584}$$

oder nach der nebenstehenden Erkl. 90:

$$k = 41,81$$

Reduzieren wir nun die Formel:

$$c = k \sqrt{rs}$$

auf die zu ermittelnde Unbekannte, so ist:

$$s = \frac{h}{l} = \frac{c^2}{rk^2}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$s = \frac{0,314^2}{0,584 \cdot 41,81^2}$$

oder:

$$s = 0,00009658 \text{ m}$$

(siehe die nebenstehende Erkl. 91)

Demnach ist:

$$h = 0,00009658 \cdot l = 0,00009658 \cdot 376,8$$

oder:

$$h = 0,0364 \text{ m}$$

Legen wir aber der Ausrechnung Bazins Formel zu Grunde, so ist für Erdwände:

$$\frac{rs}{c^2} = 0,00028 \left(1 + \frac{1,25}{\sqrt{r}} \right)$$

oder nach nebenstehender Erkl. 92:

$$\frac{rs}{c^2} = 0,0007381$$

oder:

$$s = \frac{0,0007381 \cdot 0,314^2}{0,584}$$

oder:

$$s = 0,0001246 \text{ m}$$

Demnach ist:

$$h = 0,0001246 \cdot l = 0,0001246 \cdot 376,8$$

oder:

$$h = 0,04695 \text{ m}$$

Aufgabe 18. Welche Wassermenge liefert ein Fluss, dessen Querprofil 31,4 m Umfang und 59,16 □ m Inhalt hat, wenn derselbe auf 1200 m Länge 25 cm Gefälle hat?

Erkl. 94.

$$\begin{aligned}
 \log 59,16 &= 1,7720282 \\
 - \log 31,4 \cdot 4800 &= 5,1781708 \\
 \hline
 0,5938574 &- 4 \times \frac{1}{2} \\
 \hline
 0,2969287 &- 2 \\
 + \log 50,9 &= 1,7067178 \\
 \hline
 \log c &= 0,0036465 \\
 \text{numlog } c &= 1,0084
 \end{aligned}$$

Erkl. 95.

$$\begin{aligned}
 \log \frac{Fh}{lu} &= 0,5938574 - 4 \\
 + \log 19,62 &= 1,2926990 \\
 \hline
 1,8865564 &- 4 \\
 - \log 0,0078387 &= 0,8942453 - 3 \\
 \hline
 \log c &= 0,9923111 - 1 \\
 \text{numlog } c &= 0,98245
 \end{aligned}$$

Auflösung. Nach Eytelweins Formel (in Antwort auf Frage 43) ist die mittlere Geschwindigkeit näherungsweise:

$$c = 50,9 \sqrt{\frac{59,16 \cdot 1}{31,4 \cdot 4800}}$$

oder:

$$c = 1,0084 \text{ m (s. nebenst. Erkl. 94)}$$

Setzen wir diesen Wert in die Weisbachsche Formel (siehe Erkl. 34) für den Widerstandskoeffizienten ein, so ergibt sich:

$$\zeta = 0,007409 \left(1 + \frac{0,05853}{1,0084} \right)$$

oder:

$$\zeta = 0,0078387$$

Hiernach erhält man jetzt, unter Benutzung der in Antwort auf Frage 41 gegebenen Formel, den genaueren Wert:

$$c = \sqrt{\frac{F \cdot 2gh}{\zeta \cdot lu}} = \sqrt{\frac{59,16 \cdot 19,62}{0,0078387 \cdot 4800 \cdot 31,4}}$$

oder:

$$c = 0,98245 \text{ m (s. nebenst. Erkl. 95)}$$

und somit ist die sekundlich abfließende Wassermenge:

$$Q = Fc = 59,16 \cdot 0,98245 = 58,122 \text{ cbm}$$

Aufgabe 19. In einem rechtwinkligen Gerinne von 120 m Länge sollen in jeder Sekunde 465 l Wasser mit einer mittleren Geschwindigkeit von 1,884 m abgeführt werden.

a) Welche Tiefe und Breite muss man demselben geben, damit solches den kleinst möglichen Abhang erhält?

b) Und wie gross ist das kleinst mögliche Gefälle?

Auflösung. a) Zunächst ist die Querschnittsfläche:

$$F = \frac{Q}{c} = \frac{0,465}{1,884} = 0,2468 \text{ □ m}$$

und somit ist nach Erkl. 31 die Tiefe:

$$t = 0,707 \sqrt{0,2468} = 0,35 \text{ m}$$

und die Breite:

$$b = 2 \cdot 0,35 = 0,70 \text{ m}$$

und

$$\frac{u}{F} = \frac{2,828}{\sqrt{0,2468}} = 5,6924$$

b) Nach Erkl. 34 ist:

$$\zeta = 0,00763$$

und somit (siehe Antwort auf Frage 40) das Gefälle:

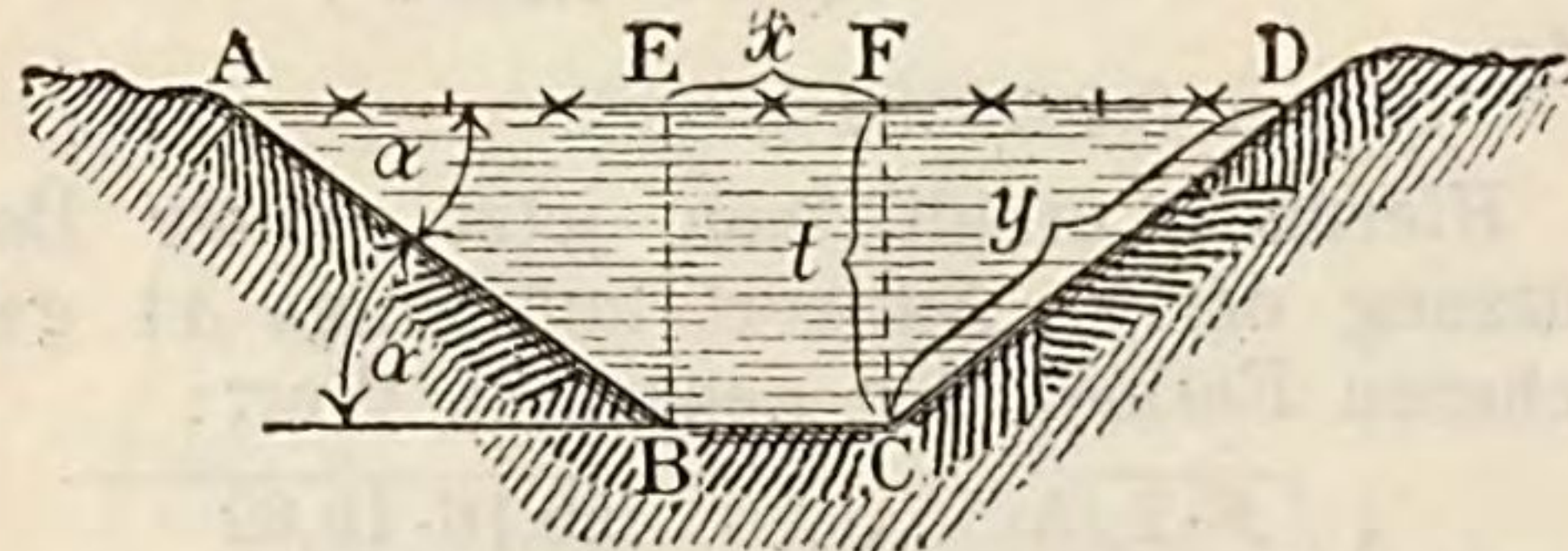
$$h = \frac{0,00763 \cdot 120 \cdot 5,6924 \cdot 1,884^2}{19,62}$$

oder:

$$h = 0,943 \text{ m}$$

Aufgabe 20. Es ist ein 94 m langer Kanal ohne Uferbekleidung anzulegen, welcher bei einem Gefälle von 0,157 m in jeder Sekunde 3,9 cbm Wasser fortführt. Wie sind die Abmessungen des zweckmässigsten Querschnitts zu nehmen, der die Form eines Paralleltrapezes erhalten soll, wenn das Erdreich aus fester Erde besteht und der mittlere Widerstandskoeffizient (s. Erkl. 34) $\zeta = 0,008$ zu setzen ist?

Figur 26.



Erkl. 96.

$$u = \frac{F}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{F}{\sin \alpha (2 - \cos \alpha)}}} +$$

$$(2 - \cos \alpha) \sqrt{\frac{F}{\sin \alpha (2 - \cos \alpha)}}$$

oder:

$$u = \sqrt{\frac{F^2 \cdot \sin \alpha (2 - \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha \cdot F}} + \sqrt{\frac{F \cdot (2 - \cos \alpha)^2}{\sin \alpha (2 - \cos \alpha)}}$$

oder:

$$u = \sqrt{\frac{F(2 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}} + \sqrt{\frac{F(2 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}}$$

oder:

$$u = 2 \sqrt{\frac{F \cdot (2 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}}$$

Nun ist aber nach Erkl. 40 für gegrabene Kanäle in fester Erde ohne Uferbekleidung der Böschungswinkel:

$$\alpha = 33^\circ 40'$$

und

$$\log \sin \alpha = 0,7437921 - 1$$

sowie:

$$\log \cos \alpha = 0,9202678 - 1$$

mithin ist:

$$\sin \alpha = 0,55436$$

und

$$\cos \alpha = 0,83228$$

und demnach:

$$u = 2 \sqrt{\frac{F(2 - 0,83228)}{0,55436}} = 2 \sqrt{\frac{1,1677}{0,55436}} F$$

Auflösung. Es ist nach Antwort auf Frage 40:

$$h = \zeta \frac{lu}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

oder für $c = \frac{Q}{F}$ eingesetzt:

$$h = \zeta \frac{luQ^2}{2gF^3}$$

oder:

$$\frac{F^3}{u} = \frac{\zeta l Q^2}{2gh}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$\frac{F^3}{u} = \frac{0,008 \cdot 94 \cdot 3,9^2}{19,62 \cdot 0,157}$$

oder:

$$\frac{F^3}{u} = \frac{11,438}{3,08} = 3,713$$

Für den zweckmässigsten Querschnitt ist nach Antwort auf Frage 37 mit Bezug auf die nebenstehende Figur:

$$u = b + 2 \overline{AB}$$

oder:

$$u = x + 2y$$

Die Tiefe ist:

$$t = EB = y \cdot \sin \alpha$$

und

$$\overline{AE} = y \cdot \cos \alpha$$

folglich ist die mittlere Breite:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (b + B) &= \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC}) \\ &= \frac{1}{2} (2\overline{AE} + 2\overline{BC}) \end{aligned}$$

oder:

$$b_0 = x + y \cdot \cos \alpha$$

und somit ist die Querschnittsfläche:

$$F = b_0 t = (x + y \cdot \cos \alpha) \cdot y \cdot \sin \alpha$$

woraus:

$$A) \dots x = \frac{F}{y \cdot \sin \alpha} - y \cdot \cos \alpha$$

Setzen wir diesen Wert in die obige Bestimmungsgleichung für den Wasserperimeter ein, so ergibt sich:

$$B) \dots u = \frac{F}{y \cdot \sin \alpha} - y \cdot \cos \alpha + 2y$$

Ferner ist nach Formel 1 b) in Antwort auf Frage 37 für den zweckmässigsten Querschnitt die Tiefe:

$$C) \dots t = \sqrt{\frac{F \cdot \sin \alpha}{2 - \cos \alpha}}$$

$$\begin{array}{r}
 \log 1,1677 = 0,0673313 \\
 - \log 0,55436 = 0,7437921 - 1 \\
 \hline
 0,3235392 \times \frac{1}{2} \\
 \hline
 0,1617696 \\
 \text{numlog } 1,4513 \times 2 \\
 \hline
 = 2,9026
 \end{array}$$

also:

$$u = 2,9 \sqrt{F}$$

Erkl. 97.

$$\begin{array}{r}
 \log 10,7677 = 1,0331229 \times 2 \\
 \hline
 2,0662458 : 5 \\
 \hline
 \log F = 0,4132492 \\
 \text{numlog } F = 2,5897
 \end{array}$$

Erkl. 98.

$$x = \frac{F - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot y^2}{\sin \alpha \cdot y}$$

oder:

$$x = \frac{F - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \frac{F}{(2 - \cos \alpha) \sin \alpha}}{\sin \alpha \sqrt{\frac{F}{(2 - \cos \alpha) \cdot \sin \alpha}}}$$

oder:

$$x = \frac{F(2 - \cos \alpha) - F \cdot \cos \alpha}{(2 - \cos \alpha) \cdot \sin \alpha \sqrt{\frac{F}{\sin \alpha (2 - \cos \alpha)}}}$$

oder:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{2F(1 - \cos \alpha)}{\sqrt{F \cdot \sin \alpha (2 - \cos \alpha)}} \\
 &= 2(1 - \cos \alpha) \sqrt{\frac{F}{\sin \alpha (2 - \cos \alpha)}}
 \end{aligned}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$x = 2(1 - 0,83228) \sqrt{\frac{2,5897}{0,55436 \cdot 1,1677}}$$

$$\begin{array}{r}
 \log 0,55436 = 0,7437921 - 1 \\
 + \log 1,1677 = 0,0673313 \\
 \hline
 0,8111234 - 1 \\
 \log 2,5897 = 0,4132493 \\
 - 0,8111234 - 1 \\
 \hline
 0,6021258 \times \frac{1}{2} \\
 \hline
 0,3010629
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + \log 0,3344 = 0,5242663 - 1 \\
 \hline
 \log x = 0,8253292 - 1 \\
 \text{numlog } x = 0,86885
 \end{array}$$

oder da $t = y \cdot \sin \alpha$, so ist:

$$y \cdot \sin \alpha = \sqrt{\frac{F \cdot \sin \alpha}{2 - \cos \alpha}}$$

oder:

$$D) \dots y = \sqrt{\frac{F}{\sin \alpha (2 - \cos \alpha)}}$$

Setzen wir diesen Wert in die obige Formel B) ein, so ergibt sich (s. Erkl. 96):

$$u = 2 \sqrt{\frac{F(2 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}} = 2,9 F$$

Aus:

$$\frac{F^3}{u} = 3,713$$

folgt:

$$u = \frac{F^3}{3,713}$$

oder da jede Grösse sich selbst gleich ist, so ist auch:

$$2,9 \sqrt{F} = \frac{F^3}{3,713}$$

oder:

$$2,9 \cdot 3,713 = \sqrt{F^5}$$

also ist:

$$F = \sqrt[5]{10,7677^2} = 2,5897 \text{ m}$$

Setzen wir in Gleichung A) den für y gefundenen Wert ein, so ist (siehe Erkl. 98) die untere Breite des Querschnitts:

$$\begin{aligned}
 x &= 2(1 - \cos \alpha) \sqrt{\frac{F}{\sin \alpha (2 - \cos \alpha)}} \\
 &= 0,66885 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Ferner ist die Länge der Böschung, die entsprechenden Zahlenwerte in Gleich. D) eingesetzt:

$$y = \sqrt{\frac{2,5897}{0,55436 \cdot 1,1677}} = 2 \text{ m}$$

Die Tiefe des Flussbettes ist nach Gleichung C):

$$t = \sqrt{\frac{2,5897 \cdot 0,55436}{2 - 0,83228}} = 1,1088 \text{ m}$$

und die Geschwindigkeit des fließenden Wassers ist:

$$c = \frac{3,9}{2,5897} = 1,506 \text{ m}$$

Aufgabe 21. Ein Kanal mit trapezförmigem Querschnitt von den in Fig. 27 angegebenen Dimensionen hat auf 1000 m Länge 0,5 m Gefälle. Welches ist

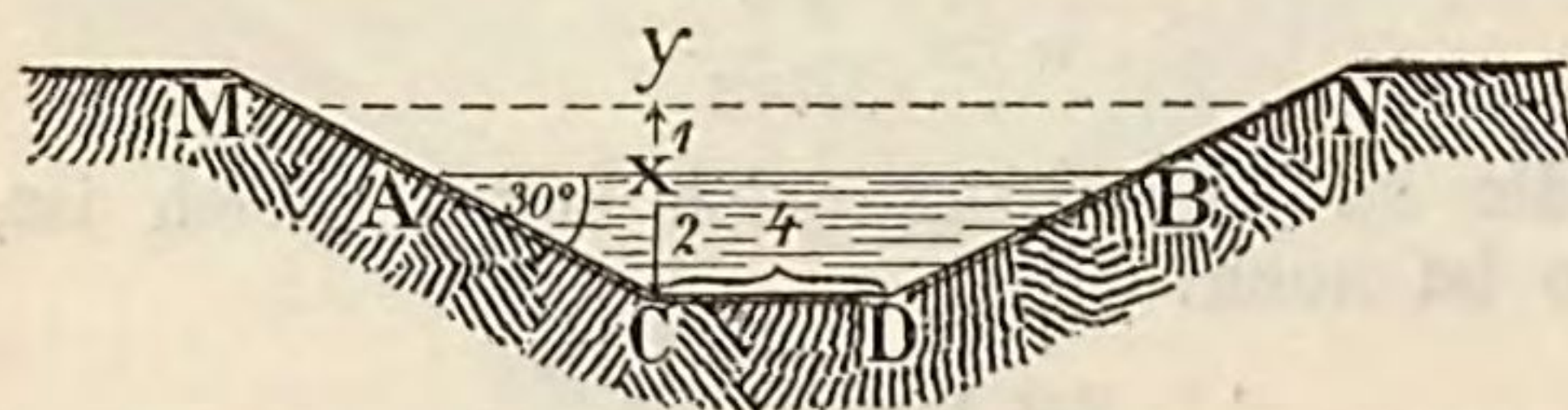
a) die mittlere Geschwindigkeit des fließenden Wassers,

b) die pro Sekunde durch den Kanal fortgeführte Wassermenge?

c) Wenn bei unverändert bleibendem Gefälle die Wassertiefe in der Mitte überall von 2 m bis auf 3 m steigt, wie gross ist dann

α) die mittlere Geschwindigkeit und
 β) die pro Sekunde vorbeifliessende Wassermenge?

Figur 27.



Erkl. 99. Nach Erkl. 34 ist:

$$\zeta = 0,007409 \left(1 + \frac{0,05853}{1,235} \right)$$

oder:

$$\zeta = 0,007409 \cdot 1,0474$$

oder:

$$\zeta = 0,00776$$

Erkl. 100. Wenn das Wasser um 1 m gestiegen ist, so ist die obere Breite:

$$B = \overline{MN} = 2My + CD = 2\sqrt{6^2 - 3^2} + 4$$

oder:

$$B = 2 \cdot \sqrt{27} + 4 = 2 \cdot 3\sqrt{3} + 4 = 6 \cdot 1,732 + 4 = 14,392$$

folglich ist:

$$F = \frac{1}{2} (14,392 + 4) \cdot 3 = 27,588$$

Erkl. 101. Durch Einsetzung des mittleren Widerstandskoeffizienten erhält man:

$$c = \sqrt{\frac{1,724 \cdot 19,62}{2000 \cdot 0,008}} = \sqrt{2,11406} = 1,454$$

Diesem Wert entspricht aber der Widerstandskoeffizient:

$$\zeta = 0,007409 \left(1 + \frac{0,05853}{1,454} \right)$$

oder:

$$\zeta = 0,00771$$

Setzen wir diesen Wert in die Bestimmungsgleichung für c ein, so ist:

$$c = \sqrt{\frac{1,724 \cdot 19,62}{2000 \cdot 0,00771}} = 1,482$$

Auflösung. Bei den in Figur 27 angegebenen Dimensionen des Querprofils ist der Wasserperimeter:

$$u = \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DB}$$

oder da:

$$\overline{AC} = \overline{DB} = \frac{t}{\sin 30^\circ} \text{ und } \sin 30^\circ = 0,5$$

also:

$$\overline{AC} = \frac{2}{0,5} = 4 = \overline{DB}$$

ist, so ist:

$$u = 12 \text{ m}$$

Ferner ist die obere Breite:

$$AB = 2Ax + CD = 2 \cdot 0,866 \cdot 4 + 4$$

oder:

$$B = 10,928 \text{ m}$$

denn in $\triangle Ax C$ ist:

$$Ax = \overline{AC}^2 - \overline{Cx}^2 = 2\sqrt{3}$$

Somit ist die Fläche des Querschnitts:

$$F = \frac{1}{2} (B + b) t$$

oder:

$$F = \frac{1}{2} (10,928 + 4) \cdot 2 = 14,928 \text{ m}$$

Folglich ist:

$$\frac{F}{u} = 1,244$$

und da:

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{2000}$$

so erhält man für die mittlere Geschwindigkeit aus Gleichung 36) (Frage 41) nach Substitution des Mittelwertes:

$$\zeta = 0,008$$

zunächst den Näherungswert:

$$c = \sqrt{\frac{1,244 \cdot 19,62}{2000 \cdot 0,008}} = 1,235 \text{ m}$$

Dieser Geschwindigkeit entspricht nach der nebenstehenden Erkl. 99 der Widerstandskoeffizient:

$$\zeta = 0,00776$$

und nach Substitution desselben erhält man für die Geschwindigkeit den genaueren Wert:

$$c = \sqrt{\frac{1,244 \cdot 19,62}{2000 \cdot 0,00776}} = 1,254 \text{ m}$$

b) Die von dem Kanal pro Sekunde fortgeführte Wassermenge hat also die Grösse:

$$Q = Fc = 14,928 \cdot 1,254 = 18,72 \text{ cbm}$$

c) Wenn bei unverändert bleibendem Gefälle die Wassertiefe in der Mitte von 2 m auf 3 m steigt, so erreicht der Wasserperimeter die Grösse:

$$u = 2\overline{MC} + CD = 2 \cdot 6 + 4 = 16 \text{ m}$$

und der Wasserquerschnitt die Grösse:

$$F = 27,588 \text{ m}^2 \text{ (siehe Erkl. 100)}$$

Hiernach ist:

$$\frac{F}{u} = 1,724$$

und der Wert für die mittlere Geschwindigkeit (siehe Erkl. 101):

$$c = 1,482 \text{ m}$$

demnach die pro Sekunde vorbeifliessende Wassermenge:

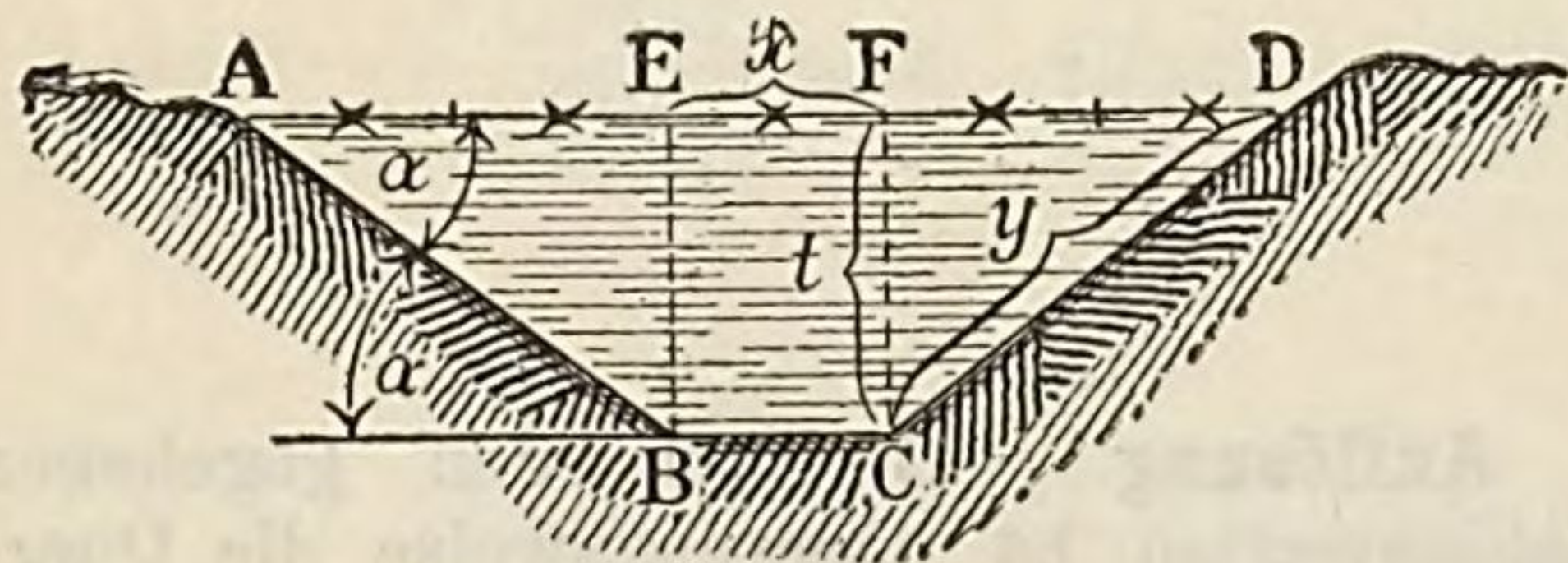
$$Q = 27,588 \cdot 1,482 = 40,885 \text{ cbm}$$

Aufgabe 22. Einem kleinen, in Erde auszuführenden Bewässerungskanale beabsichtigt man das von Eytelwein vorgeschlagene, in Figur 28 dargestellte Profil zu geben, bei welchem sich die Sohlbreite b zur grössten Breite B und zur Tiefe t wie 2:10:3 verhält. Pro Sekunde sind $Q = 0,40 \text{ cbm}$ Wasser abzuführen, während ein relatives Gefälle:

$$\frac{h}{l} = s = 0,001$$

gefordert wird. Welche Dimensionen muss das Profil erhalten?

Figur 28.



Erkl. 102.

$$\begin{aligned} \log 16 \cdot 2 &= 1,5051500 \\ - \log 981 &= 2,9916690 \\ \hline &3,5134810 - 5 \times \frac{1}{5} \\ \log t &= 0,7026962 - 1 \\ \text{numlog } t &= 0,5043 \text{ m} \end{aligned}$$

Erkl. 103.

$$\begin{aligned} k &= 36,27 + 7,254 \sqrt{0,252} \\ \text{oder:} \quad \log 7,254 &= 0,8605776 \\ + \log \sqrt{0,252} &= 0,7007002 - 1 \\ \hline &0,5612778 \\ \text{numlog } 3,64 & \\ \text{oder:} \quad k &= 36,27 + 3,64 = 39,91 \\ \text{oder ca. } 40. & \end{aligned}$$

Auflösung. Bezeichnet man die Höhe des rechtwinkligen Profils FC mit t , so ist

$$\text{die obere Breite } B = 3 \frac{1}{3} t$$

$$\text{„ untere „ } b = \frac{2}{3} t$$

$$\text{der Wasserperimeter } u = 4 t$$

denn das Dreieck CDF ist ein sog. pythagoreisches, in welchem sich die Seiten:

$$\overline{CF} : \overline{FD} : \overline{DC} = 3 : 4 : 5$$

verhalten; überdies ist der Flächeninhalt:

$$F = \frac{1}{2} t \cdot \left(3 \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) \cdot t = 2 t^2$$

also:

$$\frac{F}{u} = \frac{2 t^2}{4 t} = \frac{1}{2} t$$

Nehmen wir nun zunächst, um einen Näherungswert für t zu erhalten, die Formel 36) (siehe Antwort auf Frage 41) zu Hilfe, in welche wir für den Widerstandskoeffizienten den Mittelwert:

$$\zeta = 0,008$$

eingeführen, so ist zunächst allgemein:

$$Fc \text{ oder } Q = F \sqrt{\frac{2 g h F}{\zeta l u}} = F \sqrt{\frac{2 g}{\zeta} \cdot r s}$$

oder die entsprechenden Werte eingesetzt:

$$Q = 2 t^2 \sqrt{\frac{2 g}{\zeta} \cdot \frac{t}{2} \cdot s} = 2 \sqrt{\frac{g t^5 \cdot s}{\zeta}}$$

oder:

$$t = \sqrt[5]{\frac{Q^2 \zeta}{4 g s}} = \sqrt[5]{\frac{0,16 \cdot 0,008}{4 \cdot 9,81 \cdot 0,001}}$$

oder:

$$t = \sqrt[5]{\frac{16 \cdot 2}{981}} = 0,5043 \text{ m (siehe Erkl. 102)}$$

Erkl. 104.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{20}} = \sqrt[5]{0,05}$$

$$\log 0,05 = 3,6989700 - 5 \times \frac{1}{5}$$

$$\log t = 0,7397940 - 1$$

$$\text{numlog } t = 0,549$$

$$\text{oder: } t = 0,55$$

Erkl. 105. Wenn $t = 0,55$ m beträgt, dann ist die Querschnittsfläche:

$$F = 2t^2 = 2 \cdot 0,55^2 = 0,605 \text{ m}^2$$

und die mittlere Geschwindigkeit:

$$c = k \sqrt{rs} = 40 \sqrt{0,275 \cdot 0,001}$$

oder:

$$c = 40 \sqrt{0,000275} = 40 \cdot 0,0166 = 0,664$$

Man erhält demnach als Proberechnung für die sekundliche Abflussmenge:

$$Q = Fc = 0,605 \cdot 0,664 = 0,401720$$

was mit der gegebenen Wassermenge $Q = 0,40$ hinreichend genau übereinstimmt.

Um nun für t einen genaueren Wert zu erhalten, benutzen wir die Chezy-Eytelweinsche Formel:

$$c = k \sqrt{rs}$$

und setzen nach Harder (siehe Erkl. 37):

$$k = 36,27 + 7,254 \sqrt{r}$$

oder da:

$$r = \frac{1}{2}t = \frac{1}{2} \cdot 0,504 = 0,252$$

ist, so ist:

$$k = 40 \text{ (siehe Erkl. 103)}$$

und demnach:

$$Fc \text{ oder } Q = Fk \sqrt{rs} = 2t^2 k \sqrt{\frac{t}{2} \cdot s}$$

oder:

$$t = \sqrt[5]{\frac{Q^2}{2k^2s}} = \sqrt[5]{\frac{0,4 \cdot 0,4}{2 \cdot 40 \cdot 40 \cdot 0,001}} = 0,55 \text{ m}$$

(siehe Erkl. 104)

Für die verlangten Kanaldimensionen erhält man hieraus:

$$B = 3 \frac{1}{3} t = 1,83 \text{ m}$$

$$b = \frac{2}{3} t = 0,37 \text{ m}$$

$$u = 4t = 2,20 \text{ m}$$

Aufgabe 23. Aus einem Flussbassin wird eine Wassermenge unter der Bedingung gekauft, dass dieselbe durch einen rechtwinkligen 4 m breiten Ausschnitt in der Dammkappe, dessen Schwelle 2 m unter dem tiefsten Wasserstande des Flusses angeordnet ist, abgeleitet werde. Das gekaufte Wasser soll nach einer 265 m entfernten Stelle zum Wasserradbetriebe und zwar in der Weise fortgeführt werden, dass der Wasserspiegel nahe der Aufschlagstelle nicht mehr als 0,44 m unter dem Niveau des Sammelbehälters beim kleinsten Wasser desselben liegt.

a) Welche Wassermenge wird hier nach ein mit dem Ausschnitte verbundener rechtwinkliger Kanal fortzuführen haben?

b) Welches Gefälle wird derselbe besitzen müssen und

c) wie gross wird die Wassertiefe am Ende des Kanals sein?

(Der Kontraktionskoeffizient sei $\mu = 0,905$ und der Koeffizient $k = 45$.)

Auflösung. a) Nach den gegebenen Zahlenwerten ist näherungsweise die Querschnittsfläche:

$$F = 4 \cdot 2 = 8 \text{ m}^2$$

und der benetzte Umfang:

$$u = 4 + 2 \cdot 2 = 8 \text{ m}$$

also ist:

$$\frac{F}{u} = 1$$

und man erhält durch Einsetzung der Zahlenwerte in Gleichung 3) (siehe Antwort auf Frage 52):

$$0,44 = \frac{c^2}{19,62 \cdot 0,905^2} + \frac{c^2}{45^2} 265$$

oder:

$$0,06223 c^2 + 0,13086 c^2 = 0,44$$

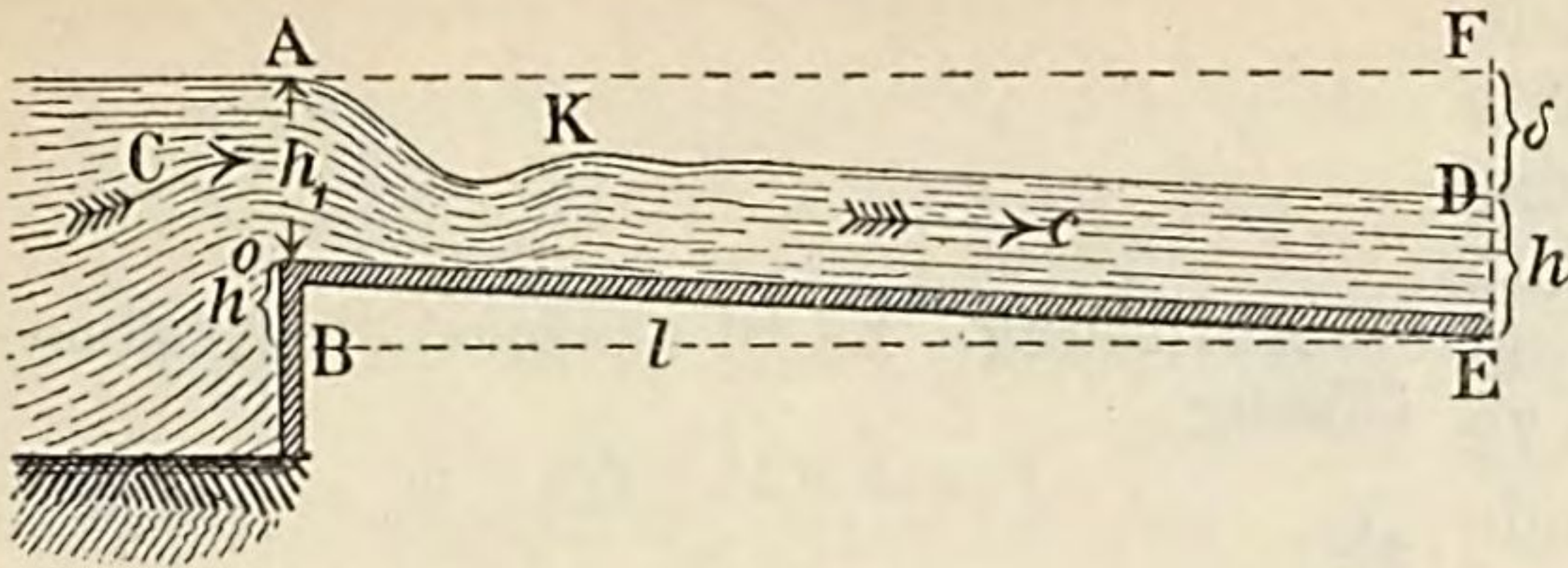
oder:

$$0,193 c^2 = 0,44$$

oder:

$$c = \sqrt{\frac{440}{193}} = 1,509 \text{ m}$$

Figur 29.



Erkl. 106.

$$0,44 = \frac{c^2}{19,62 \cdot 0,905^2} + \frac{7,72 \cdot 265 c^2}{7,44 \cdot 45^2}$$

oder:

$$0,44 = 0,06223 c^2 + 0,1358 c^2$$

oder:

$$0,198 c^2 = 0,44$$

oder:

$$c = \sqrt{\frac{440}{198}} = 1,491$$

Erkl. 107.

$$h_2 = 2 - \frac{1}{19,62} \cdot \frac{1,491^2}{0,905^2} = 2 - 0,051 \cdot \frac{2,223}{0,819}$$

oder:

$$h_2 = 2 - \frac{0,113373}{0,819} = 2 - 0,137 = 1,863$$

als ersten Annäherungswert für die mittlere Geschwindigkeit.

Nun ist aber nach Gleichung 1) in Antwort auf Frage 52:

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2g} \frac{c^2}{\mu^2} - \frac{C^2}{2g}$$

oder da im vorliegenden Falle für die Geschwindigkeit C , mit welcher sich das Wasser an der Kanalspitze ersetzt, kein Wert gegeben, also $C = 0$ zu setzen ist, so erhält man für die Tiefe DE (siehe Figur 29):

$$h_2 = h_1 - \frac{1}{2g} \frac{c^2}{\mu^2}$$

oder:

$$h_2 = 2 - \frac{1}{19,62} \cdot \frac{1,509^2}{0,905^2} = 2 - 0,051 \cdot \frac{2,277}{0,819}$$

oder:

$$h_2 = 2 - 0,14 = 1,86 \text{ m}$$

Bringt man diese Tiefe in Rechnung, so erhält man als Querschnittsfläche:

$$F = 4 \cdot 1,86 = 7,44 \text{ m}^2$$

und als Wasserperimeter:

$$u = 4 + 2 \cdot 1,86 = 7,72 \text{ m}$$

Setzen wir diese Werte in die oben benutzte Formel 3) ein, so erhalten wir für die mittlere Geschwindigkeit den genaueren Wert:

$$c = 1,491 \text{ m (siehe Erkl. 106)}$$

Benutzen wir diesen Wert zur Ermittlung eines genaueren Wertes der Höhe h_2 , so ergibt sich nach der oben bereits angewandten Formel:

$$h_2 = 1,863 \text{ m (siehe Erkl. 107)}$$

b) Aus diesem, für die Praxis hinreichend genauen Werte findet man das dem Kanale zu gebende Gefälle [siehe Formel 2) in Antwort auf Frage 52]:

$$\frac{h}{l} = \frac{0,44 - (2 - 1,863)}{265}$$

oder:

$$\frac{h}{l} = \frac{0,303}{265} = 0,0011434$$

c) Die pro Sekunde zugeführte und abfließende Wassermenge ist:

$$Q = Fc = 1,863 \cdot 4 \cdot 1,491 = 11,11 \text{ cbm}$$

Aufgabe 24. Für den Zweck eines Wasserradbetriebes verlangt man, dass der Ausfluss aus der Schützenöffnung f (siehe Figur 30) mit 3,3 m Geschwindigkeit erfolgt, während die Aufschlagwassermenge pro Sekunde 0,72 cbm oder

720 l beträgt und der Kanal (oder das Gerinne) eine Länge von 100 m hat. Die Ausflussöffnung f soll 3 m lichte Weite und 10 cm Höhe erhalten, das Wasser im Gerinne bei 3,29 m Breite eine Tiefe von 0,546 m besitzen, während der Ausflusskoeffizient $\mu = 0,72$ und der für die Ausflussöffnung geltende Kontraktionskoeffizient $\alpha = \frac{2}{3}$ und $k = 50$ angenommen wird. Wie gross ist

- a) die erforderliche Druckhöhe H (siehe Figur 30) im Sammelbehälter und
b) wie gross ist die Differenz:

$$H - h = h_1$$

zwischen dieser Druckhöhe H und der h vor der Schützenöffnung f ?

Auflösung. Es ist zunächst die Ausflussöffnung:

$$f = 3 \cdot 0,1 = 0,3 \text{ m}$$

also:

$$\mu f = 0,3 \cdot 0,72 = 0,216 \text{ m}$$

Ferner ist die Geschwindigkeit im Gerinne:

$$c = \frac{Q}{F} = \frac{0,72}{1,8} = 0,4 \text{ m}$$

und der Wasserperimeter:

$$u = 3,29 + 2 \cdot 0,546 = 4,382$$

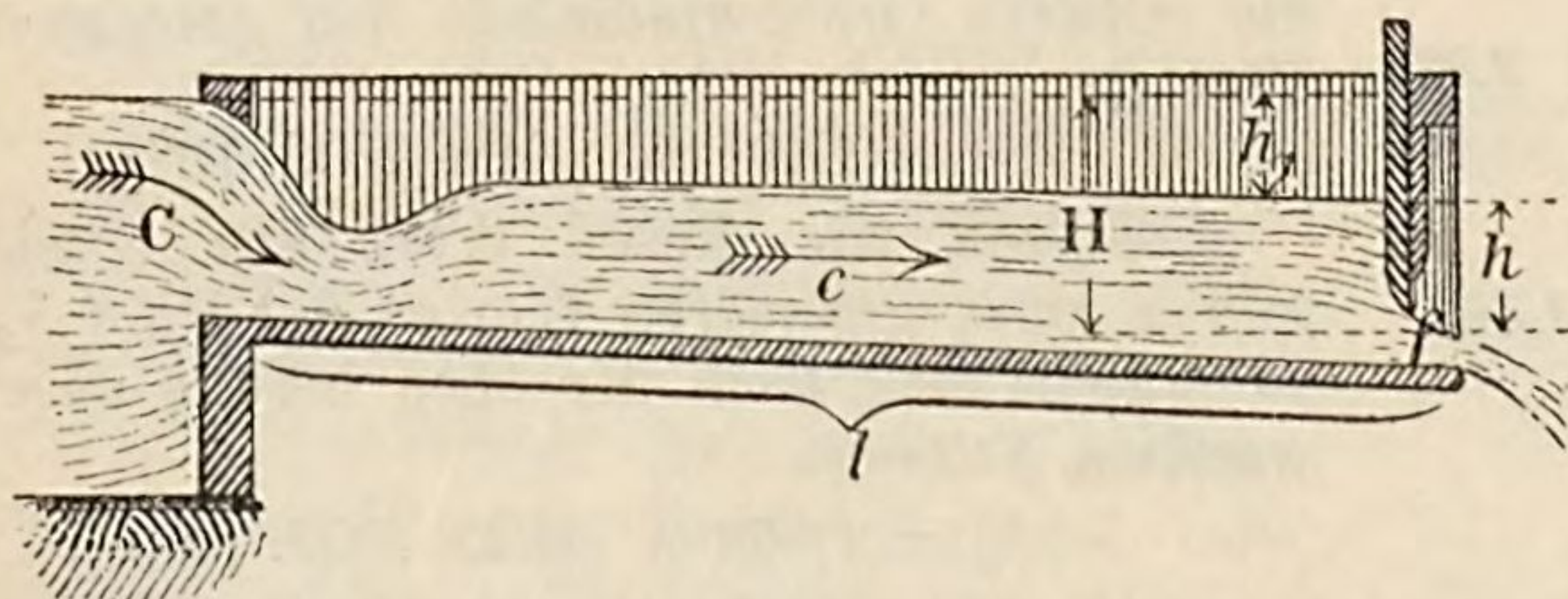
und somit:

$$\frac{u}{F} = 2,43$$

a) Sonach erhält man aus Formel 5) in Erkl. 43 für die Höhe des Wasserstandes im Sammelbehälter:

$$H = \frac{3,3^2}{19,62} \left\{ 1 + \left(\frac{0,216}{1,8} \right)^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{1}{\frac{2}{3}} - 1 \right)^2 + \frac{19,62 \cdot 2,43}{2500} \right] \right\}$$

Figur 30.



oder:

$$H = 0,5554 [1 + 0,0144 (1,25 + 1,907)]$$

oder:

$$H = 0,580 \text{ m}$$

b) Ferner ist:

$$h = \frac{c_1^2 - c^2}{2g} \quad (\text{s. Antwort auf Frage 56})$$

oder:

$$h = \frac{3,3^2 - 0,4^2}{19,62} = 0,546$$

und somit ist:

$$H - h = 0,580 - 0,546$$

oder:

$$h_1 = 0,034 \text{ m}$$

Dasselbe Resultat erhält man aber auch direkt aus Formel 4) in Erkl. 43, wonach:

$$h_1 = \frac{0,4^2}{19,62} \left[2 + \left(\frac{1}{\frac{2}{3}} - 1 \right)^2 + 19,62 \frac{2,43 \cdot 100}{2500} \right]$$

oder:

$$h_1 = 0,16 \cdot 0,051 [2,25 + 1,907] = 4,157 \cdot 0,00816$$

oder:

$$h_1 = 0,0339 \text{ m}$$

Aufgabe 25. a) Ein Bach hat auf eine Strecke von 100 m Länge 20 cm Gefälle; der mittlere Umfang seines Wasserprofils ist 12 m, der Inhalt des oberen Querprofils misst 7, der des

unteren 6 □ m. Welche Wassermenge liefert der Bach pro Sekunde?

b) Wenn derselbe Bach bei demselben Wasserstande auf einer andern Strecke von 150 m Länge 14 cm Gefälle hat, und wenn auf dieser Strecke sein oberes Profil 8, sein unteres 9 □ m und der mittlere Profilumfang 15 m beträgt, wie gross ist dann die sekundlich fortfließende Wassermenge auf dieser Strecke?

c) Aus beiden Werten ergibt sich welche mittlere Wassermenge?

Auflösung. a) Aus der Antwort auf Frage 56 folgt für die sekundlich fortfließende Wassermenge, wenn für den Widerstandskoeffizienten ein Mittelwert von $\zeta = 0,008$ in die Rechnung eingeführt wird:

$$Q = \sqrt{\frac{19,62 \cdot 0,2}{\frac{1}{6^2} - \frac{1}{7^2} + 0,008 \cdot \frac{100 \cdot 72}{6+7} \left(\frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} \right)}}$$

oder nach nebenstehender Erkl. 108:

$$Q = 9,557 \text{ cbm}$$

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt demnach:

$$c = \frac{2 \cdot 9,557}{6+7}$$

oder:

$$c = 1,47$$

und also ist, um einen genaueren Wert für Q zu erhalten, nach Erkl. 34 anstatt 0,008 für $\zeta = 0,00771$ einzuführen; also ist:

$$Q = \sqrt{\frac{19,62 \cdot 0,2}{\frac{1}{6^2} - \frac{1}{7^2} + 0,00771 \cdot \frac{100 \cdot 12}{13} \left(\frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} \right)}}$$

oder:

$$Q = 9,704 \text{ cbm}$$

b) Auf der zweiten Strecke von 150 m Länge ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers:

$$c = \frac{2 \cdot 9,704}{8+9} = 1,14 \text{ m}$$

daher ist nach Erkl. 34 für $\zeta = 0,0078$ einzusetzen und demnach ist:

$$Q = \sqrt{\frac{19,62 \cdot 0,14}{\frac{1}{9^2} - \frac{1}{8^2} + 0,0078 \cdot \frac{150 \cdot 15}{8+9} \left(\frac{1}{9^2} + \frac{1}{8^2} \right)}}$$

oder:

$$Q = 10,35 \text{ cbm (siehe Erkl. 109)}$$

c) Aus beiden Werten folgt der Mittelwert:

$$Q = \frac{1}{2} (9,704 + 10,35) = 10,027 \text{ cbm}$$

Erkl. 108.

$$Q = \sqrt{\frac{3,924}{0,02778 - 0,02041 + \frac{0,8 \cdot 12}{13} (0,02778 + 0,02041)}}$$

oder:

$$Q = \sqrt{\frac{3,924}{0,00737 + \frac{9,6 \cdot 0,04819}{13}}} = \sqrt{\frac{3,924}{0,04296}}$$

oder:

$$Q = 9,557$$

Erkl. 109.

$$Q = \sqrt{\frac{19,62 \cdot 0,14}{\frac{1}{81} - \frac{1}{64} + 0,0078 \cdot \frac{150 \cdot 15}{17} \left(\frac{1}{81} + \frac{1}{64} \right)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2,7468}{0,012346 - 0,015625 + 0,028875}} = \sqrt{\frac{2,7468}{0,025596}}$$

$$\log 2,7468 = 2,4388270$$

$$\log 0,025596 = 0,4081721$$

$$\frac{2,0306549 \times \frac{1}{2}}{\log Q = 1,0153275}$$

$$Q = 10,35$$

Aufgabe 26. Ein Bach, der eine mittlere konstante Breite von 3,14 m hat und dessen Tiefe sich bei 94 m Länge ändert, führt in der Sekunde 15 cbm Wasser ab.

a) Wie gross ist das Gefälle des Baches auf dieser Länge, wenn der obere Querschnitt 6 □ m, der untere 4,5 □ m Inhalt hat, und der mittlere benetzte Umfang 9,4 m beträgt?

b) Welche Tiefe hat der Kanal am oberen und unteren Querschnitt?

Erkl. 110.

$$h = 225 \cdot 0,051 \left[\left(\frac{1}{20,25} - \frac{1}{36} \right) + 0,008 \frac{94 \cdot 9,4}{10,5} \left(\frac{1}{20,25} + \frac{1}{36} \right) \right]$$

oder:

$$h = 11,475 [(0,04938 - 0,02778 + 0,67322 \cdot 0,07716)]$$

oder:

$$h = 11,475 \cdot 0,07354 = 0,844$$

Im zweiten Fall ist abgekürzt:

$$h = 11,447 \left[(0,05 - 0,028) + \frac{0,00752 \cdot 94 \cdot 9,4 \cdot 0,078}{10,5} \right]$$

oder:

$$h = 11,447 (0,05 - 0,028 + 0,04936)$$

oder:

$$h = 11,447 \cdot 0,07136 = 0,819$$

Auflösung. a) Setzen wir in die in Antwort auf Frage 56 gegebene Bestimmungsgleichung für h die entsprechenden Zahlenwerte und für den Widerstandskoeffizienten vorläufig den Mittelwert $\zeta = 0,008$ ein, so ergibt sich:

$$h = \frac{15 \cdot 15}{19,62} \left[\left(\frac{1}{4,5^2} - \frac{1}{6^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{94 \cdot 9,4}{4,5 + 6} \left(\frac{1}{4,5^2} + \frac{1}{6^2} \right) \right]$$

oder:

$$h = 0,844 \text{ m}$$

Hiernach ist aber die mittlere Geschwindigkeit:

$$c = \sqrt{2gh} = \sqrt{19,62 \cdot 0,844} = 4 \text{ m}$$

also nach Erkl. 34:

$$\zeta = 0,00752$$

Führen wir diesen Wert in die obige Formel ein, so ergibt sich:

$$h = \frac{225}{19,62} \left[\left(\frac{1}{20,25} - \frac{1}{36} \right) + \frac{0,00752 \cdot 94 \cdot 9,4}{10,5} \left(\frac{1}{20,25} + \frac{1}{36} \right) \right]$$

oder:

$$h = 0,819 \text{ m (siehe Erkl. 110)}$$

b) $bt_0 = F_0$ und $bt_1 = F_1$

also ist:

$$t_0 = \frac{F_0}{b} = \frac{6}{3,14} = 1,92 \text{ m}$$

und

$$t_1 = \frac{F_1}{b} = \frac{4,5}{3,14} = 1,44 \text{ m}$$

Aufgabe 27. In einem horizontalen Graben von durchaus 2 m Breite wird sekundlich eine Wassermenge von 1 cbm

fortgeführt, welche am Anfang des Kanals 60 cm hoch eintritt. Auf welcher Strecke wird die Wassertiefe um 10 cm und auf welcher Strecke um 20 cm abgenommen haben?

Erkl. 111.

$$l_1 = \frac{0,1 - 0,051 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1,44} \right)}{0,00789 \cdot \frac{3,1}{2,2} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1,44} \right) \cdot 0,051}$$

oder:

$$l_1 = \frac{0,1 - 0,051 \cdot 0,3}{0,00789 \cdot 1,41 \cdot 1,7 \cdot 0,051} = \frac{0,1 - 0,0153}{0,0009639} = \frac{0,0847}{0,0009639}$$

oder:

$$l = \frac{847000}{9639} = 88$$

Erkl. 112.

$$l_2 = \frac{0,1 - 0,051 \left(\frac{1}{0,64} - 1 \right)}{0,00781 \cdot \frac{2,9}{1,8} \left(1 + \frac{1}{0,64} \right) \cdot 0,051} = \frac{0,1 - 0,051 \cdot 0,56}{0,00781 \cdot 1,61 \cdot 2,56 \cdot 0,051} = \frac{0,07144}{0,001515} = \frac{71440}{1515} = 47$$

Erkl. 113. Wenn man die Strecken berechnet, auf welchen eine Senkung von je 5 cm stattfindet, so wird als genauerer Wert für die Strecke, auf welcher eine Senkung von 20 cm eintritt, sich eine grössere Zahl als 135 m ergeben. Setzt man dagegen für $t_0 - t_1 = 0,2$ in die betreffende Formel ein, wobei zu berücksichtigen ist, dass dann der mittlere Umfang $u = 3$ m und die mittlere Geschwindigkeit $c = 1$ m, also $\zeta = 0,00784$ beträgt, so erhält man einen wesentlich kleineren Wert, nämlich:

$$l = \frac{0,2 - 0,051 \left(\frac{1}{0,64} - \frac{1}{1,44} \right)}{0,00784 \cdot 1,5 \left(\frac{1}{1,44} + \frac{1}{0,64} \right) \cdot 0,051}$$

oder:

$$l = \frac{0,2 - 0,051 \cdot 0,86}{0,01176 \cdot 2,26 \cdot 0,051} = \frac{0,15614}{0,001355} = 115 \text{ m}$$

Auflösung. Nehmen wir die in Erkl. 48 gegebene Formel zu Hilfe, so ist zunächst zu berücksichtigen, dass im gegebenen Falle:

$$\sin \alpha = 0$$

ist. Ferner ist der Querschnitt am Anfang des Kanals:

$$F_0 = 2 \cdot 0,6 = 1,2 \text{ m}^2$$

und an der Stelle, wo die Wassertiefe nur noch 50 cm beträgt, ist:

$$F = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ m}^2$$

folglich ist die mittlere Geschwindigkeit auf dieser Strecke:

$$c = \frac{2Q}{F_0 + F} = \frac{2 \cdot 1}{2,2} = 0,909 \text{ m/s}$$

also nach Erkl. 34:

$$\zeta = 0,00789$$

und der mittlere Umfang:

$$u = 2 + 1,1 = 3,1 \text{ m}$$

somit beträgt diese Strecke (siehe Erkl. 111):

$$l_1 = \frac{0,6 - 0,5 - \frac{1}{19,62} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1,44} \right)}{0,00789 \cdot \frac{3,1}{2,2} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1,44} \right) \frac{1}{19,62}} = 88 \text{ m}$$

Um nun die Strecke zu erhalten, auf welcher der Wasserspiegel um weitere 10 cm sinkt, berücksichtige man, dass bei Beginn dieser Strecke der Querschnitt:

$$F = 1 \text{ m}^2$$

aber am Ende derselben:

$$F = 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ m}^2$$

also der mittlere Umfang:

$$u = 2 + 0,9 = 2,9$$

und die mittlere Geschwindigkeit auf dieser Strecke:

$$c = \frac{2Q}{1 + 0,8}$$

oder:

$$c = 1,11$$

also:

$$\zeta = 0,00781$$

beträgt.

Demnach ergibt sich aus derselben Formel:

$$l_2 = \frac{0,1 - \frac{1}{19,62} \left(\frac{1}{0,64} - \frac{1}{1} \right)}{0,00781 \cdot \frac{2,9}{1,8} \left(1 + \frac{1}{0,64} \right) \frac{1}{19,62}} = 47 \text{ m}$$

(siehe Erkl. 112)

Also wird hiernach auf eine Länge von:

$$88 + 47 = 135 \text{ m}$$

eine Senkung von 20 cm eintreten.

Aufgabe 28. Wenn der Wasserstand eines breiten Kanales oder Flusses um 10 % seiner anfänglichen Grösse zunimmt, um wieviel Prozent wird dann

- die Geschwindigkeit,
- die Wassermenge grösser?

Auflösung. Bezeichnet $t = 100$ die normale Wassertiefe, $t_1 = 110$ dagegen die des angeschwollenen Wassers, $c = 100$ die Geschwindigkeit und $Q = 100$ die Wassermenge für den ersten Fall, so ist nach Antwort auf Frage 59:

$$a) \frac{c_1 - 100}{100} = \frac{1}{2} \frac{110 - 100}{100}$$

oder:

$$c_1 = 105$$

also die Geschwindigkeitszunahme beträgt 5 %.

$$b) \frac{Q_1 - 100}{100} = \frac{3}{2} \frac{110 - 100}{100}$$

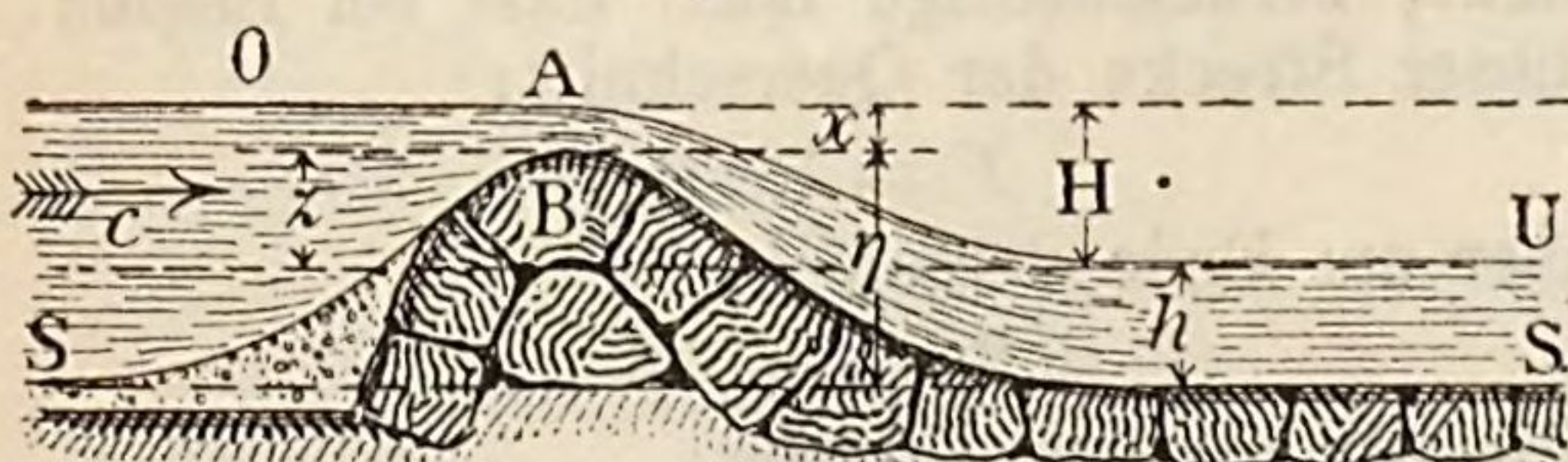
oder:

$$Q_1 = 115$$

d. h. die Zunahme der Wassermenge beträgt 15 %.

Aufgabe 29. Ein Fluss von 6,3 m Breite und 1,3 m Tiefe soll 1,1 m hoch aufgestaut werden. Welche Höhe erhält das Wehr, wenn in jeder Sekunde 9 cbm Wasser abgeführt werden?

Figur 31.



Erkl. 114.

$$\begin{aligned} \log 0,533 &= 0,72673 - 1 \\ + \log 6,3 &= 0,79934 \\ + \log \sqrt{19,62} &= 0,64631 \\ \hline &1,17238 \\ \log 9 &= 0,95424 \\ - 1,17238 \\ \hline &0,78186 - 1 \times 2 \\ &2,56372 - 3 : 3 \\ \hline &0,85457 - 1 \end{aligned}$$

numlog 0,715

Aus Antwort auf Frage 73 ermittelt sich leicht für die Tiefe der Ueberfallsstelle B unter dem ungesenkten Oberwasserspiegel O:

$$x = 1,1 - 0,385 = 0,715 \text{ m}$$

sowie für die notwendige Höhe der Wehrkrone über dem ungestauten Wasserspiegel:

$$z = 1,1 - 0,715 = 0,385 \text{ m}$$

Auflösung. Wir haben zunächst zu ermitteln, ob das anzulegende Wehr als ein vollkommenes oder als ein Grundwehr angelegt werden muss. Wenn, wie es gewöhnlich der Fall ist, die Wehrhöhe mehr als 0,6 m beträgt, so ist in diesem Falle die Geschwindigkeit c des ankommenden Wassers so gering, dass man $c = 0$ setzen kann.

Nehmen wir nun, den Versuchen von Weisbach gemäss:

$$\mu = 0,8$$

also:

$$\frac{2}{3} \mu = 0,533$$

an (siehe Erkl. 64), dann ist nach Antwort auf Frage 74 die Wassermasse:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b x \sqrt{2gx}$$

oder für x die Stauhöhe H eingesetzt:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH}$$

oder:

$$Q = 0,533 \cdot 6,3 \cdot 1,1 \sqrt{19,62 \cdot 1,1} = 17,14 \text{ cbm}$$

Da aber die fortzuführende Wassermenge nur 9 cbm beträgt, also kleiner als 17,14 cbm ist, so muss das Wehr ein vollkommenes Ueberfallwehr werden, und man erhält für die Wehrhöhe, berücksichtigend, dass $c = 0$ gesetzt werden

soll, aus der in Antwort auf Frage 74 gegebenen Formel die einfachere Formel:

$$\eta = h + H - \left(\frac{Q}{\frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

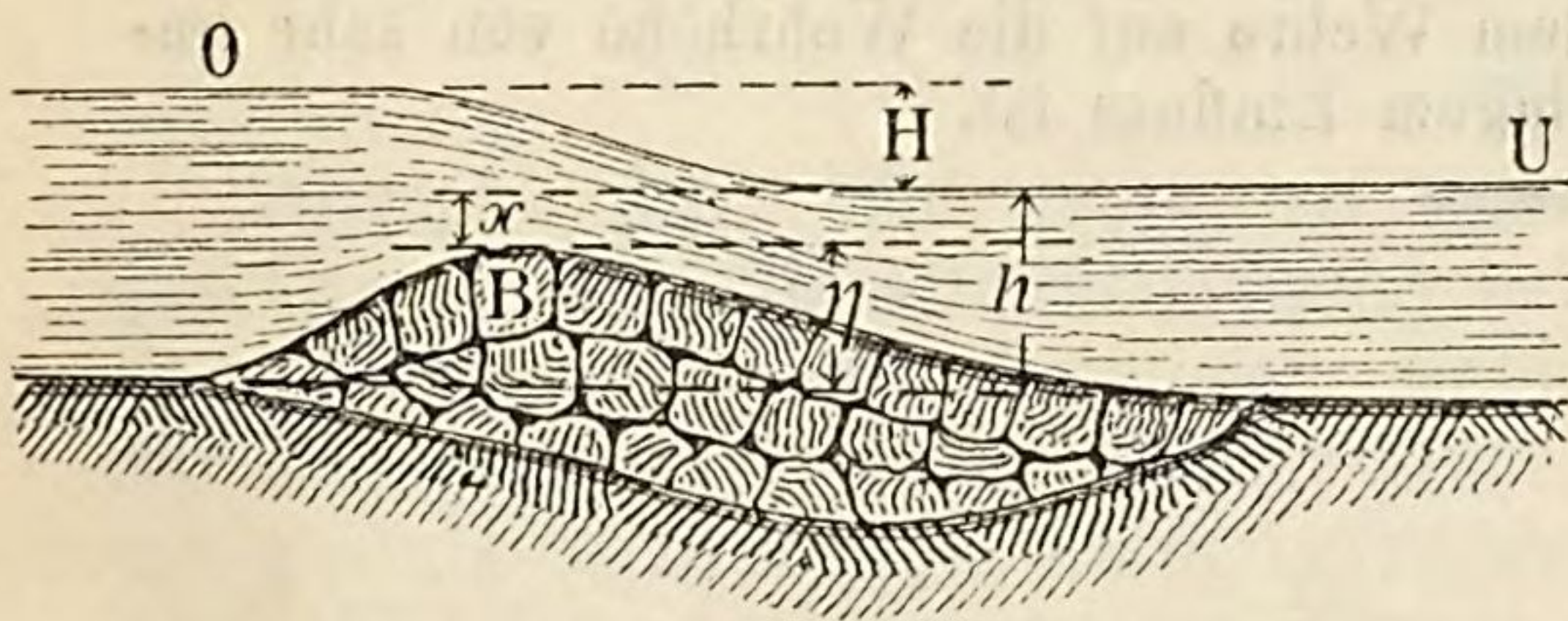
$$\eta = 1,3 + 1,1 - \left(\frac{9}{0,533 \cdot 6,3 \cdot \sqrt{19,62}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

oder:

$$\eta = 2,4 - 0,715 = 1,685 \text{ m}$$

Aufgabe 30. Welche Höhe erhält das Wehr, wenn in dem vorigen Beispiele die Stauhöhe 47 cm betragen soll?

Figur 32.



Erkl. 115. Nach Redtenbacher (s. Erkl. 65) ist:

$$x = \frac{9}{0,62 \cdot 6,3 \cdot \sqrt{19,62 \cdot 0,47}} - 0,92 \cdot 0,47 = 0,327$$

und

$$\eta = 1,3 - 0,327 = 0,973$$

Aufgabe 31. In einem Flusse, welcher 11,68 m Breite und 1,46 m mittlere Tiefe hat und pro Sekunde 7,47 cbm Wasser abführt, will man ein vollkommenes Ueberfallwehr von 1,46 m Breite an einer Stelle einbauen, woselbst kein grösserer Stau als 0,73 m gestattet wird, aber 1,84 cbm Wasser pro Sekunde in einen Seitengraben zum Beaufschlagen eines Wasserrades abgeführt werden sollen. Man soll die Höhe der Wehrkrone über der Flusssohle berechnen.

Erkl. 116.

$$\begin{aligned} \log 0,57 &= 0,75587 - 1 \\ + \log 14,6 &= 1,16435 \\ + \log 4,429 &= 0,64631 \\ \hline &1,56653 \end{aligned}$$

Auflösung. Da:

$$0,533 \cdot 6,3 \cdot 0,47 \sqrt{19,62 \cdot 0,47} = 4,78$$

kleiner ist als die abzuführende Wassermasse von 9 cbm, so muss das Wehr ein Grundwehr sein und es sind darum die Formeln in Antwort auf Frage 76 zur Anwendung zu bringen. Die Tiefe der Wehrkrone B unter dem ungestauten Wasserspiegel ist nach Weisbach (siehe Erkl. 65):

$$x = \frac{9}{0,8 \cdot 6,3 \cdot \sqrt{19,62 \cdot 0,47}} - 0,66 \cdot 0,47$$

oder:

$$x = 0,588 - 0,310 = 0,278 \text{ m}$$

und demnach ist die Höhe der Wehrkrone:

$$\eta = 1,3 - 0,278 = 1,022 \text{ m}$$

Auflösung. Zunächst ist nach Erkl. 63 die Geschwindigkeit im grössten Stauprofile:

$$c = \frac{Q}{B(h+H)}$$

oder für den vorliegenden Fall:

$$c = \frac{7,47}{11,68(1,46 + 0,73)} = 0,292$$

Demnach ist:

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{0,292^2}{19,62} = 0,00435$$

$$\begin{array}{r} \log 5,63 = 0,75051 \\ - 1,56653 \\ \hline 0,18398 - 1 \end{array}$$

$$\text{numlog } 0,1527$$

$$\begin{array}{r} \log 0,00435 = 0,63845 - 3 : 3 \\ \hline 0,91535 - 8 : 2 \\ \hline 0,45767 - 4 \end{array}$$

$$\text{numlog } 0,0002869$$

Mithin ist:

$$\eta = 2,19435 - (0,1527 + 0,0002869)^{\frac{3}{2}}$$

$$\begin{array}{r} 0,1527 \\ + 0,0002869 \\ \hline \log 0,1529869 = 0,1846545 \times 2 \\ \hline 1,3693090 - 3 : 3 \\ \hline 0,4564363 - 1 \end{array}$$

$$\text{numlog } 0,286$$

$$2,194 - 0,286 = 1,908$$

Wenn man nun Flügelwände voraussetzt, so ist nach Erkl. 64:

$$\mu = 0,855$$

also:

$$\frac{2}{3} \mu = 0,57$$

Beachtet man ferner, dass die über das Wehr fallende Wassermenge:

$$Q_1 = 7,47 - 1,84 = 5,63 \text{ cbm}$$

beträgt, so ist die Höhe der Wehrkrone über der Flusssohle nach Formel 2) in Antwort auf Frage 74:

$$\eta = 1,46 + 0,73 + 0,00435 - \left[\left(\frac{5,63}{0,57 \cdot 14,6 \cdot 4,429} \right) + 0,00435^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}}$$

oder:

$$\eta = 1,908 \text{ m (siehe nebenst. Erkl.)}$$

Es ist hieraus ersichtlich, dass die Geschwindigkeit im grössten Stauprofile vor dem Wehre auf die Wehrhöhe von sehr geringem Einfluss ist.

Aufgabe 32. Die Lahn oberhalb Giessen ist von einem Wehr durchsetzt, das bei gewöhnlichem Wasserstande und regelmässigem Betriebe der Mühlen kein Wasser überfallen lässt. Bei ungewöhnlich hohem Wasserstande kann es jedoch geschehen, dass der Spiegel des Unterwassers die Höhe der Wehrlatte überschreitet, das Wehr folglich in einen unvollkommenen Ueberfall verwandelt. In einem solchen Falle, während alle Räder still standen, hatte sich das Oberwasser:

$$(H + x) = 1,444 \text{ m}$$

das Unterwasser:

$$x = 0,942 \text{ m}$$

über den Fachbaum des Wehres erhoben; die noch vorhandene Stauhöhe betrug also:

$$H = 1,444 - 0,942 = 0,502 \text{ m}$$

Die Länge dieses Ueberfalls beläuft sich auf:

$$b = 102,5 \text{ m}$$

seine Höhe vom Flussbett bis zur Oberfläche des Fachbaumes erreicht:

$$\eta = 1,412 \text{ m}$$

so dass die Tiefe des Oberwassers durchschnittlich:

$$H + x + \eta = 0,502 + 0,942 + 1,412 = 2,856 \text{ m}$$

beträgt. Wenn nun die mittlere Geschwindigkeit des Oberwassers 1,2 m

Auflösung. Nach Weisbach (s. Erkl. 65) ist, ohne Rücksicht auf die Geschwindigkeit c des Oberwassers:

$$x = \frac{Q}{0,8 \cdot b \cdot \sqrt{2gH}} - \frac{2}{3} H$$

woraus man für die Wassermenge:

$$Q = \left(x + \frac{2}{3} H \right) \cdot 0,8 \cdot b \cdot \sqrt{2gH}$$

erhält. Da aber die der Geschwindigkeit c entsprechende Höhe:

$$h_0 = \frac{c^2}{2g}$$

der Abflussgeschwindigkeit zu gute kommt, so ergibt sich nunmehr für die Grösse der Wassermenge:

$$Q = \left[x + \frac{2}{3} (H + h_0) \right] \cdot 0,8 \cdot b \cdot \sqrt{2g(H + h_0)}$$

oder da:

$$x = 0,942$$

$$h_0 = \frac{1,2 \cdot 1,2}{19,62} = 0,073$$

$$H = 0,502$$

beträgt, wie gross ist dann die in einer also:
Sekunde überfallende Wassermenge?

$$H + h_0 = 0,575$$

$$b = 102,5$$

und

$$\sqrt{2g} = 4,429$$

beträgt, so ist:

$$Q = \left(0,942 + \frac{2}{3} \cdot 0,575\right) \cdot 0,8 \cdot 102,5 \cdot 4,429 \sqrt{0,575}$$

oder:

$$Q = (0,942 + 0,383) \cdot 82 \cdot 4,429 \cdot \sqrt{0,575}$$

oder:

$$Q = 1,325 \cdot 82 \cdot 4,429 \sqrt{0,575}$$

Nun ist:

$$\log 1,325 = 0,12222$$

$$+ \log 82 = 1,91381$$

$$+ \log 4,429 = 0,64631$$

$$+ \log \sqrt{0,575} = 0,87984 - 1$$

also:

$$\log Q = 2,56218$$

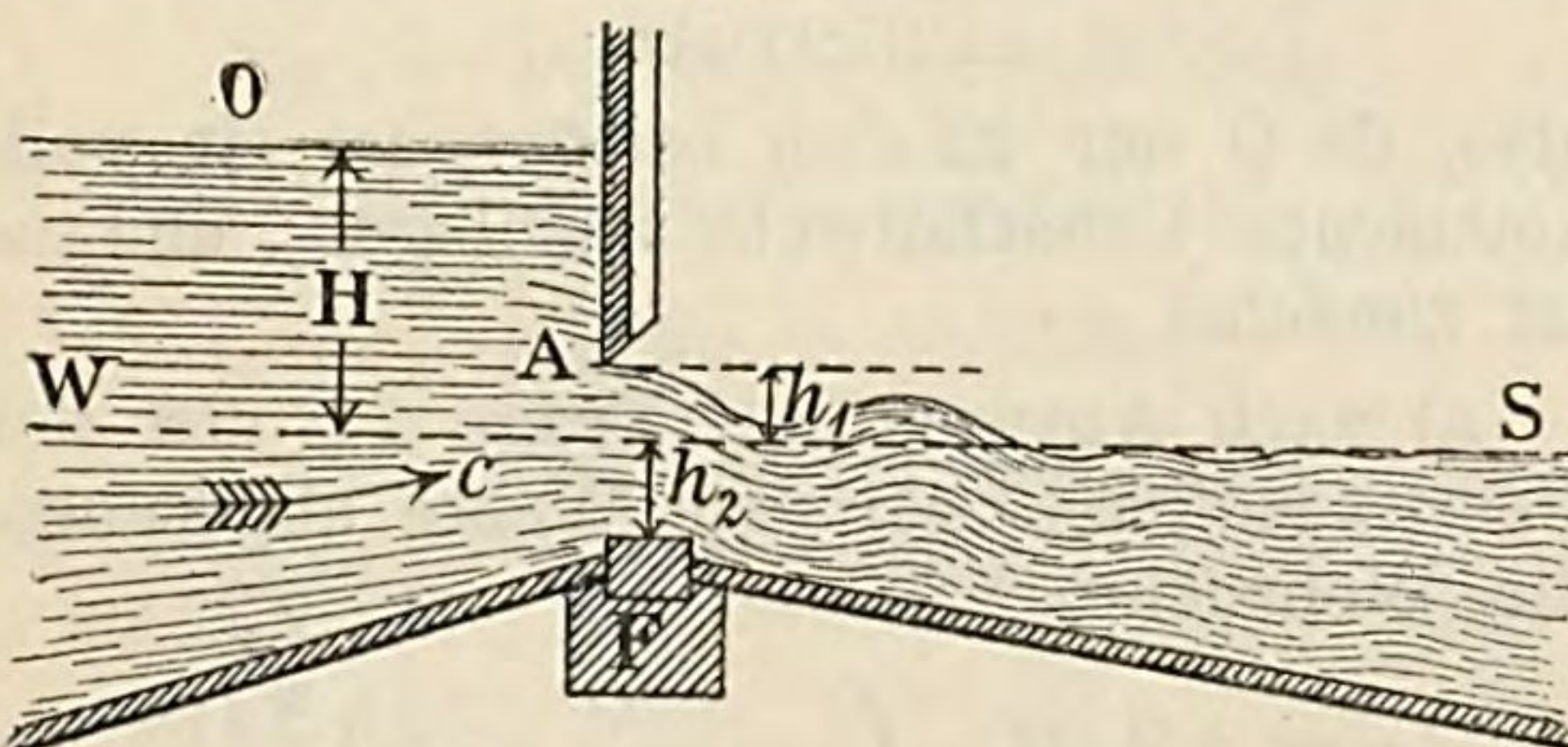
mithin:

$$\text{numlog } Q = 364,9 \text{ cbm}$$

Aufgabe 33. Wie gross hat man den Querschnitt der Schützenöffnung bei einem Schleusenwehre zu nehmen, wenn die Mündung ganz unter Wasser steht, die gestattete Stauhöhe 0,5 m betragen darf, die Tiefe des ungestauten Wassers 0,8 m, ferner die Breite 4 m und endlich die mittlere Geschwindigkeit im Profile von letzteren Dimensionen 0,75 m ist?

Wegen aufgehobener Kontraktion an der unteren Kante der Ausflussöffnung sei der Kontraktionskoeffizient $\alpha = 0,65$.

Figur 33.



Auflösung. Es ist die sekundliche Wassermenge:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot 0,75 = 2,40 \text{ cbm}$$

ferner ist:

$$H + h_2 = 0,5 + 0,8 = 1,3 \text{ m}$$

und somit ist der Inhalt des Oberwasserprofils unmittelbar vor der Mündung:

$$F = 4 \cdot 1,3 = 5,2 \text{ m}^2$$

Deshalb folgt aus Formel 3 b) in Erkl. 68 für die Mündung:

$$f = \frac{2,4}{0,65 \sqrt{19,62 \cdot 0,5 + \left(\frac{2,4}{5,2}\right)^2}}$$

oder:

$$f = \frac{2,4}{0,65 \cdot \sqrt{9,81 + 0,213}}$$

oder:

$$f = \frac{2,4}{0,65 \cdot 3,16} = 1,166 \text{ m}$$

Aufgabe 34. Wie gross ist die Stauhöhe bei einer Brücke, wenn die durch die Pfeileröffnung pro Sekunde fließende Wassermenge:

$$Q = 996 \text{ cbm}$$

Auflösung. Um zunächst einen näherungsweisen Wert für die Stauhöhe x zu bekom-

beträgt, die natürliche Flussbreite:

$$B = 180,71 \text{ m}$$

die Summe der Wasserdurchgangsweiten:

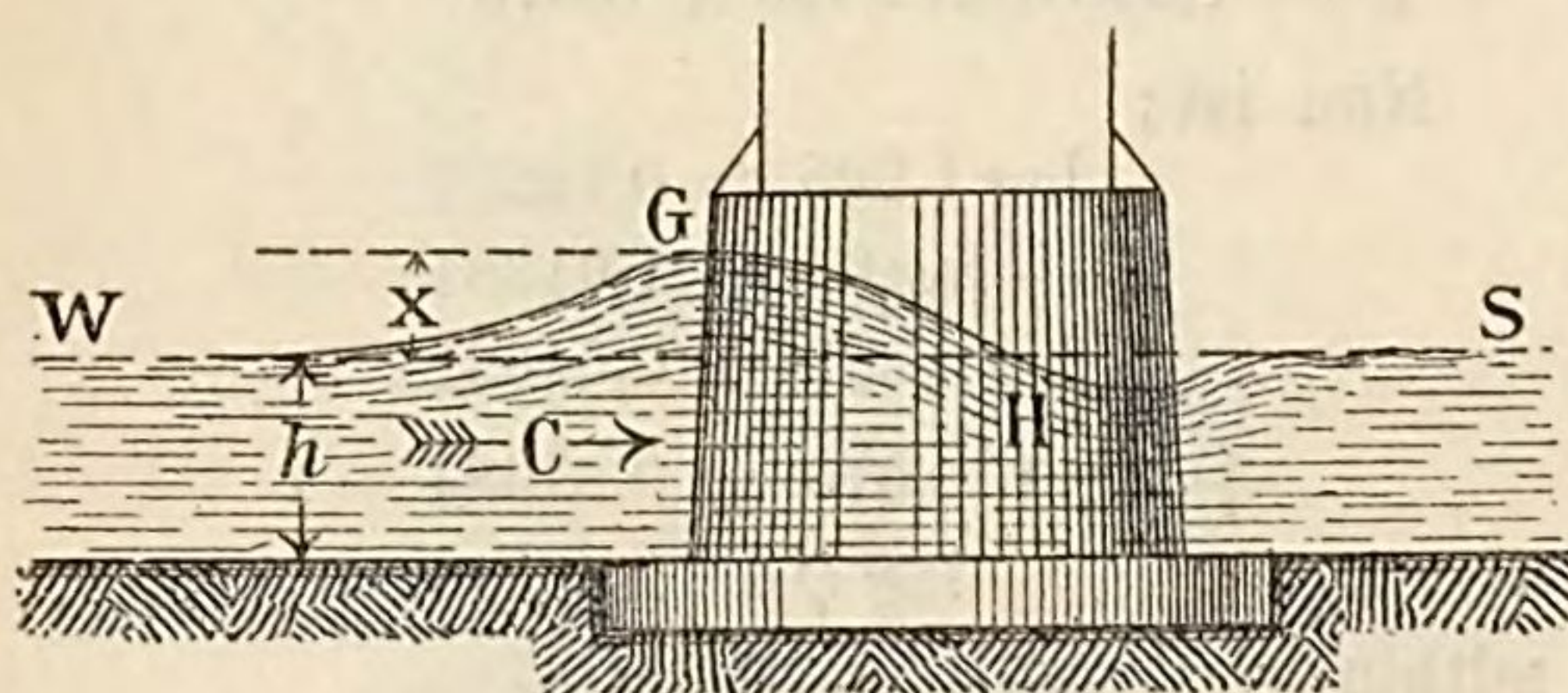
$$b = 97,6 \text{ m}$$

und die ungestaute Wassertiefe:

$$h = 4,441 \text{ m}$$

ist? Den Koeffizienten $\mu = 0,81$ angenommen.

Figur 34.



men, benutzen wir die in Erkl. 71 gegebene Formel 5), indem wir im zweiten Gliede derselben den Wert x weglassen. Hieraus ergibt sich:

$$x = \frac{996^2}{19,62} \left[\frac{1}{(0,81 \cdot 97,6 \cdot 4,441)^2} - \frac{1}{180,71^2 \cdot 4,441^2} \right]$$

oder:

$$x = \frac{996^2}{19,62} (0,000008113 - 0,000001553)$$

oder:

$$x = \frac{996 \cdot 996 \cdot 0,00000656}{19,62} = 0,332 \text{ m}$$

Setzt man jetzt letzteren Wert zur nochmaligen Berechnung in dieselbe Formel rechts ein, so ergibt sich:

$$x = \frac{996^2}{19,62} \left(0,000008113 - \frac{1}{180,71^2 \cdot 4,773^2} \right)$$

oder:

$$x = \frac{996^2 \cdot 0,000006769}{19,62} = 0,342 \text{ m}$$

Aufgabe 35. In einem in jeder Sekunde 25 cbm Wasser abführenden Flusse von 13 m Breite und 1,9 m Tiefe betrage der Böschungswinkel:

$$\alpha = 45^\circ$$

und der Widerstandskoeffizient:

$$\zeta = 0,007$$

Es soll ein Wehr eingebaut werden, um das Wasser 0,94 m hoch zu stauen.

- Welche Höhe erhält das Wehr?
- Wie gross ist die Stauweite?
- Wie gross ist die aufgestaute Wassermasse?

d) Wenn der Besitzer des Wasserwerkes das Wehr unbefugter Weise 0,16 m höher baut, wie ändert sich dann:

- die Stauhöhe,
- die Stauweite,
- die aufgestaute Wassermasse?

Erkl. 117.

$$\begin{aligned} \log 0,533 &= 0,72673 - 1 \\ + \log 13 &= 1,11394 \\ + \log 0,94 &= 0,97313 - 1 \\ + \log 4,429 &= 0,64631 \\ + \log \sqrt{0,94} &= 0,98657 - 1 \\ &= 1,44668 \end{aligned}$$

$$\text{mithin: } Q_1 = 27,97$$

Auflösung. Zunächst ist zu untersuchen, ob ein vollkommenes oder unvollkommenes Ueberfallwehr anzulegen ist. Im ersteren Fall muss nach Erkl. 64 und Antwort auf Frage 74:

$$Q < \frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH}$$

sein. Nun ist im gegebenen Falle:

$$\frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH} = 0,533 \cdot 13 \cdot 0,94 \cdot 4,429 \sqrt{0,94}$$

oder nach nebenstehender Erkl. 117:

$$= 27,97 \text{ cbm}$$

also, da Q nur 25 cbm beträgt, ist ein vollkommenes Ueberfallwehr anzulegen, und es ist zunächst

a) nach Antwort auf Frage 71 von der Geschwindigkeit vor dem Wehre abgesehen, die Wehrhöhe:

$$\eta = h + H - \left(\frac{Q}{\frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

oder:

$$\eta = 1,9 + 0,94 - \left(\frac{25}{0,533 \cdot 13 \cdot 4,429} \right)^{\frac{2}{3}}$$

oder:

$$\eta = 1,9 + 0,94 - 0,87 = 1,97 \text{ m}$$

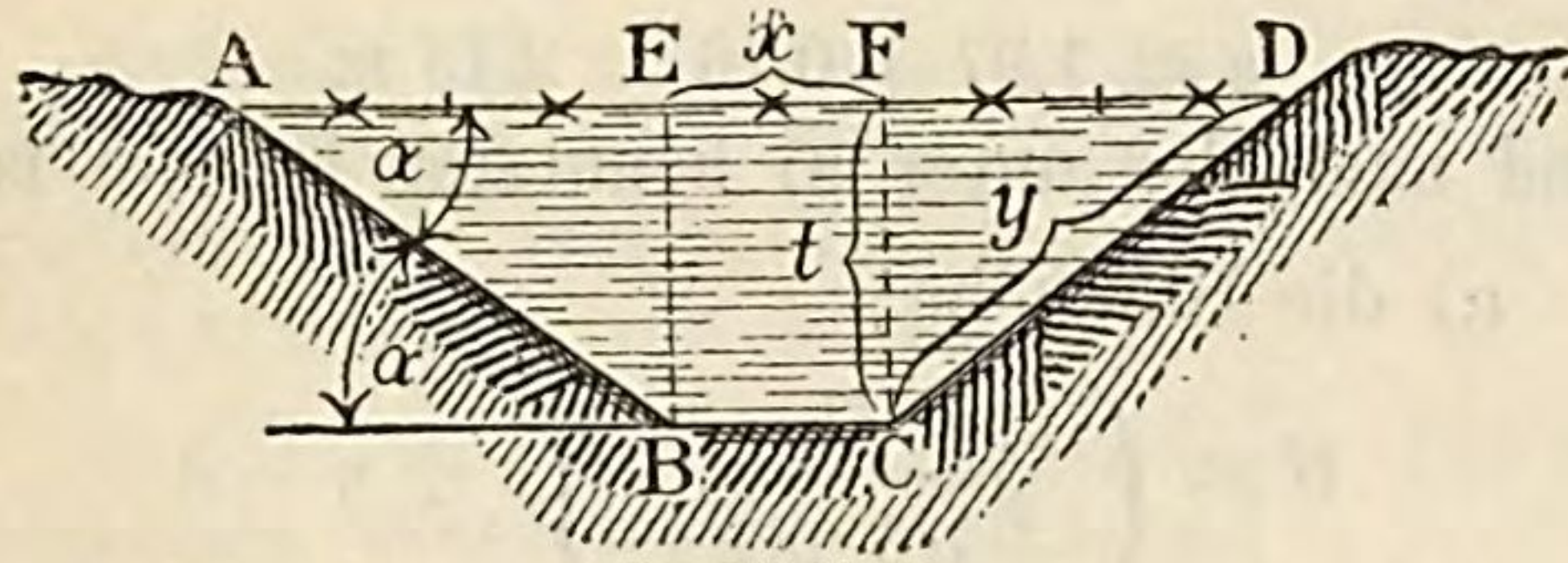
(siehe nebenstehende Erkl. 118)

b) Zur Bestimmung der Stauweite ist es notwendig, den Querschnitt F und den be-

Erkl. 118.

$$\begin{array}{r}
 \log 0,533 = 0,72673 - 1 \\
 + \log 13 = 1,11394 \\
 + \log 4,429 = 0,64631 \\
 \hline
 1,48698 \\
 \log 25 = 1,39794 \\
 - 1,48698 \\
 \hline
 2 \times 0,91096 - 1 \\
 3 : 2,82192 - 3 \\
 \hline
 0,94064 - 1 \\
 \text{numlog } 0,8722
 \end{array}$$

Figur 34 a.



Erkl. 119.

$$\begin{array}{r}
 \log 34,2^3 = 4,60209 \\
 + \log 19,62 = 1,29270 \\
 \hline
 5,89479 \\
 \log 0,007 = 0,84510 - 3 \\
 + \log 25^2 = 2,79588 \\
 + \log 17,23 = 1,23629 \\
 \hline
 1,87727 \\
 \log 5,89479 \\
 - \log 1,87727 \\
 \hline
 4,01752 \times 2 \\
 \hline
 8,03504
 \end{array}$$

Der zu diesem Logarithmus gehörende Numerus ist so gross, dass -1 dagegen ganz unberücksichtigt bleiben kann, und es ist daher:

$$\begin{array}{r}
 \log \lambda = \log 0,94 + \frac{1}{2} (8,03504) \\
 \log 0,94 = 0,97313 - 1 \\
 + \frac{1}{2} \cdot 8,03504 = 4,01752 \\
 \hline
 4,99065 - 1 \\
 \text{mithin: } \lambda = 9787 \text{ m}
 \end{array}$$

Erkl. 120.

$$\begin{array}{r}
 \log 14,57 = 1,16346 \\
 - \log 21,09^3 = 3,97224 \\
 \hline
 0,19122 - 3 \\
 \text{numlog } 0,0015532 \\
 \log 17,23 = 1,23629 \\
 - \log 34,2^3 = 4,60209 \\
 \hline
 0,63420 - 4 \\
 \text{numlog } 0,0004307 \\
 0,0015532 - 0,0004307 = 0,0011225
 \end{array}$$

netzten Umfang u des aufgestauten Flusses unmittelbar vor dem Wehre zu wissen. Ist der Böschungswinkel $\alpha = 45^\circ$ und die Breite $b = 13 \text{ m}$, so ist die untere Breite BC des Flussbettes:

$$b_u = b - 2 \cdot h$$

oder:

$$b_u = 13 - 3,8 = 9,2 \text{ m}$$

und die Breite AD auf dem Wasserspiegel:

$$b_0 = b_u + 2(h + H)$$

oder:

$$b_0 = 0,92 + 2 \cdot 2,84 = 14,88 \text{ m}$$

Daher ist die Querschnittsfläche:

$$F = \frac{1}{2} (b_u + b_0) \cdot (h + H)$$

oder:

$$F = \frac{1}{2} \cdot (9,2 + 14,88) \cdot 2,84 = 34,2 \text{ m}^2$$

und der benetzte Umfang ist:

$$u = b_u + 2 \cdot (h + H) \sqrt{2}$$

oder:

$$u = 9,2 + 2 \cdot 2,84 \cdot 1,414 = 17,23 \text{ m}$$

folglich ist nach Antwort auf Frage 85, wenn $x = H$ die Stauhöhe bezeichnet, die Stauweite:

$$\lambda = x \sqrt{\left(\frac{2gF^3}{\zeta Q^2 u} \right)^2 - 1}$$

oder:

$$\lambda = 0,94 \sqrt{\left(\frac{19,62 \cdot 34,2^3}{0,007 \cdot 25^2 \cdot 17,23} \right)^2 - 1}$$

oder:

$$\lambda = 9787 \text{ m (siehe Erkl. 119)}$$

Nach Formel 4) in Antwort auf Frage 46 erhält man für die Stauweite einen bedeutend kleineren Wert.

Zunächst ist der benetzte Umfang des Flusses vor der Stauung:

$$u = b_u + 2h \sqrt{2} = 9,2 + 2 \cdot 1,9 \cdot 1,414 = 14,57$$

während nach erfolgter Stauung:

$$u_0 = 17,23 \text{ (siehe oben)}$$

beträgt.

Ferner ist der Querschnitt des Flusses vor der Stauung:

$$\begin{aligned}
 F &= (b_u + b) \frac{1}{2} \cdot h = \frac{1}{2} (9,2 + 13) \cdot 1,9 \\
 &= 21,09 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

während derselbe nach der Stauung:

$$F_0 = 34,2 \text{ m}^2$$

beträgt.

Folglich ist nach der erwähnten Formel:

$$\lambda = \frac{1,9 \cdot 19,62 \cdot 0,94}{0,007 \cdot 25^2 \left(\frac{14,57}{21,09^3} - \frac{17,23}{34,2^3} \right)}$$

somit ist:

$$\lambda = \frac{1,9 \cdot 19,62 \cdot 0,94}{0,007 \cdot 25^2 \cdot 0,0011225}$$

$$\begin{aligned} \log 1,9 &= 0,27875 \\ + \log 19,62 &= 1,29270 \\ + \log 0,94 &= 0,97313 - 1 \\ \hline &1,54458 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- 0,69117 + 3 \\ \hline \log \lambda &= 3,85341 \end{aligned}$$

mithin: $\lambda = 7135$

$$\begin{aligned} \log 0,007 &= 0,84510 - 3 \\ \log 25^2 &= 2,79588 \\ + \log 0,0011225 &= 0,05019 - 3 \\ \hline &0,69117 - 3 \end{aligned}$$

Erkl. 121.

$$\begin{aligned} \log 9787 &= 3,99065 \\ + \log 0,94 &= 0,97313 - 1 \\ + \log 27,88 &= 1,44529 \\ \hline &5,40907 \end{aligned}$$

$$- \log 4 = 0,60206$$

$$\log W = 4,80701$$

mithin: $W = 64120 \text{ cbm}$

Erkl. 122.

$$b_0 = b_u + 2(h + H)$$

$$b_0 = 9,2 + 2(1,9 + 1,1) = 15,2$$

$$\log 11453 = 4,05891$$

$$\log 1,1 = 0,04139$$

$$\log 28,2 = 1,45025$$

$$\hline 5,55055$$

$$- \log 4 = 0,60206$$

$$\hline 4,94849$$

$$88816$$

Erkl. 123. Bei zunehmender Wassermenge des Flusses kann es geschehen, dass der Wasserzufluss weit mehr beträgt, als das Bedürfnis der Mühle erfordert. Aus diesem Grunde muss ein Freigerinne vorhanden sein, das die Bestimmung hat, alles überflüssige Wasser ablassen zu können, ohne dass die gestattete Stauhöhe überschritten wird. Dessen ungeachtet kommt es häufig vor, dass schon bei mittleren Wasserständen ein grosser Teil des Wassers genötigt ist, seinen Weg über das Wehr zu nehmen. Die Stauweite ist dann nach der Höhe des Ueberfalles zu ermesen.

In allen Fällen wird sich ergeben, dass, von dem Wehre an gerechnet, innerhalb der Stauweite gleich grosse Verminderungen der Anstauung stufenweise immer zunehmende Flussstrecken in Anspruch nehmen. Daraus folgt, dass das gestaute Wasser eine gekrümmte Oberfläche bildet, welche ihre konkave Seite nach aussen wendet.

oder:

$$\lambda = 7135 \text{ m (siehe Erkl. 120)}$$

c) Die aufgestaute Wassermenge W ist, wenn wir den ersten Wert der Stauhöhe benutzen:

$$W = \frac{1}{2} \lambda H \cdot \frac{b + b_0}{2}$$

oder:

$$W = \frac{9787 \cdot 0,94 \cdot (13 + 14,88)}{4}$$

oder:

$$W = 64120 \text{ cbm (siehe Erkl. 121)}$$

d) Wird das Wehr um 0,16 m erhöht, so ist die Wehrhöhe:

$$\eta = 1,97 + 0,16 = 2,13 \text{ m}$$

und nach der unter a) benutzten Formel ist

α) die Stauhöhe:

$$H = \left(\frac{Q}{\frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g}} \right)^{\frac{2}{3}} + \eta - h$$

oder:

$$H = 0,87 + 2,13 - 1,9 = 1,1 \text{ m}$$

β) Die Stauweite ist annähernd:

$$\lambda_1 = 9787 \cdot \frac{1,1}{0,94} = 11453 \text{ m}$$

γ) die dabei aufgestaute Wassermasse:

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot 11453 \cdot 1,1 \cdot \frac{(13 + 15,2)}{2}$$

oder:

$$W_1 = \frac{11453 \cdot 1,1 \cdot 28,2}{4}$$

oder:

$$W_1 = 88816 \text{ cbm (siehe Erkl. 122)}$$

also ist die durch unbefugte Erhöhung des Wehres aufgestaute Wassermasse:

$$W_1 - W = 88816 - 64120 = 24696 \text{ cbm}$$

m) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 36. Wie gross ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in einem senkrecht ausgemauerten Kanale von 3 m Breite und 0,9 m Tiefe, wenn der Kanal in jeder Sekunde 2 cbm Wasser liefert?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 1.

Aufgabe 37. Das Wasser bewegt sich in einem Graben mit 1,3 m Geschwindigkeit und dabei werden in jeder Sekunde 6,37 cbm Wasser abgeführt. Welchen Querschnitt hat der Graben?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 2.

Aufgabe 38. An einer bestimmten Stelle habe ein Fluss eine Breite von 25 m, eine mittlere Tiefe von 2,17 m und eine mittlere Geschwindigkeit von 3,2 m.

a) Wieviel wird die sekundlich durchfliessende Wassermenge betragen?

b) Wenn nun der Fluss an einer andern Stelle 47 m Breite und 1,3 m mittlere Tiefe hat, wie gross ist dann an dieser Stelle die mittlere Geschwindigkeit?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 3.

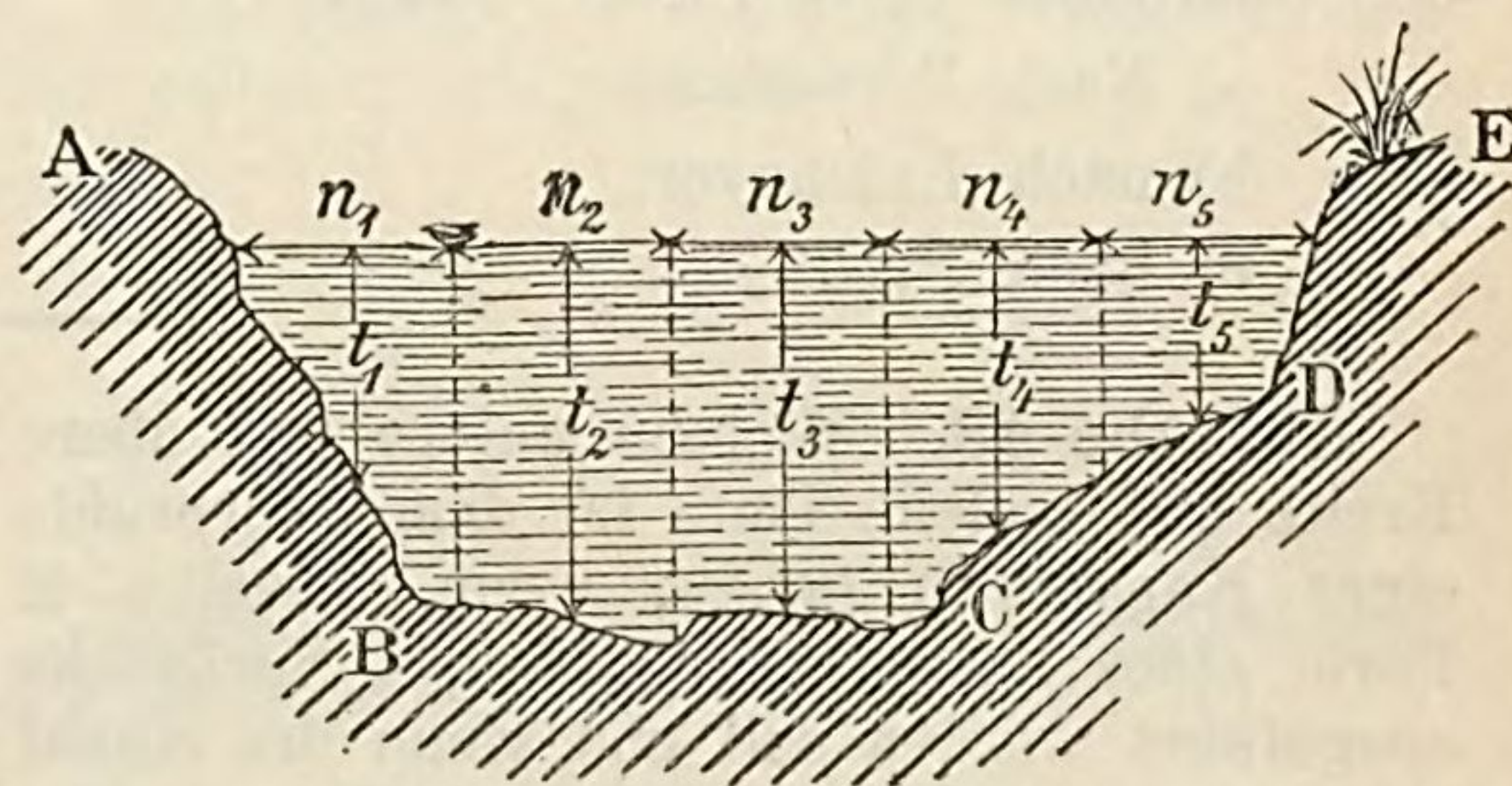
Aufgabe 39. Das Querprofil eines Flusses von 15 m Breite wird zur Ermittlung der mittleren Geschwindigkeit in 5 gleiche Teile von à 3 m Breite zerlegt. Die resp. Tiefen sind: $t_1 = 2,7$ m, t_2 und t_3 je 4,8 m, $t_4 = 3,9$ m und $t_5 = 2,4$ m, während die resp. mittleren Geschwindigkeiten: $c_1 = 0,8$ m, $c_2 = 1,1$ m, $c_3 = 1,5$ m, $c_4 = 1,25$ m und $c_5 = 0,7$ m betragen.

a) Welches ist der Inhalt dieses Profils?

b) Wie gross ist die pro Sekunde abfliessende Wassermenge?

c) Welches ist die mittlere Geschwindigkeit?

Figur 35.



Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 4.

Aufgabe 40. Wenn die mittlere Geschwindigkeit c in dem Querprofile eines Flusses von 3 m Tiefe 0,6 m beträgt,

a) wie gross ist dann nach Weisbachs Formeln:

α) die Geschwindigkeit c_0 im Stromstrich?

β) die mittlere Geschwindigkeit c_m in dem entsprechenden Lote?

γ) die Geschwindigkeit am Boden?
und

δ) die Geschwindigkeit in 1 m Tiefe unter dem Wasserspiegel?

b) Wie gross ergeben sich dieselben Grössen nach Lahmeyers Formeln?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 5, indem man zunächst nach Formel 16) des Formelverzeichnisses c_0 berechnet. Soll dieselbe Grösse nach Lahmeyers Formel berechnet werden, so erhält man aus Formel 20) die quadratische Gleichung:

$$\sqrt{c_0^2 - \frac{0,826 c_0}{0,0257} + \left(\frac{0,413}{0,0257}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,413}{0,0257}\right)^2 - \frac{0,6}{0,0257}}$$

Aufgabe 41. Mit Hilfe Woltmannscher Flügel (siehe den folgenden Abschnitt über Hydrometrie) fand man in einem Elbe-Profil von 5,65 m grösster Tiefe:

in Wassertiefen	Geschwindigkeit
0,314 m	1,044 m
0,942 „	1,065 „
1,569 „	1,026 „
2,197 „	0,981 „
2,825 „	0,897 „
3,452 „	0,871 „
4,080 „	0,736 „

Welche Resultate und welche Differenzen mit der Wirklichkeit ergeben sich nach Weisbachs und Lahmeyers Formel, wenn man für $c_0 = 1,065$ einsetzt?

Welche Geschwindigkeitskurve erhält man?

Aufgabe 42. Welche sekundliche Wassermenge liefert ein Kanal, wenn der trapezförmige Querschnitt des Wasserstromes eine untere Breite $b = 1$ m, eine obere Breite $B = 3$ m und eine Höhe $h = \frac{1}{2}$ m hat, wenn die beobachtete Geschwindigkeit an der Oberfläche $c_0 = 1,5$ m beträgt?

- Nach Weisbach,
 - nach Lahmeyer,
 - nach Prony?
-

Aufgabe 43. Welche untere und obere Breite und welche Tiefe ist dem Querprofile eines Kanals zu geben, wenn dasselbe in Form eines halben regelmässigen Sechsecks ausgeführt werden soll und wenn der Kanal bei 0,6 m mittlerer Geschwindigkeit pro Sekunde 2 cbm Wasser abführen soll?

Aufgabe 44. Es soll ein Graben angelegt werden, dessen Böschungswinkel 45° beträgt und der bei 25 cm mittlerer Abflussgeschwindigkeit pro Sekunde 1 cbm Wasser liefert. Wie gross ist die Tiefe, die untere und obere Breite desselben zu nehmen, wieviel beträgt demnach die absolute Böschung und das den Reibungskoeffizienten bestimmende Verhältnis $\frac{u}{F}$?

Aufgabe 45. Welches Gefälle erfordert ein Kanal, der bei $l = 1800$ m Länge, $t = 1,2$ m Tiefe, $b = 1,8$ m unterer und $B = 3$ m oberer Breite pro Sekunde 3,24 cbm Wasser liefern soll?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 6. Die Resultate lassen sich am besten in Tabellenform vergleichen und übersehen. Die Kurve kann im allgemeinen eine sehr verschiedene Form annehmen, je nachdem man die Tiefen- und Geschwindigkeitsmasse in verschiedenem Massstabe aufträgt.

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 7.

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 8, wobei zu berücksichtigen ist, dass im vorliegenden Falle der Böschungswinkel 60° beträgt.

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 9, nach der in Erkl. 32 gegebenen Tabelle.

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 10 unter Berücksichtigung der in der beistehenden Erklärung gegebenen Formel.

Aufgabe 46. Ein rechtwinkliges Gerinne ist 95 cm breit und 30 cm hoch; sein Gefälle beträgt auf 30 m 5 cm. Wie gross ist die mittlere Geschwindigkeit, sowie die sekundlich abfliessende Wassermenge?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 11.

Aufgabe 47. Wie gross wird die Breite eines rechtwinkligen Kanals sein müssen, wenn das Wasser in demselben 1,2 m hoch stehen und bei einem Gefälle von 40 cm auf 220 m Länge sich mit einer Geschwindigkeit von 2,17 m bewegen soll?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 12.

Aufgabe 48. Ein Kanal, welcher auf 1000 m Länge 1 m Gefälle hat, und dessen benetzter Umfang bei 2 m unterer und 3 m oberer Breite 5,2 m beträgt, liefert in der Sekunde 5,134 cbm Wasser. Welche Tiefe hat das Wasser in demselben?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 13.

Aufgabe 49. Welche Dimensionen sind einem ausgemauerten Kanale mit senkrechten Wänden zu geben, wenn derselbe auf 1000 m Länge 2,7 m Gefälle hat und in jeder Sekunde 155 l Wasser liefern soll, wenn überdies seine Breite viermal so gross als seine Tiefe ist?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 14.

Aufgabe 50. Man suche das erforderliche Gefälle für einen Kanal, der zu einer auf Wasserkraft eingerichteten Hütte führt; der Kanal soll bei einer Breite von 2 m und einer Tiefe von 1 m eine Wassermenge von 1 cbm pro Sekunde liefern.

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 15.

Aufgabe 51. Bei dem Donaukanal in Wien, welcher die Leopoldstadt trennt, ist ein relatives Gefälle von $\frac{1}{1800}$. Dieser Kanal ist im Mittel 68 m breit und 1,25 m tief. Wie gross ist demnach die sekundlich abfliessende Wassermenge?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 16.

Aufgabe 52. Welches Gefälle erfordert ein Kanal von 500 m Länge, 0,6 m unterer, 3 m oberer Breite und 1,2 m Tiefe zur Fortleitung einer Wassermenge von 1,7 cbm pro Sekunde?

Andeutung. Die Auflösung kann nach Lösung der Aufgabe 17 erfolgen und zwar:

- a) nach Harders Formel für Erdwände,
- b) nach Darcys Formel für rauhere Wände,
- c) nach Weisbachs Formel (s. Erkl. 34).

Aufgabe 53. Welche Wassermenge liefert ein Bach von 12 m Breite, $1\frac{1}{2}$ m mittlerer Tiefe und 15 m Wasserprofil, wenn er auf einer Länge von 250 m 0,25 m Gefälle hat?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 18.

Aufgabe 54. Es sei ein Mühlgraben für ein überschlächtiges Wasserrad anzugeben. Die Wassermenge, welche durch den 1200 m langen Mühlgraben mit 30 cm Geschwindigkeit geleitet werden soll, betrage 280 l, und das Erdreich erfordere den Böschungswinkel von 30° .

a) Wie gross sind die Abmessungen des Querprofils und

b) wie gross ist das Gefälle zu nehmen?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 19 unter Zuhilfenahme der Werte, welche in Erkl. 32 bei dem Böschungswinkel von 30° verzeichnet stehen.

Aufgabe 55. Man will einen Graben von 1200 m Länge anlegen, welcher bei einem Totalgefälle von 0,3 m eine Wassermenge von 0,4 cbm pro Sekunde fortführt. Welche Dimensionen sind dem Querprofile desselben zu geben, wenn es die Form eines halben regelmässigen Sechsecks erhalten und

$$\zeta = 0,0083$$

gerechnet werden soll?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 20 unter Berücksichtigung der in Erkl. 22 gegebenen Tabelle.

Aufgabe 56. Ein Kanal mit trapezförmigem Querschnitt hat eine untere Breite von 1,5 m, eine obere Breite von 3 m, eine mittlere Tiefe von 1,3 m und führt in der Sekunde 3 cbm Wasser ab.

a) Wie gross ist das Gefälle für 628 m Länge?

b) Wie gross ist die mittlere Geschwindigkeit?

c) Wie gross ist die Tiefe des Kanals, wenn plötzlich eine Vermehrung der Wassermasse von 0,9 cbm pro Sekunde entsteht?

d) Wie gross ist in diesem Falle die mittlere Geschwindigkeit?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt in ähnlicher Weise wie die der Aufgabe 21, zunächst nach der Formel:

$$h = \zeta \frac{Q^2}{2g} \frac{lu}{F^3}$$

Den Wert für die Tiefe t_1 des angewachsenen Wassers erhält man aus der Proportion:

$$Q_1 : Q = t_1 \sqrt{t_1} : t \sqrt{t}$$

während die mittlere Geschwindigkeit:

$$c_1 = c \sqrt{\frac{t_1}{t}}$$

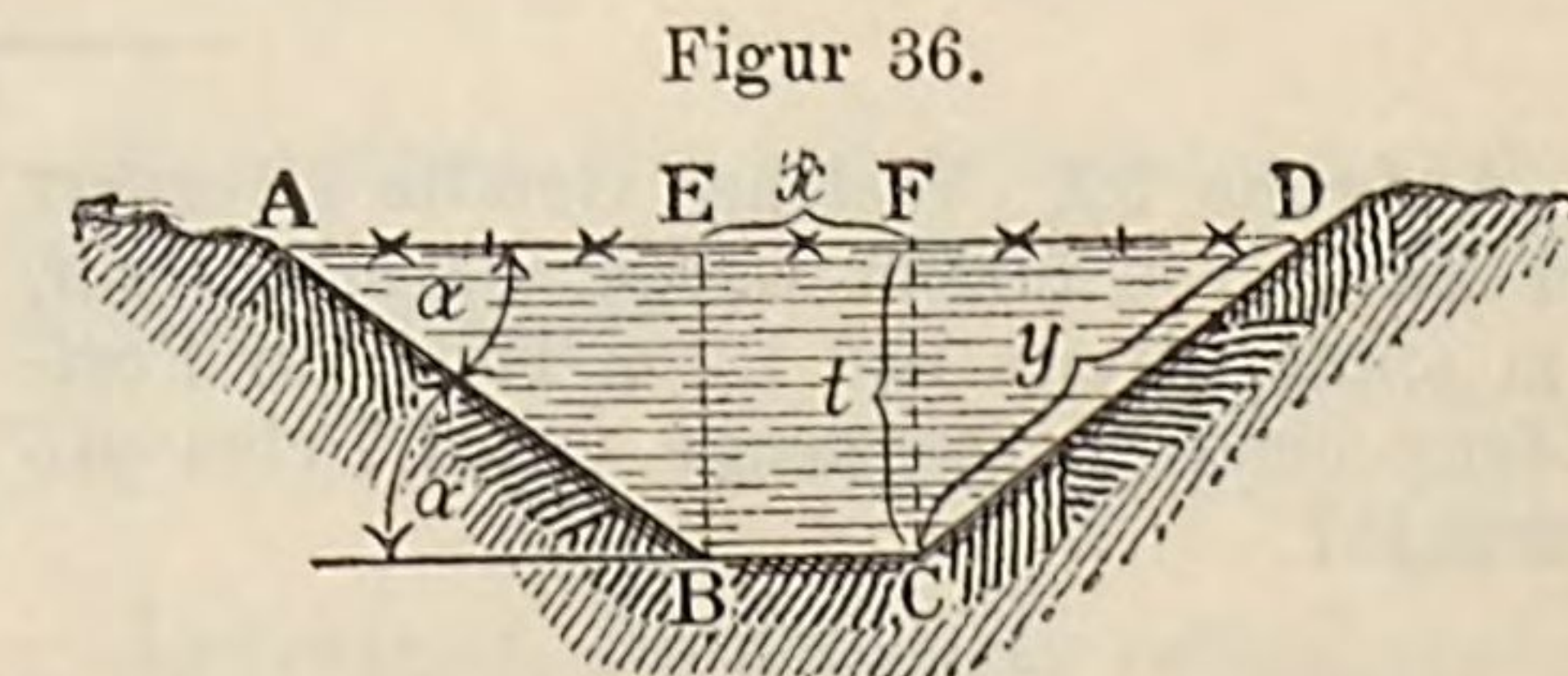
Aufgabe 57. Einem kleinen, in Erde auszuführenden Bewässerungskanale beabsichtigt man das, von Eytelwein vorgeschlagene, in der nebenstehenden Figur skizzierte Profil zu geben, bei welchem:

$$b : B : t = 2 : 10 : 3$$

ist. Pro Sekunde sind 2 cbm abzuführen, während ein relatives Gefälle:

$$\frac{h}{l} = s = 0,0012$$

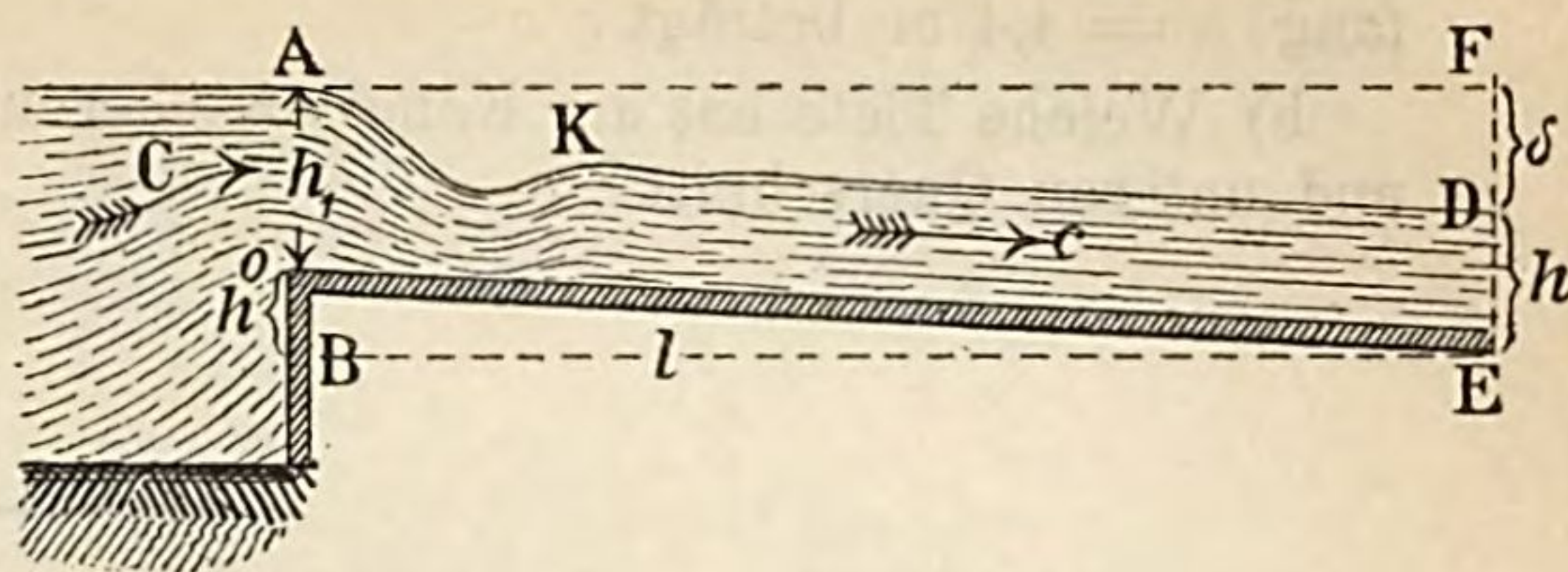
gefordert wird. Welche Dimensionen muss das Profil erhalten?



Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 22.

Aufgabe 58. Ein 60 m langer Kanal von 140 cm konstanter Breite und durchaus gleichem Gefälle kann aus einem Teiche durch eine rechtwinklige Oeffnung OA (siehe Figur 37) mit Wasser versorgt werden. Wie gross wird die Wassertiefe h_2 am Ende des Kanals sein, welches Gefälle wird derselbe besitzen und welche Wassermenge wird er pro Sekunde fortführen, wenn die Schwelle O der Oeffnung 84 cm unter dem tiefsten Wasserstande AF des Teiches liegt, wenn der Wasserspiegel bei D nur 24 cm unter demselben Wasserstande liegen soll und wenn das Wasser aus dem Sammelbehälter mit 1 m Geschwindigkeit zufliesst? (Es sei $\mu = 0,9$ und $k = 40$.)

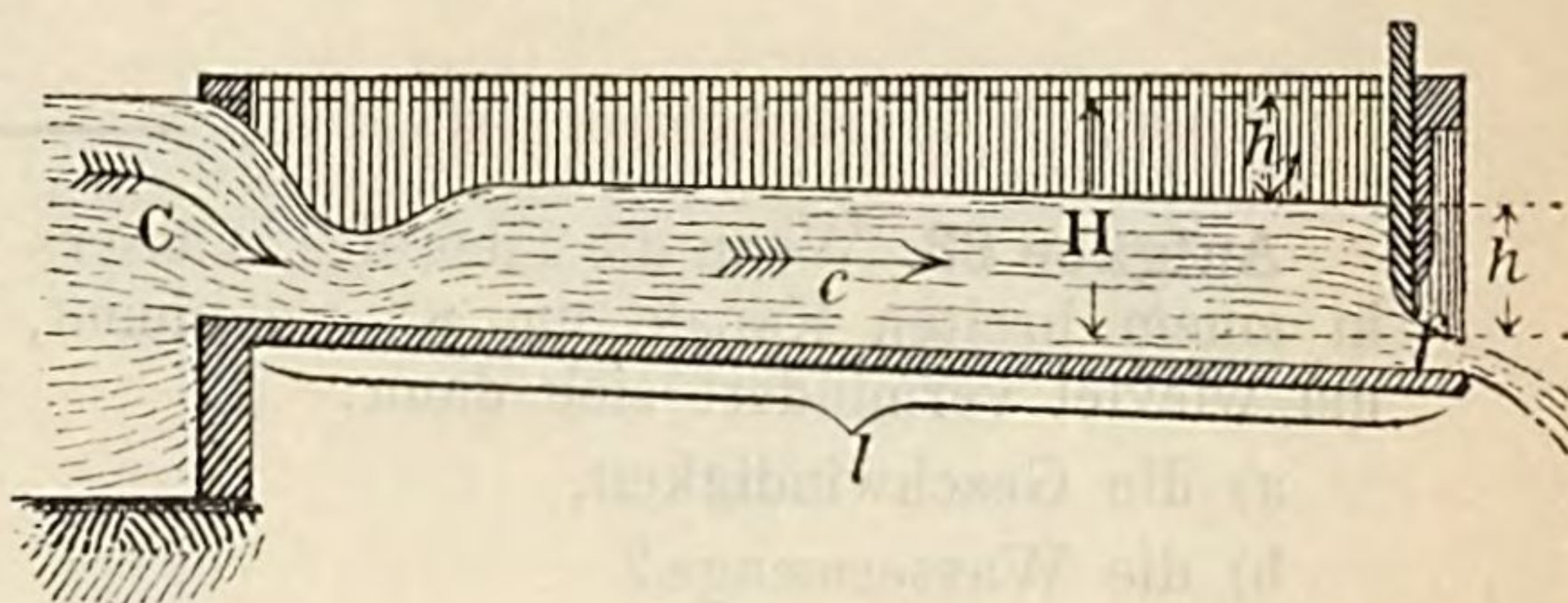
Figur 37.



Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 23.

Aufgabe 59. Am unteren Ende eines 20 m langen und 1,4 m breiten Gerinnes ist eine 40 cm breite Schützenöffnung 25 cm hoch aufgezo-gen. Die Wasserhöhe im Sammelbehälter ist $H = 0,9$ m, die Geschwindigkeit c des Wassers im Kanale beträgt 28 cm, der Ausflusskoeffizient $\mu = 0,75$, der Kontraktionskoeffizient $\alpha = 0,64$ und $k = 45$. Wie gross ist

Figur 38.



- die Ausflussgeschwindigkeit?
 - die sekundliche Ausflussmenge?
- und
- wie hoch steht das Wasser unmittelbar vor der Schützenöffnung?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt mit Hilfe der in Erkl. 43 gegebenen Formeln.

Aufgabe 60. Ein Bach hat auf eine Länge von 126 m ein Gefälle von 0,5 m. Der mittlere benetzte Umfang ist 4,4 m, der obere Querschnitt F_0 hat 3 □ m, der untere $F_1 = 2$ □ m Inhalt.

- Wie gross ist die in einer Sekunde abgeführte Wassermenge?
- Wie gross ist der Abhang der Sohle, wenn die mittlere konstante Breite des Baches zu 1,3 m anzunehmen ist?
- Wie gross sind die Geschwindigkeiten c_1 , c_0 und c_2 für den oberen, mittleren und unteren Querschnitt?
- Wie gross ist der Tiefenunterschied?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 25. Die mittlere Geschwindigkeit lässt sich aus der Formel:

$$c = \sqrt{2gh}$$

bestimmen, woraus sich wiederum (s. Erkl. 34) der Widerstandskoeffizient ergibt.

Ferner ist:

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}$$

$$v_1 = \frac{Q}{F_0}, \quad v_0 = \frac{2Q}{F_0 + F_1} \quad \text{und} \quad v_2 = \frac{Q}{F_1}$$

In gleicher Weise ist:

$$Q = t_1 b c_1 = t_2 b c_2$$

Aufgabe 61. Ein Bach, der eine mittlere konstante Breite von 1,95 m hat und dessen Tiefe sich bei 314 m Länge ändert, führt in der Sekunde 7,5 cbm Wasser ab.

- Wie gross ist das Gefälle des Baches auf dieser Länge, wenn der obere Querschnitt $F_0 = 3,12$ □ m, der untere $F_1 = 2,34$ □ m

Inhalt hat, und der mittlere benetzte Umfang $u = 4,4$ m beträgt?

b) Welche Tiefe hat der Kanal am oberen und unteren Querschnitt?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 26. Für die mittlere Geschwindigkeit lässt sich:

$$c = \frac{2Q}{F_0 + F_1}$$

setzen und hieraus (siehe Erkl. 34) der Widerstandskoeffizient bestimmen.

Aufgabe 62. Ein Kanal führt pro Sekunde eine Wassermenge von 0,8 cbm bei ganz horizontalem Boden ab und hat bei seiner Ausmündung eine Wassertiefe von 0,4 m. In welcher Entfernung stromaufwärts wird die Wassertiefe 1,7 m betragen, wenn die konstante Breite des Kanals von rechteckigem Querschnitt 1,33 m beträgt?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 27, indem man, von $t_0 - t_1 = 1,7 - 1,6$ beginnend, der Reihe nach ausrechnet, auf welche Strecke jedesmal eine Senkung von je 10 cm = 0,1 m kommt. Die Summe dieser Strecken giebt die gesuchte Entfernung.

Aufgabe 63. Wenn die Tiefe des Wassers in einem breiten Kanale um 8% abnimmt, um wieviel vermindert sich dann:

- die Geschwindigkeit,
- die Wassermenge?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 28.

Aufgabe 64. Ein Fluss von 10 m Breite und 2 m Tiefe soll 50 cm hoch aufgestaut werden. Welche Höhe erhält das Wehr, wenn in jeder Sekunde 6 cbm Wasser abgeführt werden?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 29.

Aufgabe 65. Ein Fluss von 10 m Breite und 2 m Tiefe soll 1 m hoch aufgestaut werden. Wie gross ist:

- die Tiefe der Wehrkrone unter dem ungestauten Wasserspiegel?
- die Höhe der Wehrkrone, wenn in jeder Sekunde 40 cbm Wasser abgeführt werden?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 30.

Aufgabe 66. Welche Wassermasse fliesst in einer Sekunde über ein vollkommenes Ueberfallwehr, vor welchem das Wasser 1,73 m aufgestaut ist? Die Wassertiefe sei 2,04 m, die Breite des Flusses 9,4 m, die Wehrhöhe 2,5 m und die Geschwindigkeit des Wassers unmittelbar vor dem Wehre 0,204 m.

Andeutung. Die Auflösung erfolgt nach derselben in Auflösung der Aufgabe 31 benutzten Formel. Der Geschwindigkeit c entspricht die Höhe:

$$h_1 = \frac{c^2}{2g}$$

so dass:

$$\eta = h + H + h_1 - \left[\frac{3Q}{2\mu b \sqrt{2g}} + h_1^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}}$$

oder:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\sqrt{(h + H + h_1 - \eta)^3} - \sqrt{h_1^3} \right]$$

beträgt.

Aufgabe 67. Wie gross ist der Querschnitt der Schützenöffnung bei einem Schleusenwehre zu nehmen, wenn bei der unter Wasser befindlichen Mündung $\alpha = 0,65$ und die Stauhöhe 1 m, die Tiefe des ungestauten Wassers 0,43 m, ferner die Breite 10 m und die sekundliche Durchflussmenge 7 cbm beträgt?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 33.

Aufgabe 68. Wie berechnet sich der durch die vorhandenen Pfeiler erzeugte Stau, welcher an der Weserbrücke bei Minden entsteht, wenn daselbst $B = 181$ m, $b = 97,65$ m, $h = 4,444$ m, $\mu = 0,81$ und $Q = 998,5$ cbm beträgt?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 34.

Aufgabe 69. Ein Fluss, dessen Bett und Abhang ziemlich regelmässig ist, führt in jeder Sekunde 40 cbm Wasser ab. Seine Breite beträgt $b = 25$ m, sein ungestautes Querprofil $F = 27,63$ □ m, seine mittlere Tiefe $h = 1,26$ m und $\zeta = 0,0075$. Es soll ein Wehr eingebaut werden, um das Wasser um $H = 0,94$ m hoch zu stauen.

- Welche Höhe erhält das Wehr?
- Wie gross ist die Stauweite?
- Wie gross ist die aufgestaute Wassermasse?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 35. Aus dem Querprofile F_0 des ungestauten Wassers erhält man die Breite der Sohle des Flusses, denn:

$$F = \frac{1}{2} (b + b_u) \cdot h$$

also:

$$b_u = \frac{2F}{h} - b$$

Ferner erhält man die obere Breite b_0 des gestauten Wasserspiegels (siehe Figur 39) aus der Proportion:

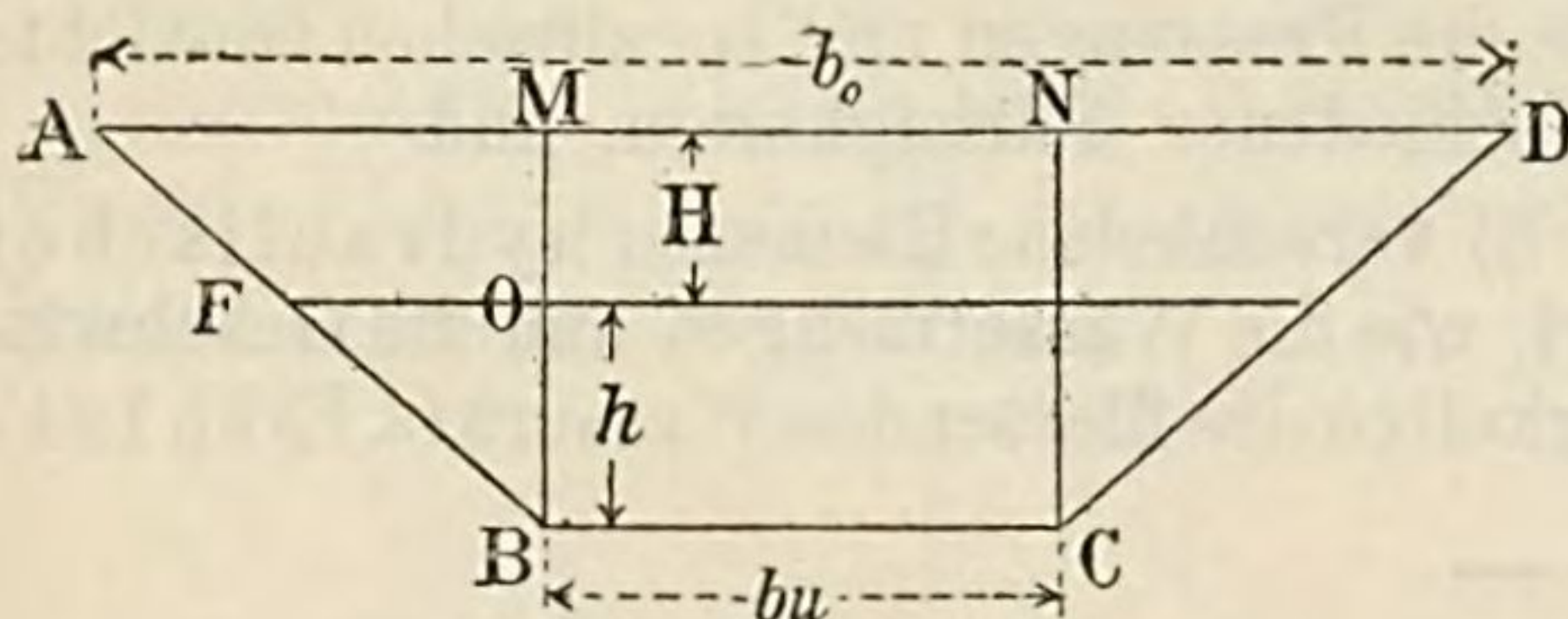
$$x : \frac{1}{2} (b - b_u) = (h + H) : h$$

und wenn $x = AM$, sowie $MB = (H + h)$ gegeben ist, dann lässt sich auch AB , sowie F_0 berechnen, und alsdann ist der Umfang:

$$u = 2 \overline{AB} + b_u$$

mit dessen Hilfe sich die Stauweite λ ermitteln lässt.

Figur 39.



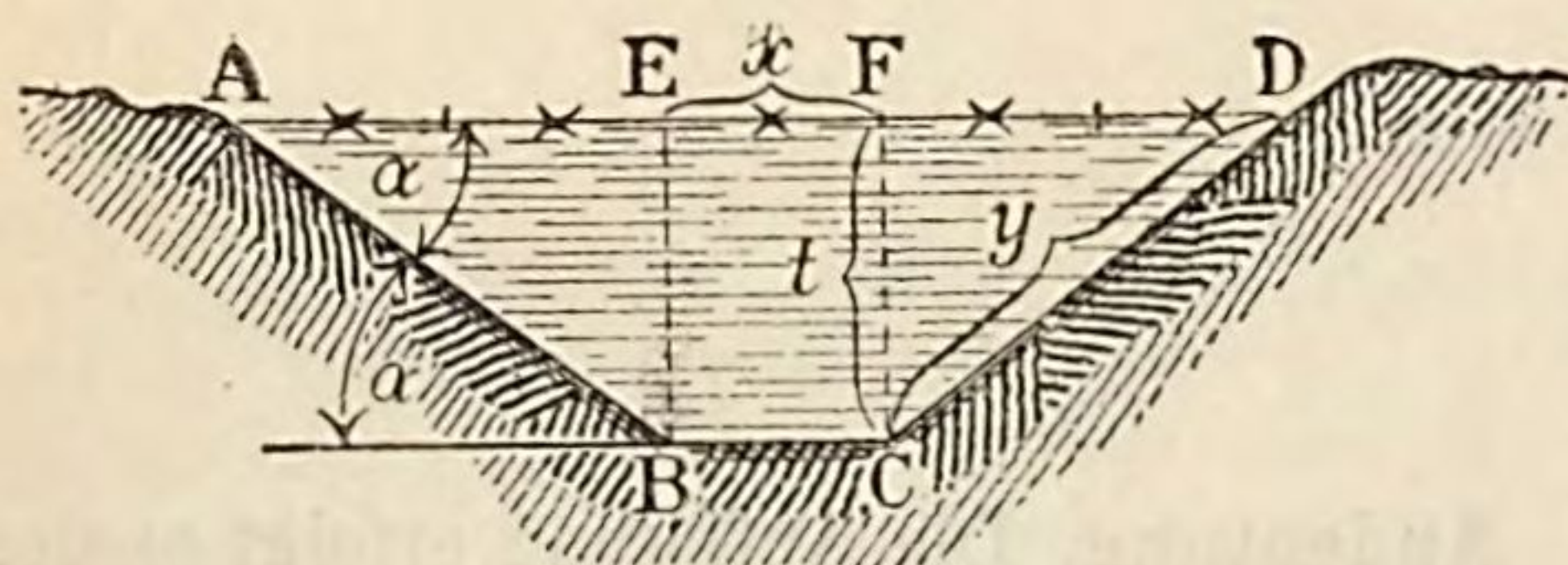
Aufgabe 70. Ein Fluss, dessen Querprofil genau der nebenstehenden Figur entspricht, hat einen ungestauten Wasserspiegel AD von $b = 25$ m Breite. Wenn in demselben nun ein Wehr eingebaut wird, durch welches das Wasser um $\frac{1}{5}$ seiner ursprüng-

lichen Höhe aufgestaut wird und die Stauweite 10000 m beträgt, wie gross wird dann die pro Sekunde abfliessende Wassermenge sein? ($\zeta = 0,007$.)

Andeutung. Aus der in Auflösung der Aufgabe 35, b) benutzten Formel folgt für die gesuchte Wassermenge:

$$Q = \sqrt{\frac{2gF^3}{\zeta u \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{H}\right)^2}}}$$

Figur 40.



2) Ueber die an fliessenden Gewässern vorzunehmenden Messarbeiten.

a) Allgemeines.

Frage 87. Um die im vorhergehenden Abschnitt enthaltenen Gesetze unter gegebenen Bedingungen anwenden zu können, wie es in den gestellten Aufgaben geschehen ist, sind zunächst welche Vorarbeiten notwendig?

Antwort. Es ist, um die gegebenen Gesetze anwenden zu können, zunächst notwendig, dass mehrere in denselben vorkommende Grössen durch Messungen ermittelt werden, um dann mit Hilfe der so bekannt gewordenen numerischen Grössen die unbekannten Werte durch Rechnung ermitteln zu können.

Frage 88. Wieviele und welche Arten solcher Grössen lassen sich unterscheiden?

Antwort. Es lassen sich drei Arten von Grössen unterscheiden:

Erkl. 124. Die Ermittlung der nebenstehend unter 1) genannten Grössen ist Aufgabe der Geometrie, und es darf wohl die Messung von Linien und Flächen als bekannt vorausgesetzt werden. Die Ermittlung der unter 2) genannten Elemente ist Aufgabe der Hydrostatik (siehe das betreffende Lehrbuch). Es bleibt also hier nur noch zu untersuchen übrig, auf welchem Wege und durch welche Mittel die unter 3) genannten Elemente zu ermitteln sind.

1) solche rein geometrischer Natur, wie die Höhen, Flächen und Umfänge der Wasserprofile; dann

2) solche von hydrostatischer Art, wie die Pressungen und spezifischen Gewichte verschiedener Flüssigkeiten, und

3) verschiedene Elemente hydraulischer Art, wie die Wassermengen und die Geschwindigkeiten des fliessenden Wassers (s. Erkl. 124).

Frage 89. Somit ergeben sich welche zwei Arten von Messungen?

Antwort. Aus den unter 3) genannten Grössen ergeben sich:

Erkl. 125. Obgleich die beiden genannten veränderlichen Grössen von einander abhängig sind und aus der einen die andere berechnet werden kann, so hat man doch in jedem einzelnen Falle vorzugsweise diejenige zu wählen, deren Messung am leichtesten ausführbar ist. Wenn nötig, kann man sogar beide Grössen unmittelbar bestimmen und zur Probe der Richtigkeit des erhaltenen Resultats anwenden.

1) die Aichungen, welche sich auf die Wassermengen beziehen, und

2) die tachometrischen oder Geschwindigkeitsmessungen.

b) Messen der Wassermengen oder Aichungen.

α) Allgemeines.

Frage 90. Je nach der Grösse der zu messenden Wassermengen sind beim Aichen welche verschiedenen Fälle als besonders wichtige zu unterscheiden?

Erkl. 126. Die Wassermengen werden gewöhnlich in Litern pro Sekunde oder auch in Hektolitern oder Kubikmetern pro Stunde angegeben. Man hat auch noch andere Einheiten, wie z. B. den sogenannten Wasserzoll, erdacht, von welchen noch ausführlicher die Rede sein wird.

Um den Gebrauch alter Masse zu vermeiden und unmittelbar eine Einheit derselben Gattung nach Metermass und in runden Zahlen zu erhalten, hat Prony den metrischen Doppelmodul eingeführt, welcher genau 20 cbm in 24 Stunden liefert. Er wird erhalten mittels eines cylindrischen Ansatzes von 2 cm Durchmesser, 1,7 cm Länge und 5 cm Druckhöhe über dem Mittelpunkte der Ausflussöffnung.

Antwort. Es sind hauptsächlich zu unterscheiden die Ermittlung der Wassermengen:

- a) bei unbedeutenden Wasserläufen;
- b) bei kleinen Bächen, Quellen und abgefangenen mittelgrossen Wasserläufen;
- c) bei grösseren und durch eine Hüttenanlage abgefassten Wasserläufen;
- d) bei kleinen Flüssen oder nicht gesperrten bedeutenden Wasserläufen;
- e) bei grossen Flüssen und Strömen.

Frage 91. Auf welche Weise wird die Wassermenge im allgemeinen ermittelt?

Antwort. Die Wassermenge, welche ein fliessendes Wasser innerhalb einer gewissen Zeit liefert, wird entweder durch Aichmasse, oder Ausflussapparate, oder Messung der Querprofile und Geschwindigkeiten ermittelt.

β) Ermittlung der Wassermengen bei unbedeutenden Wasserläufen.

Frage 92. Wie lässt sich die Wassermenge bei unbedeutenden Wasserläufen, z. B. in Röhren und Gräben ermitteln?

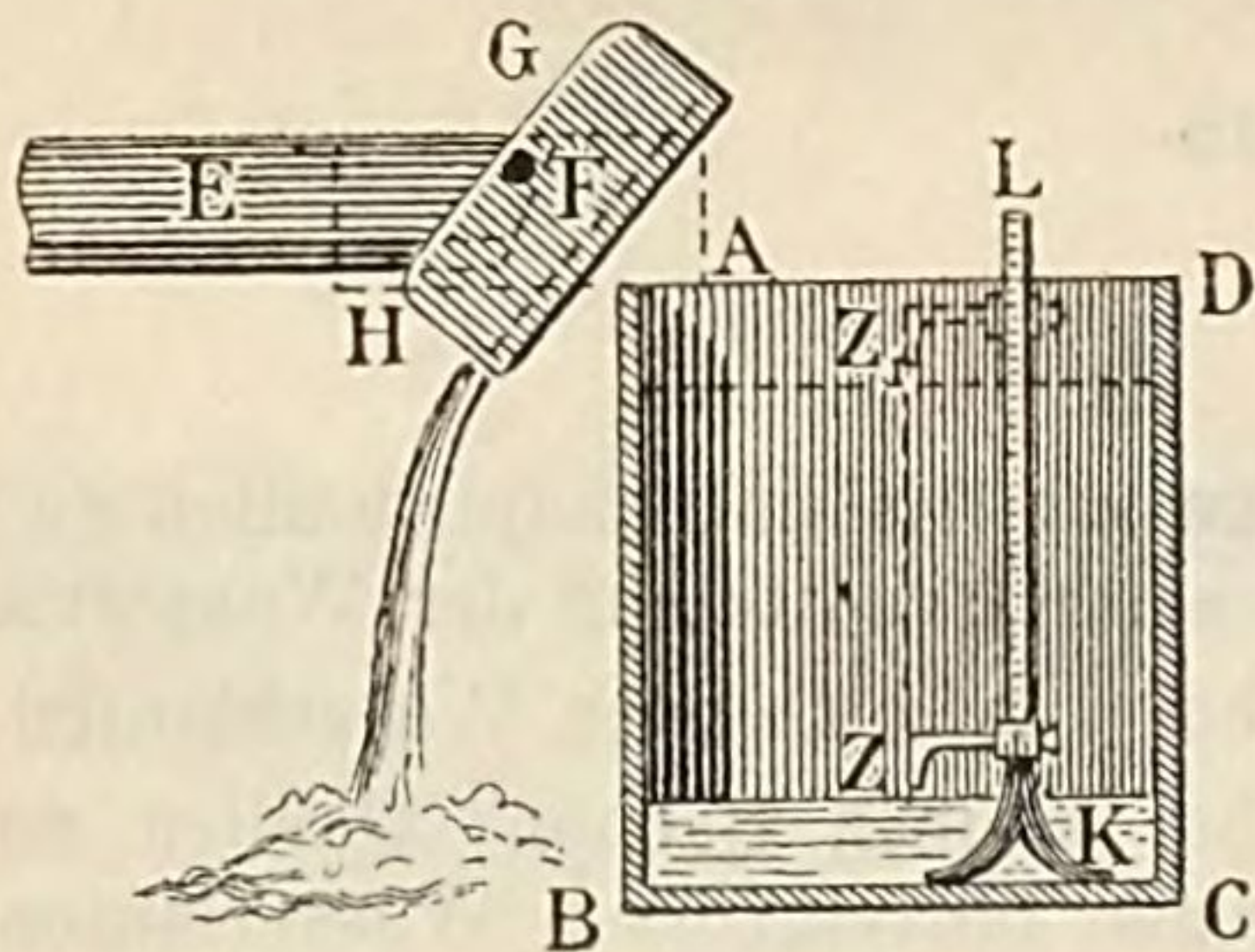
Antwort. Das hierbei, z. B. bei Mineralquellen zur Anwendung kommende Verfahren besteht einfach darin, dass man die Wassermenge sammelt und durch geaichte Gefässe ausschöpft, die man dann nur zu zählen braucht.

Frage 93. Wie kann man bei Anwendung eines grossen Aichgefässes verfahren?

Antwort. Das Wasser wird dann dem Gefässe *ABCD* (siehe Figur 41) durch ein Gerinne *EF* zugeführt, an dessen Ende sich eine Doppelklappe *GH* befindet, durch welche man das Wasser nach Belieben neben oder in das Gefäss ausfliessen lassen kann.

Zur recht genauen Bestimmung des Wasserstandes im Gefäss kann man eine Wasserstandsskala *KL* anwenden, deren Zeigerspitze *Z* man vor der Messung bis auf die

Figur 41.



Erkl. 127. Das Aichgefäss wird meist aus Brettern zusammengesetzt und bekommt deshalb eine parallelepipedische Form. Dasselbe wird der grösseren Haltbarkeit wegen wohl noch mit eisernen Reifen umgeben.

Vor der Messung ist die Doppelklappe so zu stellen, dass das Wasser neben dem Kasten ausfliesst. Sobald der Zufluss im Gerinne in den Zustand der Beharrung übergegangen ist, nimmt man die Uhr zur Hand und dreht zu einem bestimmten Zeitpunkte die Klappe so um, dass das Wasser in das Gefäss fliesst. Ist das Gefäss ganz oder zum grössten Teil mit Wasser gefüllt, so bringt man zu einem zweiten bestimmten Zeitpunkte die Klappe wieder in ihre vorige Lage zurück.

Erkl. 128. Um eine veränderliche Zuflussmenge zu jeder Tageszeit angeben zu können, benutzt man den auf Salinen vorzüglich vorkommenden Kubierapparat. Derselbe hat zwei Aichgefässe A und B, die sich abwechselnd füllen und leeren. Das durch eine Röhre F zugeführte Wasser geht durch eine kurze Röhre CG, welche mit einem um C drehbaren Hebel DE fest verbunden ist. Hat sich das eine Gefäss, z. B. A gefüllt, so fliesst das Wasser durch ein kleines Gerinne H in das Eimerchen M, dieses zieht den Hebel auf der einen Seite nieder und dadurch bekommt die Röhre CG eine solche Lage, dass das Wasser nach B geleitet wird. Das Aufziehen der Klappen O und P erfolgt durch Schnüre, deren Enden mit dem Hebel zweckentsprechend verbunden sind, und wird vorzüglich durch eiserne Kugeln unterstützt, die dem Niedergehen des Hebels den letzten Anstoss geben. Die Eimer M und N enthalten noch kleine Ausflussöffnungen, damit sie sich nach jedesmaligem Kippen leeren können. Die Zahl der Spiele kann jederzeit an einem mit dem Apparate verbundenen Zählwerke abgelesen werden.

Erkl. 129. Zur Ausmessung geringer fließender Wassermengen kann man auch den hydrometrischen Becher benutzen (siehe Figur 43). Derselbe besteht aus einer 8 cm weiten und 30 cm langen Röhre B mit einem trichterförmigen Einmündungsstück A, und einem 16 cm weiten und ebenso hohen Gefäss D, welches

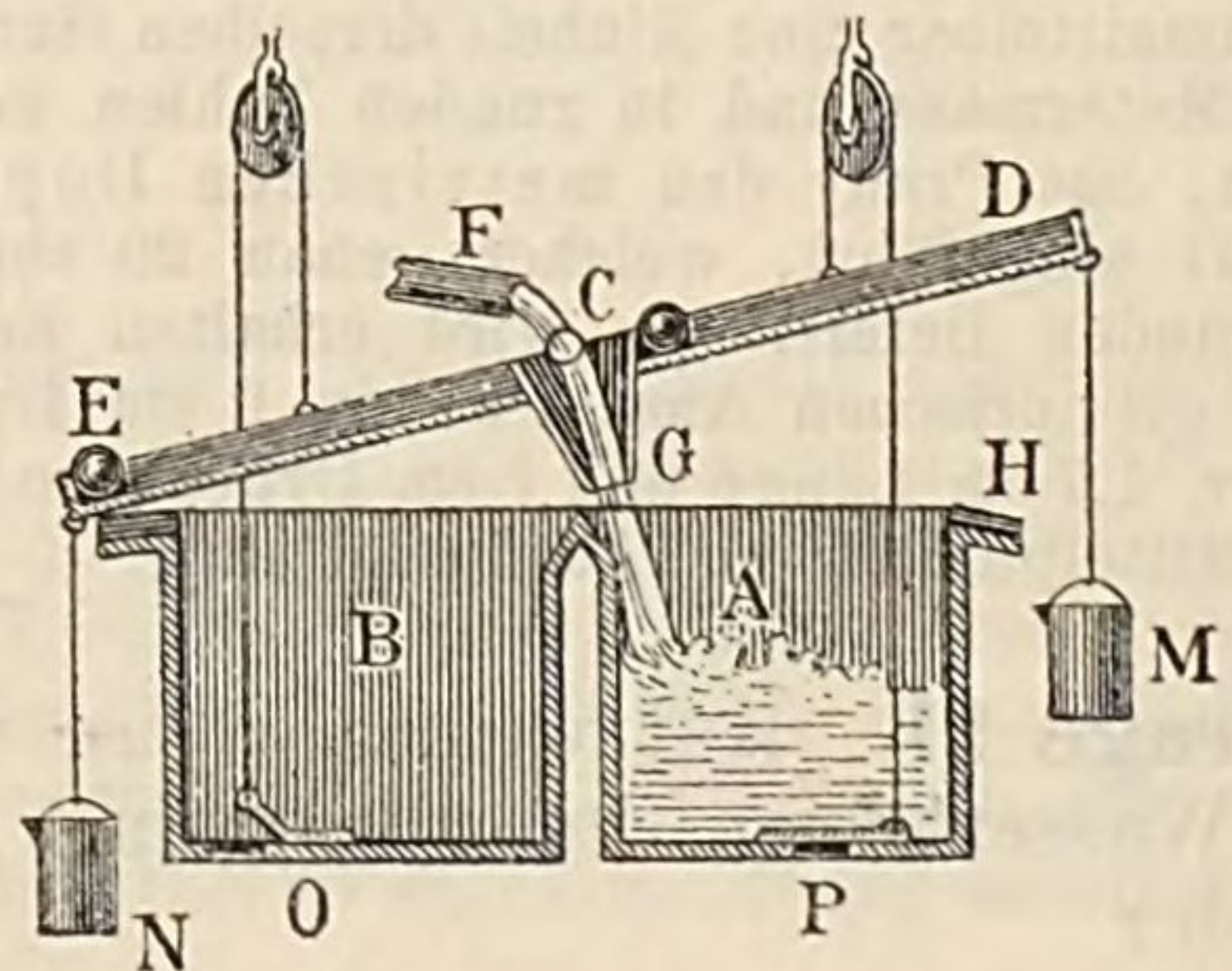
Oberfläche des etwa schon im Gefässe befindlichen Wassers herablässt und dieselbe alsdann nochmals am Ende der Beobachtung mit dem Wasserspiegel in Berührung bringt. Durch Subtraktion der hierbei abgelesenen Skalenteile erhält man die Höhe $ZZ_1 = h$ des geaichteten Wassers; aus dieser, sowie dem mittleren Querschnitt F des Gefässes ergibt sich die ganze Wassermenge:

$$Q_0 = Fh$$

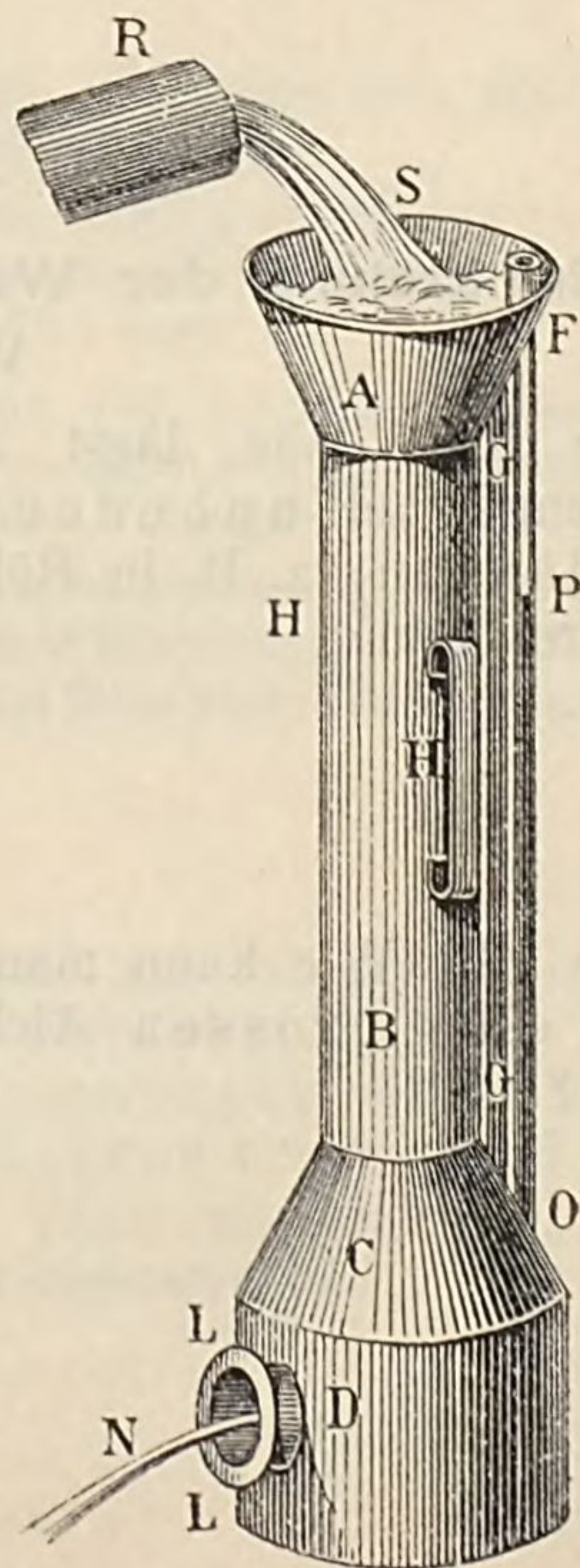
und hieraus wieder, mittels der Füllzeit t , die sekundliche Wassermenge:

$$Q = \frac{Fh}{t}$$

Figur 42.



Figur 43.



durch ein konisches Zwischenstück C mit B fest verbunden ist. Dieses Gefäß ist mit einem Seitenloch LL versehen, in welches verschiedene, kreisförmige Mündungen, in dünner Wand bildende Mundstücke, eingesetzt werden können. Man hält den Apparat mittels der Henkel HH unter die Zuleitungsröhre R und lässt so das Wasser wieder durch das Mundstück LL abfließen. Zur Beruhigung des einströmenden Wassers ist im Behälter D ein feines Sieb angebracht, und zur Beobachtung der Druckhöhe des Wassers dient die Glasröhre OP , welche neben einer Messingskala befestigt ist. Aus der beobachteten Druckhöhe h , dem Querschnitt F und dem Ausflusskoeffizienten μ des Mundstücks ergibt sich die Ausflussmenge:

$$Q = \mu F \sqrt{2gh}$$

γ) Ermittlung der Wassermengen bei kleineren Bächen, Quellen und abgefangenen, mittelgrossen Wasserläufen.

Frage 94. Auf welchem Wege kann man im allgemeinen die Wassermengen kleinerer bis mittelgrosser Wasserläufe bestimmen?

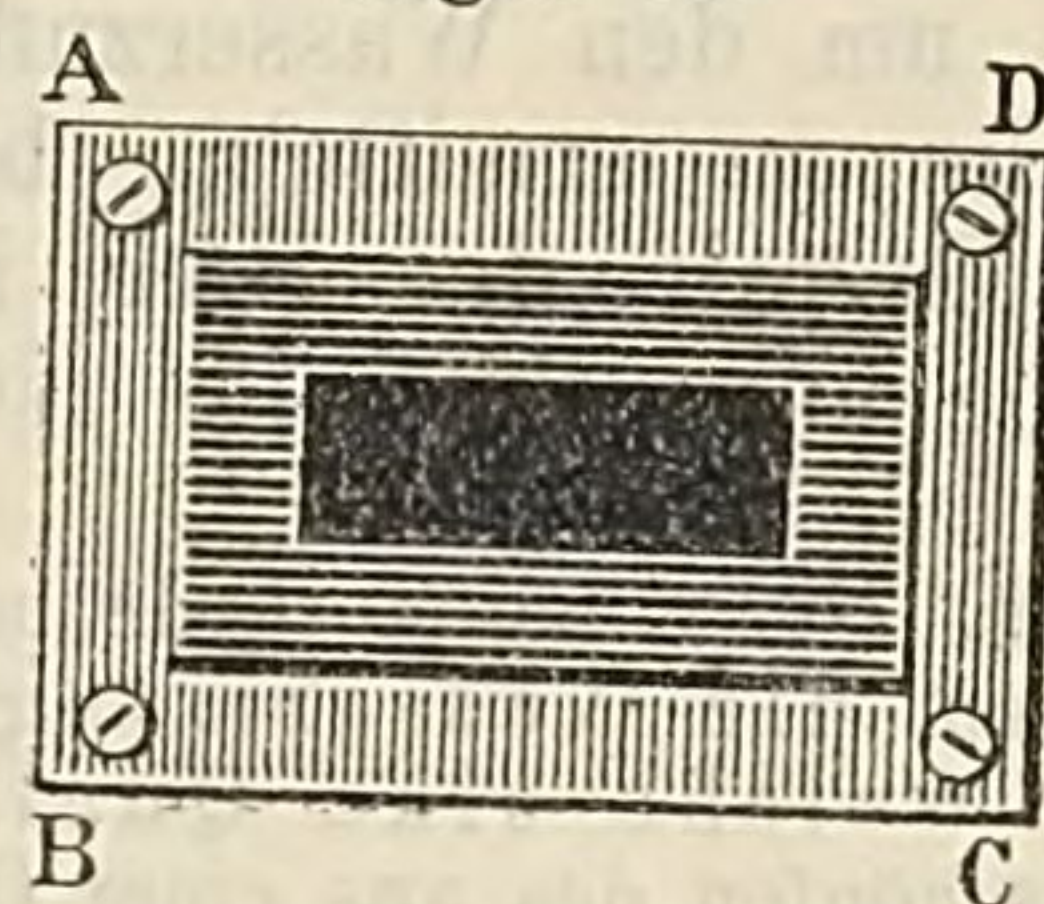
Erkl. 130. Am geeignetsten hierzu sind die F. Ponceletschen Mündungen, weil für diese bei verschiedenen Druckhöhen die Ausflusskoeffizienten genau bekannt sind; jedoch sind dieselben nur bei gewissen mittleren Wassermengen anwendbar. Weisbach bediente sich bei seinen Wassermessungen vier solcher Mündungen von 5, 10, 15 und 20 cm Höhe, deren jede 20 cm weit war. Diese Mündungen in Messingtafeln ausgeschnitten, sassen auf hölzernen Rahmen AC (siehe Figur 44), die man mit vier starken eisernen Schrauben an jeder Wand befestigen konnte. In vielen Fällen muss man sich grösserer Mündungen, ja oft sogar der Ueberfälle bedienen, die weniger genaue Resultate geben. Jedenfalls muss man beim Ausfluss eine möglichst vollständige und vollkommene Kontraktion zu erzielen suchen, und darum dickwandigen Mündungen nach aussen eine Abschrägung geben.

Antwort. Man kann die Wassermengen kleinerer bis mittelgrosser Wasserläufe mit Hilfe ihres Ausflusses durch eine bestimmte Mündung unter einem bekannten Druck h und bekanntem Ausflusskoeffizienten μ nach der Formel 47) im I. Teile der Hydrodynamik (siehe Seite 97) ermitteln, wonach die sekundliche Wassermenge:

$$Q = \mu F \sqrt{2gh}$$

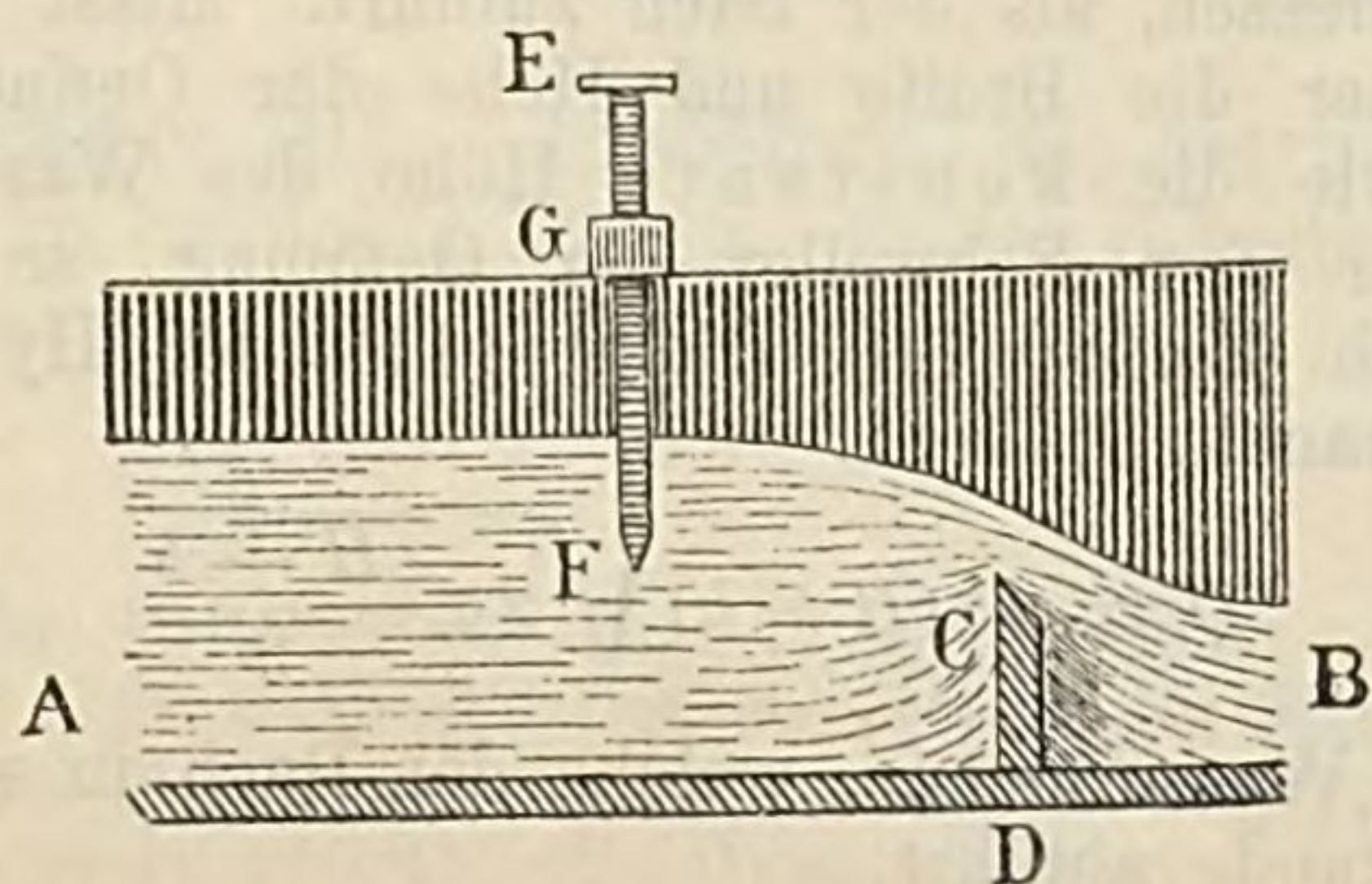
beträgt.

Figur 44.



Frage 95. Wie lässt sich hiernach das Wasser eines Gerinnes messen?

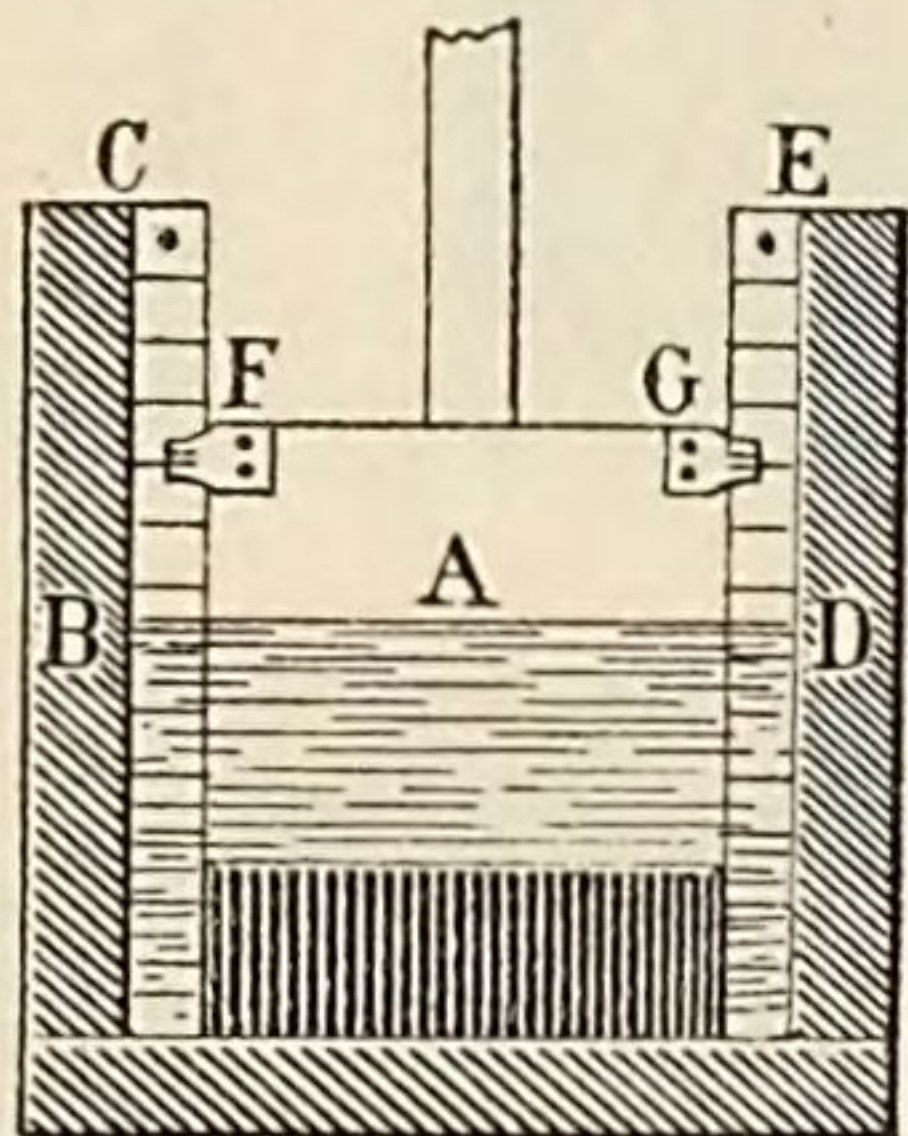
Figur 45.



Antwort. Um das Wasser eines Gerinnes zu messen, hat man das vorerwähnte Mündungsstück einzusetzen und den Zeitpunkt abzuwarten, wann der Beharrungszustand eingetreten ist. Zur Messung der Druckhöhe bedient man sich entweder der oben gedachten festen Wasserstandsskala (siehe Figur 41) oder der beweglichen Wasserstandsskala EF (siehe Figur 45).

Frage 96. Bei welchem Verfahren kann man, ohne diese Hilfsmittel anzuwenden, den Ausfluss unmittelbar an den Schutzöffnungen beobachten?

Figur 46.



Antwort. Um den Ausfluss unmittelbar an der Schutzöffnung beobachten zu können, befestigt man vorher auf die Führung ein paar messingene Schützenstandskalen *BC* und *DE* (siehe Figur 46), sowie auf das Schutzbrett *A* die zugehörigen Zeiger *F* und *G*, mit deren Hilfe man die Oeffnungshöhe sicher ablesen kann.

Frage 97. Welches ist dagegen das allereinfachste Mittel, das Wasser in einem Gerinne zu messen?

Erkl. 131. Bei langen Gerinnen von wenig Gefälle setzt man vor der Messung noch ein zweites Brett ein, um den Ausfluss des Wassers auf eine längere Zeit zu hindern und so den Beharrungszustand früher herbeizuführen.

Antwort. Das einfachste Mittel, das Wasser in einem Gerinne zu messen, besteht in dem Einsetzen eines an der oberen Kante abgeschrägten Brettes und in der Ausmessung des dadurch gebildeten Ueberfalles.

Frage 98. Bei einem Gerinne ist der benetzte Umfang stets von regelmässiger Gestalt. Wie muss man nun verfahren, um den Wasserzufluss kleinerer Bäche zu ermitteln, bei denen doch die Gestalt der Ufer im allgemeinen eine unregelmässige ist?

Erkl. 132. Derselben Methode bedient man sich auch, um die Wassermenge zu bestimmen, welche eine Quelle giebt. Da das Ausschöpfen des aus einer Quelle z. B. in 1 Minute ausfliessenden Wassers nicht leicht möglich ist, so leitet man dieses Wasser in einen kleinen Graben und setzt in denselben eine gutschliessende Bretterwand ein, in welcher eine rechtwinklige Ausflussöffnung angebracht wird. Die Messung der Höhe, auf welcher sich das Wasser fortwährend erhält, und die Grösse der Ausflussöffnung giebt nun das Mittel, den Ausfluss für die Sekunde genau zu berechnen. Bei dieser Methode muss jedoch die Bretterwand in dem Wassergraben auf einer solchen Entfernung eingelegt werden, dass das rückstauende Wasser die Oberfläche des Quellwassers nicht erreicht und dadurch dieses Wasser in die Oeffnung, wo es ausbricht, zurückdrückt. — Auch könnte man statt einer Oeffnung in der Bretterwand einen Einschnitt bis an die Sohle des fliessenden Wassers anbringen

Antwort. Da die unregelmässige Gestalt der Ufer und des Flussbettes solcher Bäche nicht gut eine Rechnung zulässt, so pflegt man dieselben durch einen rechtwinkligen Einbau mit Pfählen und Brettern genau abzuschliessen, in dessen Mitte eine Schützenöffnung angebracht wird, die man zur Messung des Wasserabflusses auf einer bestimmten Höhe über der Bodenschwelle offen hält. Da im Zustande der Beharrung der Wasserspiegel über der Schützenöffnung unveränderlich stehen bleibt, so muss durch diese Oeffnung in jeder Sekunde ebensoviel abfliessen, als der Bach zuführt. Misst man daher die Breite und Höhe der Oeffnung, sowie die konstante Höhe des Wassers über dem Schwellen der Oeffnung, so ist nach Formel 50) (Seite 111) der Hydrodynamik, I. Band:

$$Q = \mu b (H - h) \sqrt{2g \frac{H + h}{2}}$$

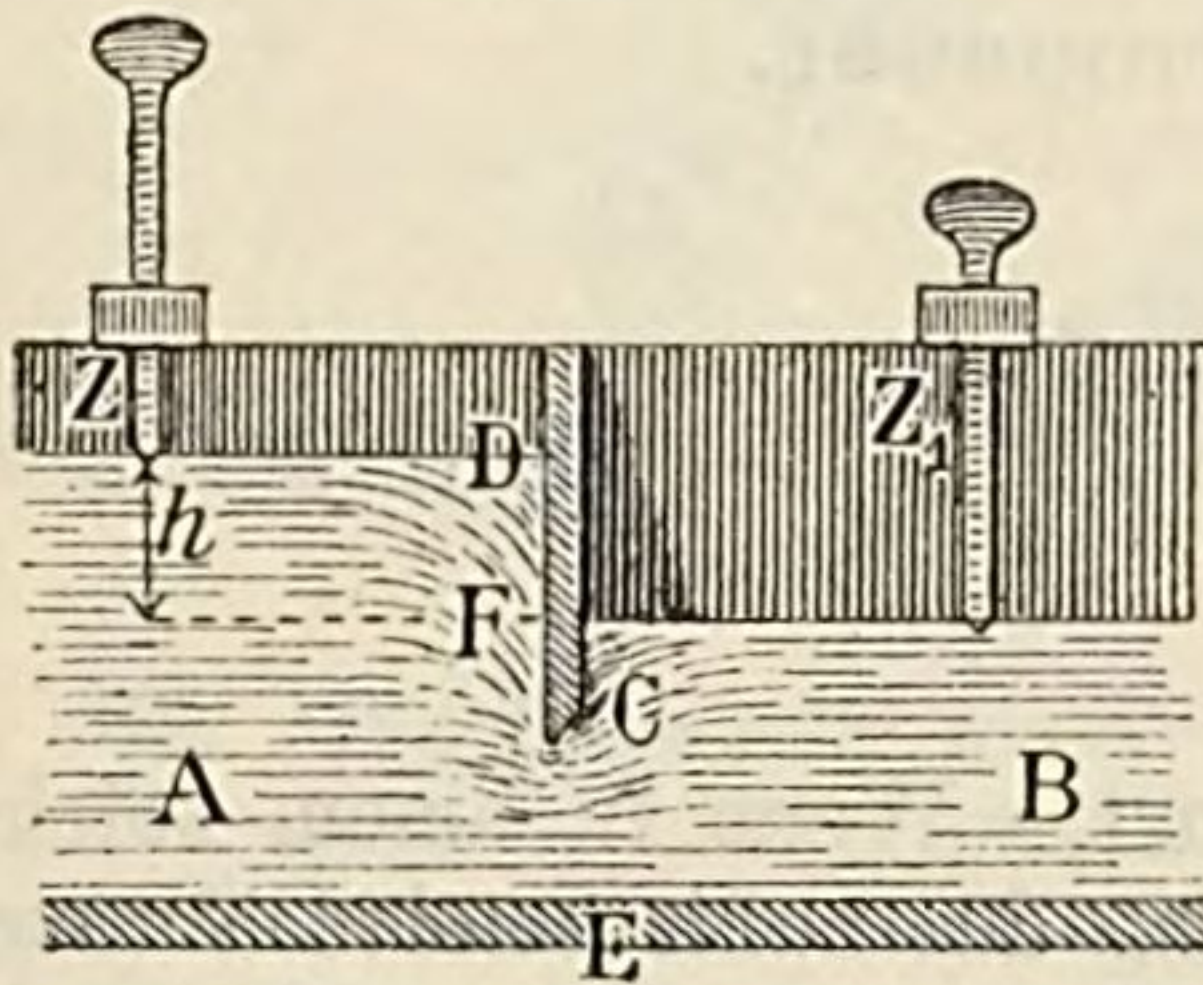
die Wassermenge, welche der Bach in einer Sekunde abführt.

und nun die beständige Höhe, auf welcher das Wasser sich erhält, und die Breite der Oeffnung bemessen, wonach dann die abfließende Wassermenge berechnet wird. Diese letztere Methode hat in Karlsbad gedient, die Wassermenge, welche der Sprudel und die demselben zunächst liegenden Quellen geben, bei ihrem Ausfluss in die Tepl abzumessen. Dieses Verfahren musste hier angewandt werden, da man in dem geschlossenen Sprudelgebäude wegen der aufsteigenden heissen Dämpfe die Höhe nicht sehen konnte, auf welcher das Wasser über der Ausflussmündung stehen blieb.

(Gerstner.)

Frage 99. Wie lässt sich noch auf eine andere, gleichfalls sehr einfache Weise das Wasser in einem Kanale von rechteckigem Querschnitt messen?

Figur 47.



Erkl. 133. Wenn der Austritt durch eine rechteckige Mündung in ruhendes Wasser erfolgt, so bahnt der Strahl sich darin einen Weg und bewirkt durch das Streifen an die umgebenden Partien ein Mitreissen von Wasserteilchen, welches notwendiger Weise noch gesteigert wird durch die Rückkehr eines äquivalenten Volumens nach hinten. Hieraus erzeugen sich Drehungen und ein relativ langsames Kreisel, das, was man Wirbel nennt.

Frage 100. Warum ist dieses Verfahren der Anwendung eines Ueberfalles vorzuziehen?

Antwort. Weil bei diesem Verfahren das Wasser mehr zur Ruhe kommt, wodurch eine genauere Messung der Druckhöhe ermöglicht wird.

Frage 101. Inwiefern ist hierbei noch zu berücksichtigen, ob das Gerinne hinter der Mündung kurz oder lang ist?

Erkl. 134. Fließt das Wasser in die freie Luft, oder steht der Unterwasserspiegel nicht über der Mündungskante C, so ist $\mu = 0,965$ in die nebenstehende Gleichung einzusetzen.

Antwort. Bei einem kurzen Ansatzgerinne fließt das Wasser fast frei ab; man hat es dann mit einem Falle der Lesbrosschen Versuche zu thun, und die Ausflussmenge ist:

$$Q = \mu ab \sqrt{2gh} \text{ oder } \mu F \sqrt{2gh}$$

Bezeichnet a die Höhe und b die Breite der Ausflussöffnung, so ist dann:

$$Q = 0,965 ab \sqrt{2gh}$$

oder genauer, wenn a_1 die Tiefe des zu- und a die des abfließenden Wassers bezeichnet, nach Formel:

$$Q = 0,965 ab \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{a}{a_1}\right)^2}}$$

Bei dem Ausfluss unter Wasser, wobei der Unterwasserspiegel über der Mündungskante C steht, ist nach Weisbachs Versuchen für eine Mündung mit scharfer Mündungskante:

$$\mu = 0,462$$

dagegen für eine solche nach einem Viertelkreis abgerundete Kante:

$$\mu = 0,717$$

zu setzen.

δ) Hydraulische Wassermesser.

Frage 102. Bei den Anlagen, welche den Zweck haben, Wasser mittels Röhren von einem Orte nach einem anderen zu leiten, kommt es zuweilen vor, dass man die Wassermenge, welche z. B. in einer Fabrik in einer bestimmten Zeit notwendig ist, oder welche bei Wasserleitungen nach gewissen festgesetzten Verhältnissen unter beliebige Interessenten der Leitung zu verteilen ist, genau zu bestimmen ist. Wie kann die Messung in solchen Fällen geschehen?

Antwort. Wenn in einem solchen Falle die Messung des zufließenden Wassers nicht in dem Zuleitungsgraben auf eine Art geschehen kann, welche oben beschrieben wurde, oder wenn man keinen hinreichend grossen Behälter hat, um die Wassermenge wenigstens einige Minuten lang aufzufangen und nach ihrem Inhalte zu berechnen, so bedient man sich hydraulischer Wassermesser.

Frage 103. Welches sind die gebräuchlichsten Wassermesser?

Antwort. 1) Diejenigen Apparate, mit deren Hilfe man den sogen. Wasserzoll misst, und

2) die Wasserzähler oder Wasseruhren.

Frage 104. Was versteht man unter dem Brunnen- oder Wasserzoll?

Erkl. 135. Rechnet man den Pariser Fuss = 0,32484 m, also den Pariser Kubikfuss = 0,32484³ = 0,03428 cbm, so fließen aus der nebenerwähnten Mündung:

oder: pro 1 Minute 0,01333 cbm

pro 1 Stunde 0,7998 cbm

oder: pro 24 Stunden 19,1953 cbm

Antwort. Mariotte fand aus Versuchen, dass pro Minute aus einer senkrechten kreisförmigen Oeffnung (in dünner Wand) von einem Pariser Zoll Durchmesser, bei einer konstanten Druckhöhe von 7 Linien über der Kreismitte, eine Wassermenge von 14 Pariser Pinten (1 Kubikfuss = 36 Pinten) ausfloss, welches Quantum von Mariotte und zuweilen noch heute in Frankreich und Italien von den Brunnenmeistern mit dem Namen Brunnen-

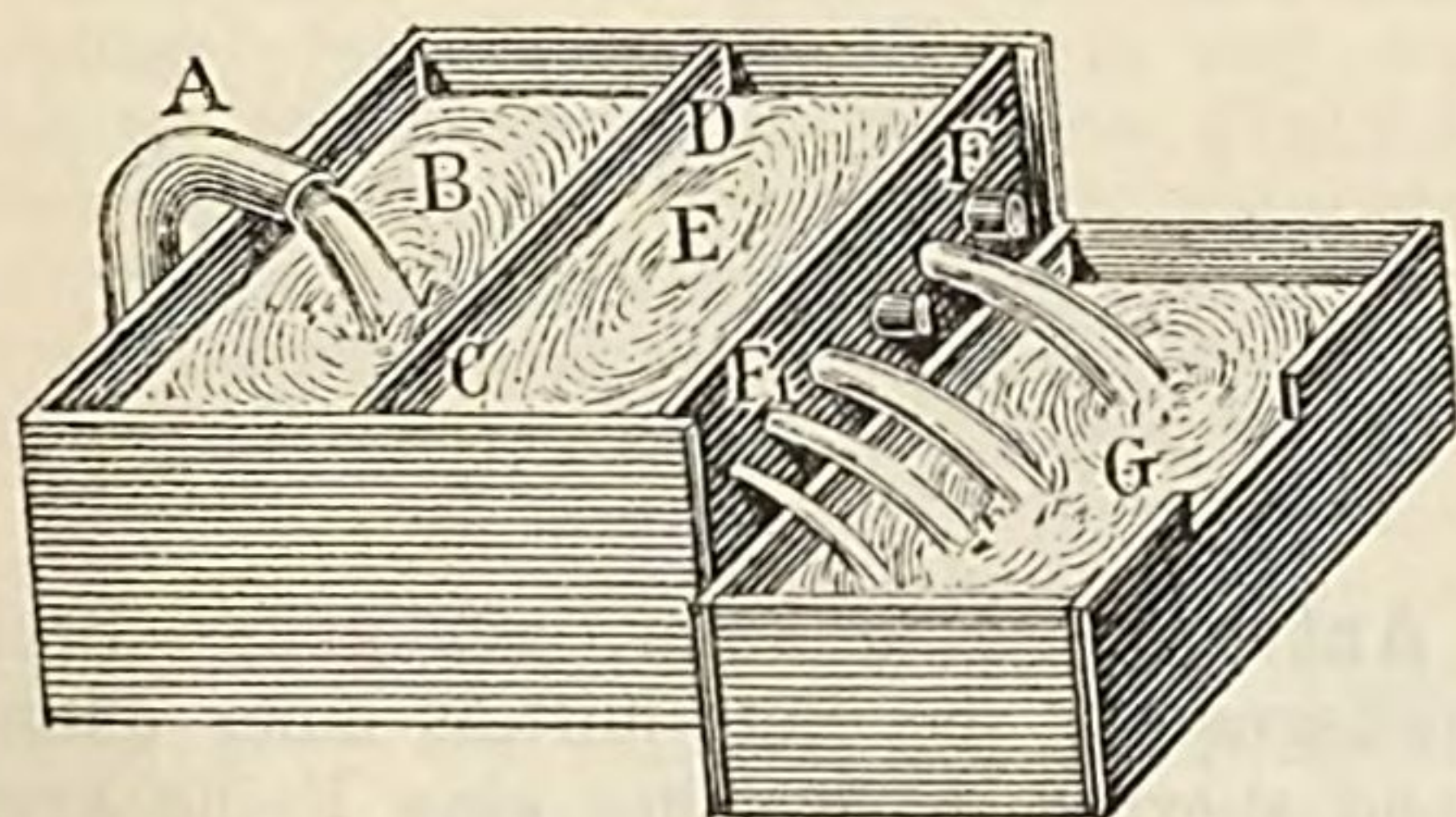
Die Beobachtungen lassen sich sicherer anstellen, wenn man eine grössere Druckhöhe hat; am einfachsten ist es, wenn man diese Höhe wie den Durchmesser der Mündung einen Zoll gross annimmt. Nach Bornemann und Rötting giebt ein solcher Wasserzoll täglich:

642,8 Kubikfuss = 22,0352 cbm Wasser.

(1 Par. Fuss à 12 Zoll à 12 Linien = 0,32484 m, also 1 Par. Zoll = 2,707 cm und 1 Par. Linie = 2,256 mm; siehe R. Klimpert, Lexikon der Münzen, Masse und Gewichte.)

Frage 105. Wie ist der Apparat, an dem man mit Hilfe von Wasserzollen das Wasser misst, eingerichtet?

Figur 48.



Erkl. 136. Die Messung des Wassers mit Hilfe des Wasserzolls kann auch in folgender, wesentlich nicht von dem nebenstehenden Verfahren verschiedener Art vorgenommen werden.

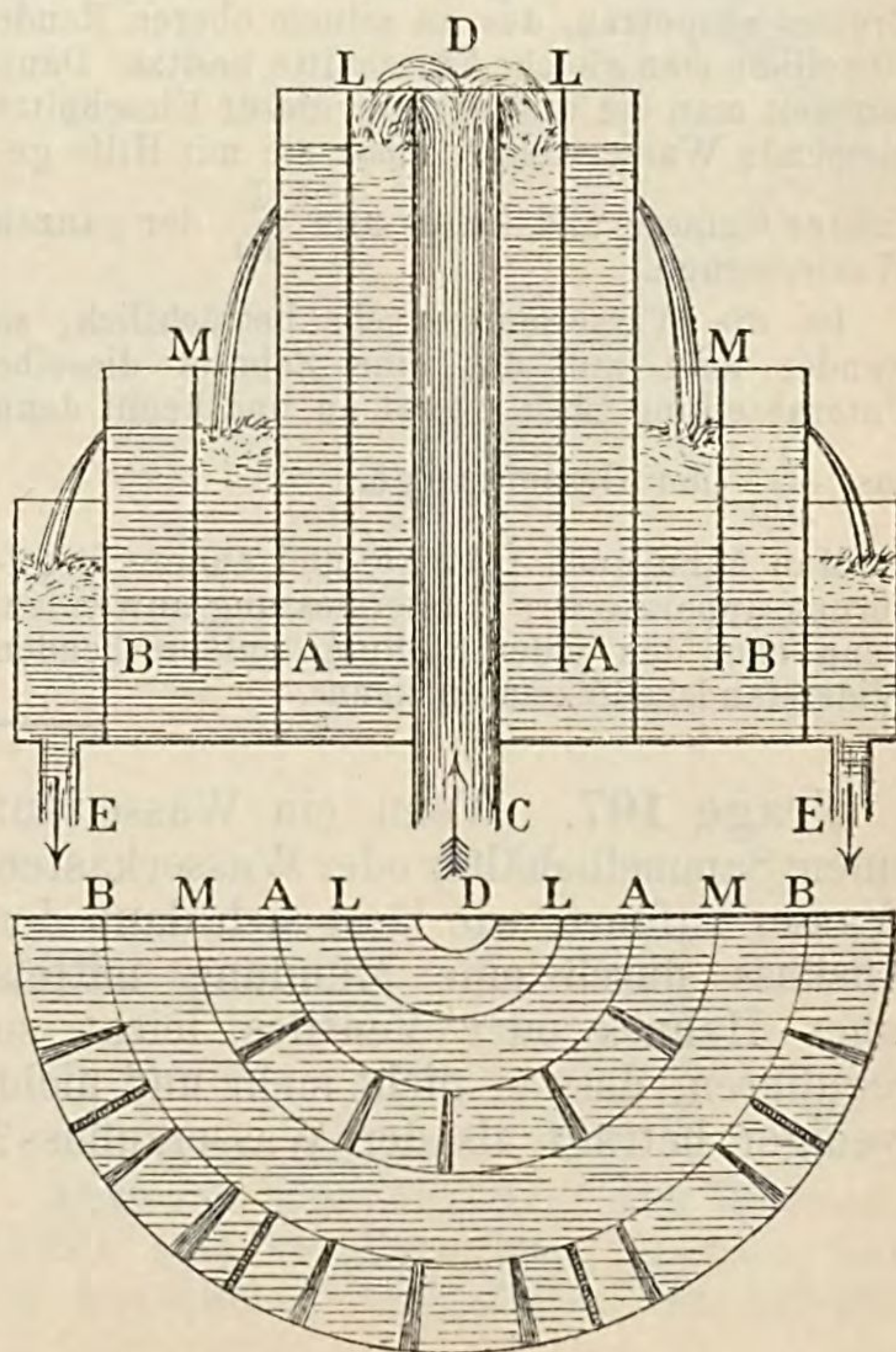
Man lässt das zur Verfügung stehende Wasser, welches etwa durch eine Steigröhre CD (siehe Figur 49) auf die Höhe D gehoben wird, in einen sogen. Speisebehälter treten, welcher innerhalb der Wand AA liegt. In diesem Behälter befindet sich eine Scheidewand LL , welche entweder nicht ganz bis auf den Boden reicht oder doch nahe am Boden Durchflussöffnungen besitzt. Das aus der Röhre bei D mit lebhafter Geschwindigkeit sich vor die Wand LL ergiessende Wasser verliert bei dem Durchgang durch diese Wand seine Geschwindigkeit zum grössten Teil und bildet vor der Wand AA einen ziemlich ruhigen horizontalen Spiegel. In der Wand AA sind eine grosse Anzahl gleicher Oeffnungen in derselben Höhe angebracht, welche beliebig geöffnet und geschlossen werden können. Von diesen Oeffnungen öffnet man gerade so viele, dass der Wasserspiegel vor der Wand AA eine vorher genau bestimmte Höhe annimmt. Ist dies geschehen, so ergiesst sich aus einer jeden der in Thätigkeit gesetzten Oeffnungen in derselben Zeit dieselbe genau bekannte Menge Wasser, welche wir mit Q bezeichnen wollen, und man ist im stande, zu jeder Zeit aus der Anzahl n der in Thätigkeit begriffenen Ausflussöffnungen auf die Ergiebigkeit der Speiseröhre CD , welche gleich nQ sein wird, zu schliessen.

Durch die vorstehenden Oeffnungen, von denen bald mehr bald weniger geöffnet werden,

oder Wasserzoll bezeichnet und zum Messen kleiner fliessender Wassermengen benutzt wird (siehe Erkl. 135).

Antwort. Dieser Apparat zeigt (nach Weisbach) folgende Einrichtung (s. Fig. 48). Das zu messende Wasser fliesst durch die Röhre A in einen Kasten B , aus diesem tritt es durch unten in der Scheidewand CD angebrachte Löcher in den Kasten E , und aus diesem fliesst es durch eine horizontale Reihe von genau 1 Zoll weiten und in Blech ausgeschnittenen kreisrunden Mündungen F in den Behälter G . Damit sich aber der Wasserspiegel nur eine Linie hoch über den Köpfen dieser Mündungen stellt, so ist es nötig, dass diese in hinreichender Zahl vorhanden sind und dass man einen Teil der-

Figur 49.



so dass die Höhe des Spiegels vor der Wand AA stets konstant bleibt, fällt das Wasser aus dem Speisebehälter, welcher zwischen den Wänden AA und BB liegt. Auch in letzterem Behälter befindet sich eine der LL ganz ähnliche Zwischenwand MM , durch welche das Wasser am Boden austritt, damit es vor der Wand BB einen ruhigen horizontalen Spiegel bilden kann. In der Wand BB befinden sich eine bestimmte Anzahl gleicher und in derselben Höhe liegender Oeffnungen, welche stets sämtlich geöffnet bleiben. Aus einer jeden dieser Oeffnungen ergiesst sich alsdann immer derselbe aliquote Teil der ganzen zu verteilenden Wassermasse, wenn sich auch dieser Teil mit der Höhe des Spiegels vor der Wand BB von Zeit zu Zeit ändert.

Die letzteren Oeffnungen führen das Wasser endlich in einen Nebenbehälter, in welchem sich für die verschiedenen Interessenten der Leitung die entsprechenden Abteilungen befinden, aus denen das Wasser in die für diese Interessenten bestimmten Abfallröhren EE sich ergiesst.

Frage 106. Wie muss man verfahren, wenn man mit Hilfe des Wasserzollens die Wassermenge in mittelgrossen Wasserläufen messen will?

Erkl. 137. Haton de la Goupillière giebt in seiner Hydraulik noch folgendes Verfahren an: Man kann den Abflusskanal, wenn der ganze Wasserlauf abgefangen ist, mittels eines Brettes absperren, das an seinem oberen Rande 10 vollkommen gleiche Einschnitte besitzt. Dann sammelt man die aus einem dieser Einschnitte fliessende Wassermenge, misst sie mit Hilfe geeigneter Gefässe und kennt nun $\frac{1}{10}$ der ganzen Wassermenge.

Ist die Wassermenge sehr beträchtlich, so wendet man auf das eine Zehntel dieselbe Unterabteilung noch einmal an und kennt dann das $\frac{1}{100}$ der Gesamtmenge.

Man kann auch Hähne und andere Regulierungsapparate zur Wassermessung anwenden, wenn man den jeder Stellung entsprechenden Widerstandskoeffizienten kennt.

Frage 107. Wenn ein Wasserlauf einem Sammelbehälter oder Wasserkasten Wasser zuführt, wie lässt sich dann der Ausfluss durch eine Mündung mittels eines Hahnes oder Ventiles leicht so regulieren, dass er nicht mehr und nicht weniger beträgt als der Wasserzufluss?

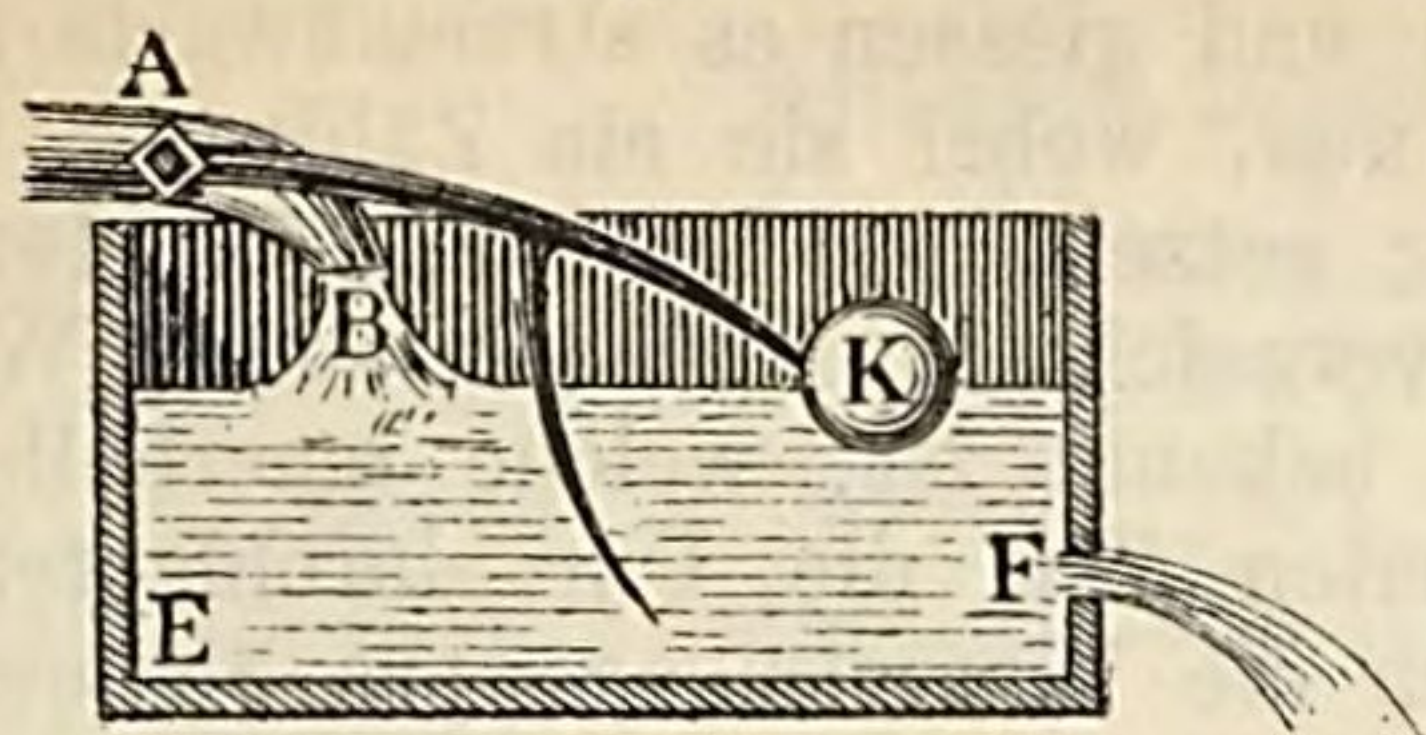
selben durch Stöpsel verschliesst. Zur genaueren Angabe bringt man noch Mündungen F_1 an, welche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ Wasserzoll durchlassen.

Bei grossen Wassermengen teilt man wohl erst das ganze Wasser und misst auf diese Weise nur einen Teil, z. B. den zehnten. Dieses Teilen ist leicht dadurch zu bewirken, dass man das Wasser erst in einen Behälter mit einer gewissen Anzahl in gleicher Höhe befindlicher Mündungen leitet und nur das von der einen Mündung gelieferte Wasser in dem oben abgebildeten Apparate auffängt (siehe Erkl. 136).

Antwort. Man kann, genügende Breite vorausgesetzt, das Bett mittels einer dünnen Wand sperren, in welcher eine Reihe kreisrunder Oeffnungen von 1 Zoll Durchmesser angebracht und mit Pfropfen verschlossen sind; dann öffnet man nacheinander eine gewisse Anzahl derselben so lange, als der Wasserspiegel noch Neigung zeigt, zu steigen. Sinkt er dagegen, so schliesst man wieder eine oder mehrere Oeffnungen und bringt es durch wiederholte Versuche dahin, dass der Wasserspiegel sich unveränderlich in 1 Par. Linie = 2,25 mm Höhe über den Scheiteln der Oeffnung behauptet; man hat dann nur die Zahl der Oeffnungen mit 19,1953 cbm zu multiplizieren (siehe Erkl. 135), um die Ausflussmenge von 24 Stunden zu erhalten.

Antwort. Ist Ueberfluss an Wasser vorhanden, so wird, damit dasselbe in dem Sammelbehälter nicht überlaufe, eine senkrechte, oben offene Röhre in demselben befestigt, damit das überflüssige Wasser durch dieselbe ablaufen und unten in Kanälen weiter

Figur 50.



Erkl. 138. Man kann am Ende einer Röhrenleitung statt eines Hahnes auch ein Ventil mit Schwimmer anbringen. Mittels des mit einer schwimmenden Hohlkugel verbundenen eisernen Hebels wird nun die Oeffnung am Ende der Röhrenleitung abermals soviel gehoben, dass das Wasser im Behälter fortwährend auf gleicher Höhe steht.

Erkl. 139. Sehr einfach lässt sich (nach Weisbach) der Abfluss des Wassers aus einem Behälter durch die Röhre F (siehe Figur 51) mittels eines breiten Ueberfalles B regulieren, da hier eine geringe Vergrößerung des Wasserzuflusses durch A nur eine unbedeutende Vergrößerung der Druckhöhe zur Folge hat.

Bezeichnet F' die Grösse des Ausflussrohres, h die Höhe der Ueberfallsschwelle über der Mitte dieser Mündung, h_1 die Höhe des Wasserspiegels über der gedachten Schwelle, so hat man bei dem Ausflusskoeffizienten μ durch die Mündung F' die Abflussmenge:

$$Q = \mu F' \sqrt{2g(h + h_1)}$$

Setzt man die Druckhöhe h_1 des Ueberfalles, welche sich aus der Abflussmenge Q_1 , der Breite b_1 und dem Ausflusskoeffizienten μ_1 mittels der Formel 24) oder 48) im I. Teile der Hydrodynamik:

$$Q_1 = \frac{2}{3} \mu_1 b_1 \sqrt{2gh_1^3}$$

oder durch:

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{1}{2g} \left(\frac{\frac{3}{2} Q_1}{\mu_1 b_1} \right)^2}$$

bestimmen lässt, in diesen Ausdruck ein, so erhält man die Formel:

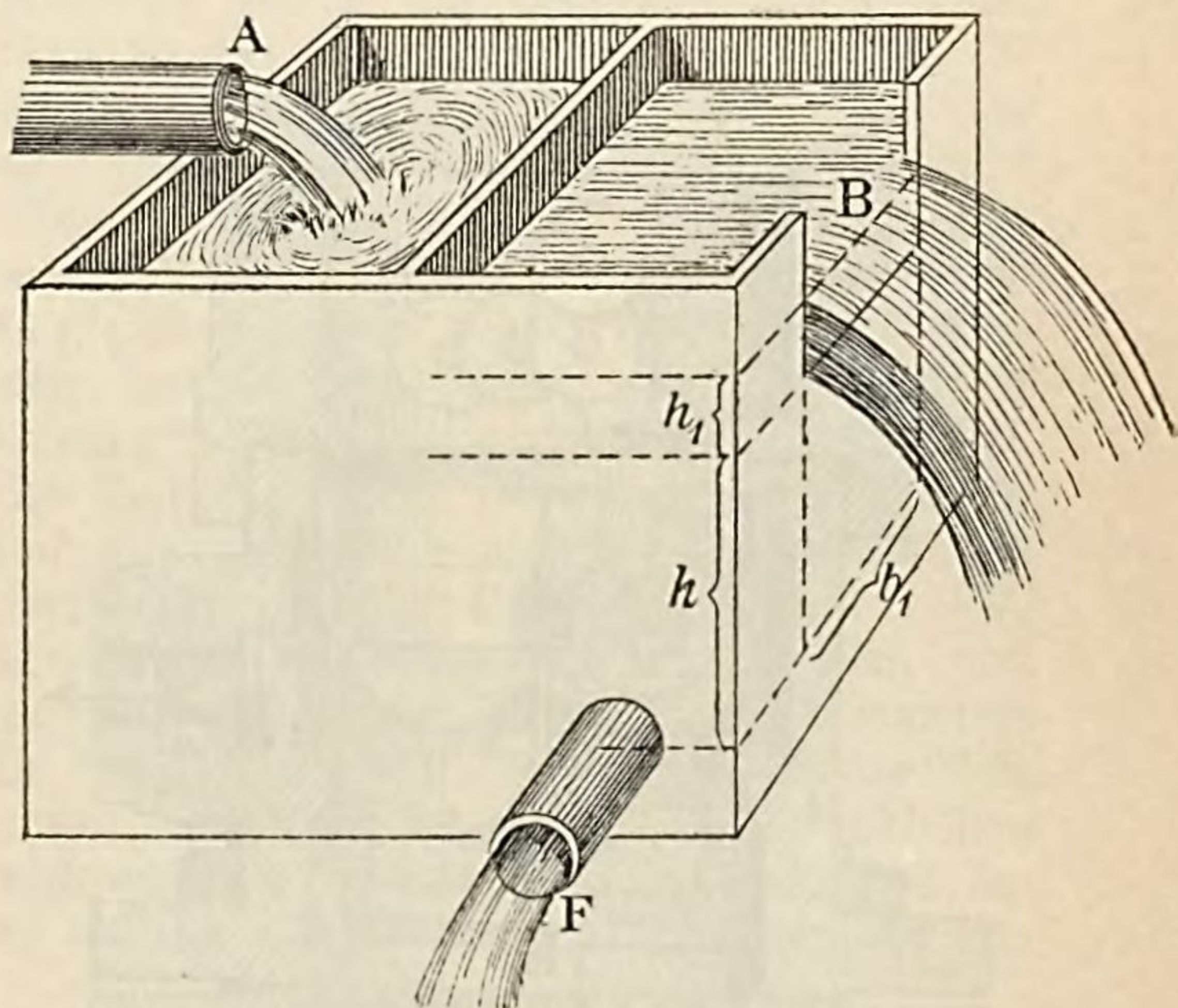
$$Q = \mu F \sqrt{2gh + \left(\frac{3gQ_1}{\mu_1 b_1} \right)^{\frac{2}{3}}}$$

woraus zu ersehen ist, dass sich Q mit Q_1 um so weniger ändert, je grösser die Schwellenhöhe h und je grösser die Breite b_1 des Ueberfalles ist. Diese Breite lässt sich dadurch leicht vergrössern, dass man den Ueberfall bogenförmig anlegt.

Frage 108. Als eine zweite Art der Hydrometer wurden die Wasseruhren genannt. Was sind das im allgemeinen für Apparate?

fließen kann. Ist aber der Wasserzufluss nur mässig, so kann man mittels eines Hahnes mit Schwimmer den Zufluss des Wassers aus der Röhrenleitung zweckmässig regulieren. Diese Vorrichtung (siehe Figur 50) besteht aus einer metallenen Hohlkugel K , welche mittels einer eisernen Stange an den Hahn von aussen angesteckt wird. Je mehr sich das Wasser im Behälter und mit demselben die auf seiner Oberfläche schwimmende Kugel senkt, desto mehr öffnet sich der Hahn und läuft demnach auch mehr Wasser zu; ist jedoch der Kasten ganz mit Wasser gefüllt, so bleibt auch der Hahn geschlossen und mit demselben der ganze Zufluss des Wassers abgesperrt.

Figur 51.



Antwort. Wasserzähler oder Wasseruhren sind im allgemeinen Apparate, die aus beweglichen Hohlgefässen von bekann-

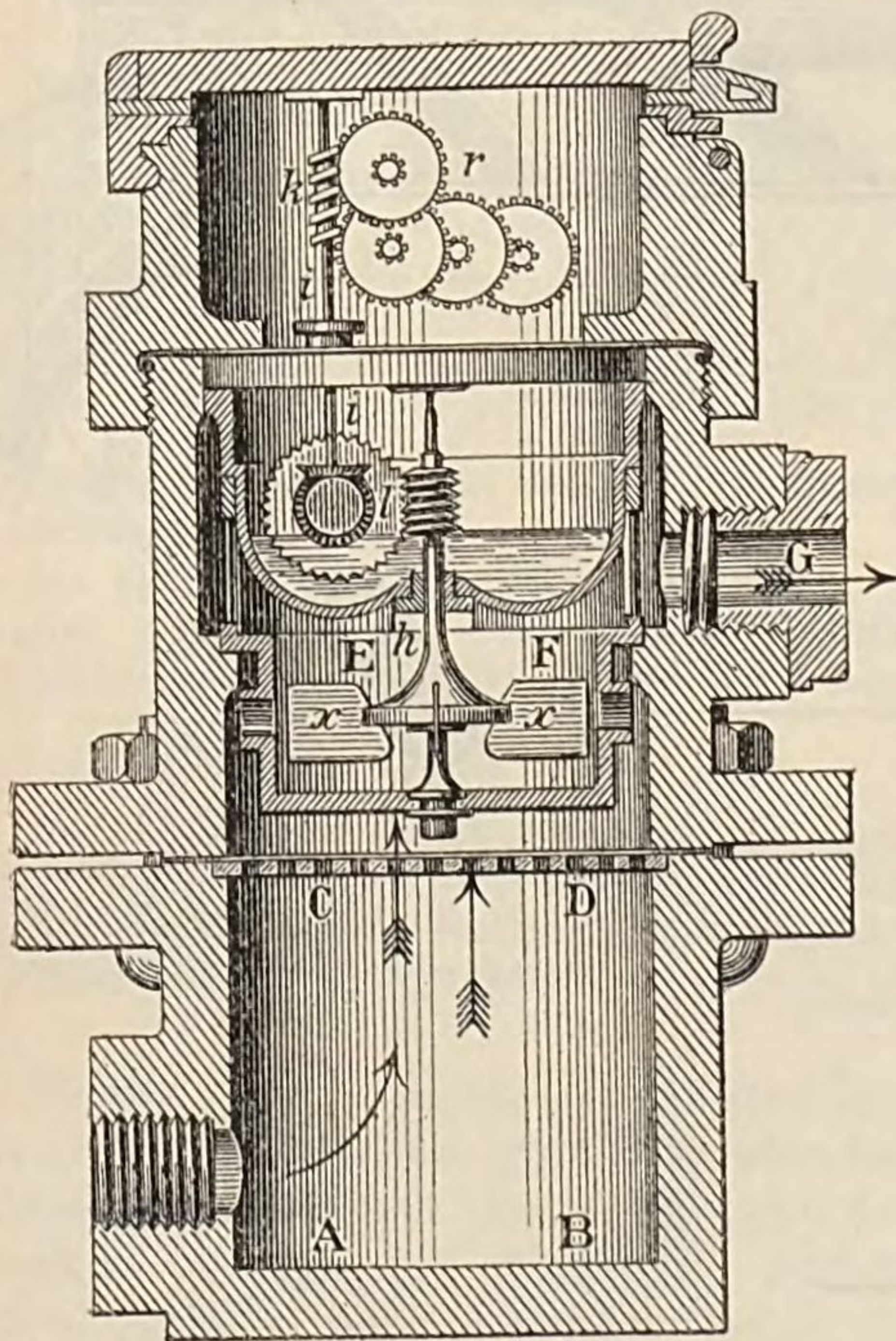
Erkl. 140. Die zum unmittelbaren Messen der Wassermengen bestimmten Apparate sind ausserordentlich verschieden. Bei der einen Art wird eine Doppelzelle an einer horizontalen Achse so befestigt, dass sie, durch das zuströmende Wasser gefüllt, umschlägt und dadurch eine Zählvorrichtung in Thätigkeit setzt. Bei anderen Konstruktionen wird durch das zuströmende Wasser ein Schöpfrad oder eine kleine Turbine oder ein Flügelrad oder eine archimedische Schraube in Rotationen versetzt, oder es wird durch den Druck des Wassers ein Kolben oder eine Membran bewegt und diese Bewegung auf ein Zählwerk übertragen. Es sei hier nur der Wassermesser von Siemens & Halske ausführlicher beschrieben.

tem Volumen bestehen; diese empfangen das Wasser und giessen es stromabwärts selbstthätig aus, wobei sie ein Zählwerk in Bewegung setzen, welches die Zahl der Ausgüsse verzeichnet. Nachdem so die Wassermenge bekannt ist, welche innerhalb einer bestimmten Zeit die Uhr durchlaufen hat, ist auch die Wassermenge pro Sekunde bekannt.

Frage 109. Welches ist einer der gebräuchlichsten Wassermesser und wie ist derselbe eingerichtet?

Antwort. Zu den gebräuchlichsten Wassermessern gehört der von Siemens & Halske, dessen Einrichtung aus Figur 52 leicht zu erkennen ist. Das Wasser tritt durch das Rohr *A* von unten nach oben in einen cylindrischen Hohlraum *ABCD* ein, nimmt oben seinen Weg durch das Gitter *CD*, welches die Verunreinigungen zurückzuhalten bestimmt ist, und gelangt durch vier Oeffnungen, welche in den senkrechten Wänden eines zweiten Cylinders *EF* einander diametral gegenüberliegen und in gleichem Sinne etwas gekrümmt sind, stossend auf die Schaufeln *xx* eines Flügelrades, welches hierdurch in mehr oder weniger rasche Umdrehungen versetzt wird, während das Wasser schliesslich durch die seitliche Röhre *G* abfliesst. Eine feste Scheidewand reicht oberhalb *EF* ziemlich tief in den freien Raum herab, um zu verhindern, dass das Wasser eine beschleunigte Bewegung annimmt. Die Achsendrehung wird bei *l* mittels einer Schraube ohne Ende einem senkrechten Rade und einem damit in Verbindung stehenden konischen Rade und hierdurch der senkrechten Achse *ii* mitgeteilt; letztere trägt bei *k* wieder eine Schraube ohne Ende, welche schliesslich die Bewegung der Achse auf die Räder *r* eines besonderen Zählapparates überträgt. Der Raum, in welchem sich die erste Rädergruppe *il* befindet, ist durch die Stopfbüchse *h* von dem Hohlgefäss *EF* ganz abgesperrt und zum Teil mit Oel angefüllt, um das Wasser vom oberen Zählwerke *kr* ganz abzuhalten und den Rädern einen möglichst leichten Gang zu verschaffen.

Figur 52.



ε) Ermittlung der Wassermenge bei grösseren, durch eine Hüttenanlage abgefassten Wasserläufen.

Frage 110. Wie verfährt man (nach Haton de la Goupillière), um die Wassermenge bei einem grösseren und durch eine Hüttenanlage abgefassten Wasserlauf zu messen?

Erkl. 141. Ein anderes Mittel zur Ermittlung der Wassermenge besteht darin, dass man sämtliche etwa vorhandenen Schützen schliesst und das Wasser über das ganze Wehr ablaufen lässt. Dann wird jene Formel angewandt, welche für diese Art des Abfliessens Gültigkeit hat.

Antwort. Man wählt zur Vornahme der Messung einen Tag, an welchem das Hüttenwerk still steht, und zieht allmählich die Spansschütze auf, bis die Wasserlinie im Stromstrich unveränderlich in gleicher Höhe bleibt. Dann fliesst aus der Schützenöffnung eine Wassermenge, welche der Zuflussmenge oder dem Speisewasser des Kanals gleich ist. Demnach hat man nur noch die Formel über die Ausflussmenge bei grossen rechteckigen Mündungen anzuwenden.

Frage 111. Da es oft lange dauert, ehe bei der oben beschriebenen Methode der Beharrungszustand von dem aufgestauten Wasser eintritt, so kann man welches von Prony in Vorschlag gebrachtes Verfahren mit Vorteil anwenden?

Erkl. 142. Jutier hat für dieses Messungsverfahren einen sinnreich konstruierten Apparat verwendet, mittels welchem die über die Sohle der Grubenstrecken fliessenden Wasserbänder gemessen werden. Hierbei sperrt man den Streckenabfluss, jedoch so, dass die Wasser nicht über das den gewöhnlichen Bedingungen entsprechende Mass gespannt werden, damit in den Druckverhältnissen, welche die Ergiebigkeit unmittelbar beeinflussen, nichts geändert werde.

Hierzu bedient man sich eines Blechstreifens, in dessen oberen Rand ein rechteckiger Einschnitt gemacht ist. Eine Mikrometerschraube hat ihre Nullmarke an dem Punkte, für welchen ihre Spitze genau in die Schwelle dieses Ueberfalls in dünner Wand einspielt. Eine Grad-einteilung gestattet weiter, die Dicke des zu messenden Wasserbandes mit grosser Genauigkeit zu messen, indem man die Schraube so lange verstellt, bis ihre Spitze die Oberfläche des Wassers erreicht hat.

Die auf Anwendung des gewöhnlichen Ueberfalles begründeten Aichverfahren haben das Unzulängliche, dass der Querschnitt des Stromes von einem zum andern Falle nicht immer derselbe bleibt. Thompson hat die Unveränderlichkeit dieses Querschnittes durch Anwendung eines dreieckigen Einschnittes zu erreichen gesucht. Er schlägt für diesen Fall die Formel vor:

$$Q = Ch^{\frac{5}{2}}$$

mit einem Koeffizienten, der je nach dem Ver-

Antwort. Man verschliesst zunächst die Mündung durch ein Schutzbrett ganz und lässt so das Wasser so hoch aufstauen, als es die Umstände gestatten; dann zieht man das Schutzbrett so weit auf, dass mehr Wasser ab- als zufliesst, und misst nun während der Ausflusszeit t die Wasserstände in gleichen und möglichst kleinen Zeitabständen; endlich verschliesst man die Schutzöffnung wieder völlig und beobachtet noch die Zeit t_1 , innerhalb welcher das Wasser auf die erste Höhe steigt. Es ist dann im Laufe der ganzen Beobachtungszeit $t + t_1$ ebensoviel Wasser zu- als abgeflossen, und es lässt sich daher durch die Ausflussmenge in der Zeit t die Zuflussmenge in der Zeit $t + t_1$ ausdrücken. Sind die Druckhöhen während des Sinkens h_0, h_1, h_2, h_3 und h_4 , so ist die mittlere Ausflussgeschwindigkeit:

$$v = \frac{1}{12} \sqrt{2g} (\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$$

Ist nun der Inhalt der Schützenöffnung F , so ist die Ausflussmenge in der Zeit t :

$$V = \frac{1}{12} \mu F t \sqrt{2g} (\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$$

und daher die sekundliche Zuflussmenge:

$$Q = \frac{V}{t + t_1} = \frac{\mu F t \sqrt{2g}}{12(t + t_1)} (\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$$

hältnis der Basis b zur Höhe h wechselt und für welchen er folgende Werte angiebt:

$$\frac{b}{h} = 2, C = 1,406$$

$$\frac{b}{h} = 4, C = 2,930$$

ζ) Ermittlung der Wassermenge bei bedeutenden nicht gesperrten Wasserläufen.

Frage 112. Inwiefern muss man, um die Wassermenge grösserer fließender Gewässer ermitteln zu können, eine zweifache Messung vornehmen?

Antwort. Bei grösseren Gewässern muss das Querprofil des Flusses für sich und ebenso auch die Geschwindigkeit des Wassers in den verschiedenen Abteilungen des Profils abgesondert bestimmt werden.

Frage 113. Zur Messung des Querprofils wird man was für einen Teil des Stromlaufes wählen?

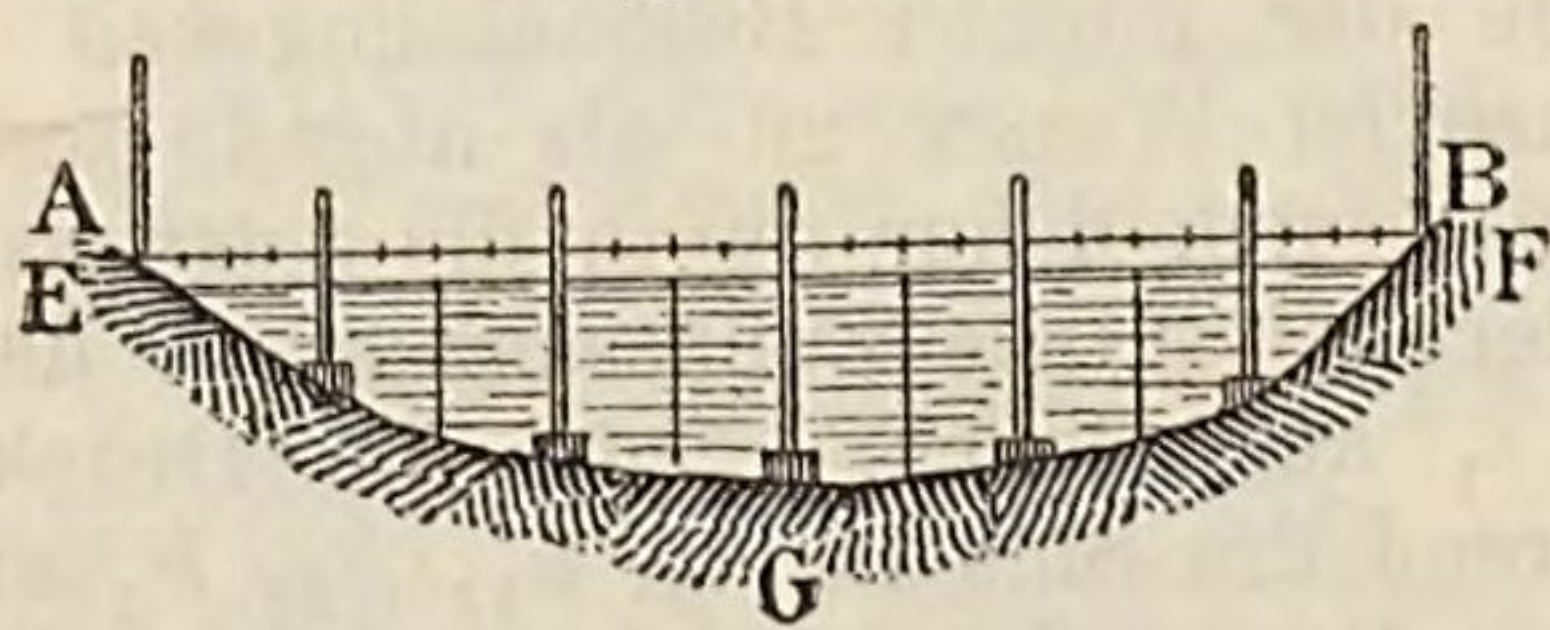
Erkl. 143. Allignement (spr. alinjemáng) heisst soviel wie die Abmessung oder Richtung nach gerader Linie, die Schnurfolge, und kommt von dem französ. alignieren (aligner, von ligne = lat. linea), d. i. nach der Schnur abmessen, richten, abstecken.

Antwort. Hierzu wird man einen möglichst regelmässigen Teil des Stromlaufes wählen, wo die Ufer ziemlich parallel laufen und wo auf eine geraume Weite ein beinahe gleiches Profil und gleiche Geschwindigkeit vorhanden ist.

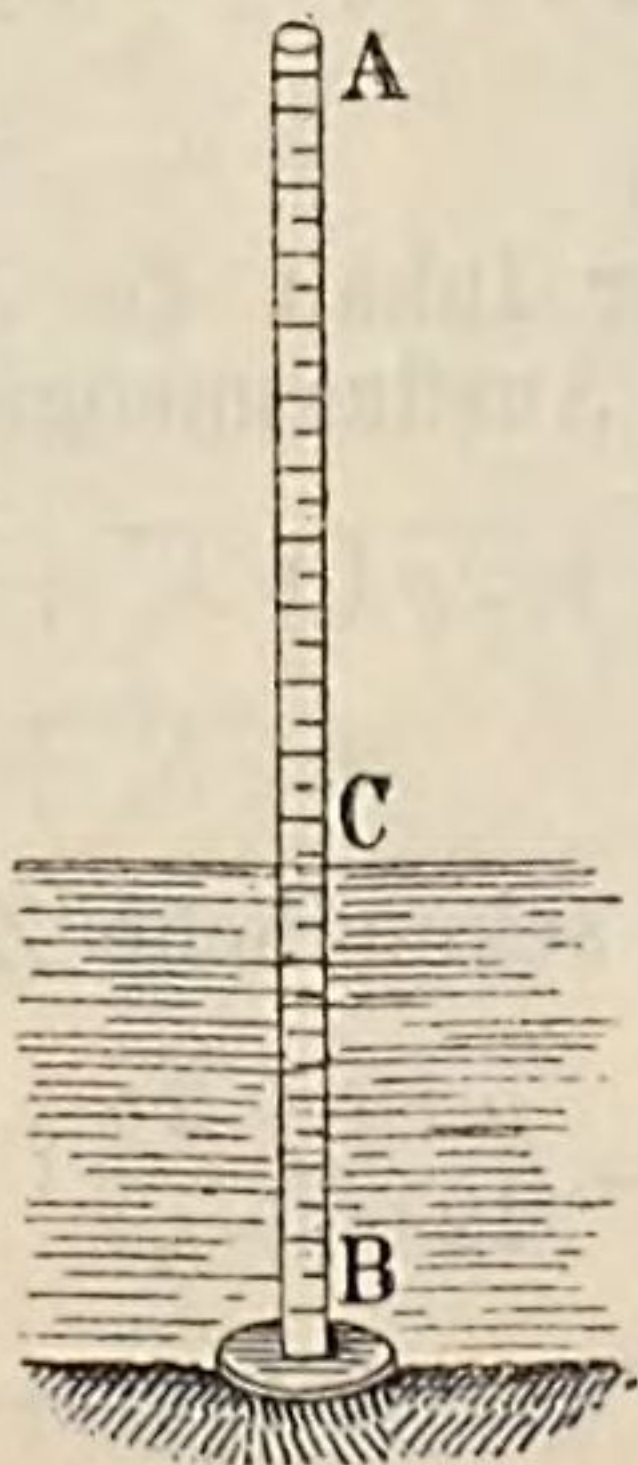
Frage 114. Wie lässt sich dieses Querprofil bei kleineren Flüssen messen?

Antwort. Bei einem kleineren Flusse wird dieses Querprofil gemessen, indem man senkrecht auf dessen Richtung am Ufer beiderseits einige Stangen AB im Allignement (siehe Erkl. 143) einsetzt und die Entfernungen vom Ufer mit einer Stange, Kette oder geteerten Schnur, die Tiefen aber mit einer Sondierstange AB (siehe Fig. 54) misst, an deren unterem Ende B ein rundes Brett von einigen Zollen und bei tieferen Flüssen von einem Fuss (= 31,4 cm) im Durchmesser befestigt ist. Dies letztere ist vorzüglich bei jenen Flüssen notwendig, deren Grundbett sandig oder überhaupt weich ist. (Bei grösseren Flüssen kann man sich auch einer Sondierkette bedienen, an deren Ende eine eiserne Platte hängt, die sich beim Einsenken auf das Grundbett aufsetzt.)

Figur 53.

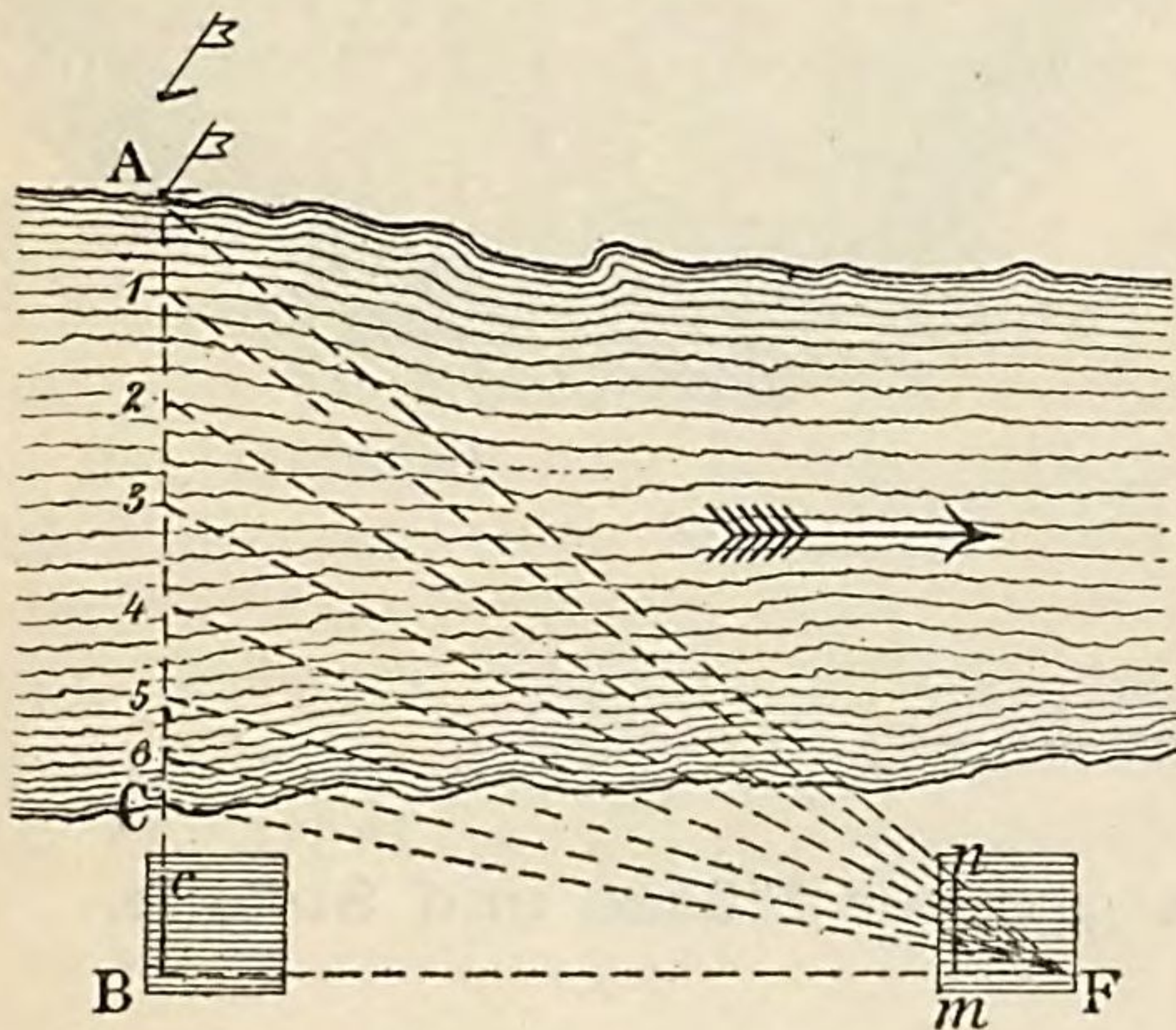


Figur 54.



Frage 115. Wie ermittelt man das Querprofil bei breiten Flüssen?

Figur 55.



Erkl. 144. Bei diesen Profilmessungen ist noch zu bemerken, dass man die Tiefen so nahe beisammen nehmen muss, dass zwischen denselben keine bedeutenden Unebenheiten stattfinden, und man daher eine gerade Linie von dem Endpunkte einer aufgetragenen Tiefe bis zu dem Endpunkte der andern wirklich ziehen kann. Es ist übrigens in jedem solchen Falle gut, mehrere Profile eines Flusses zwischen parallelen Ufern zu messen und hieraus das Mittel zu nehmen, weil man erst auf diese Art das wahre Stromprofil mit Genauigkeit berechnen kann.

Erkl. 145. Besteht die Breite eines Querprofils aus den Teilen $n_1, n_2, n_3 \dots$ und sind die mittleren Tiefen innerhalb dieser Teile $t_1, t_2, t_3 \dots$, sowie die mittleren Geschwindigkeiten (welche nach einer der im folgenden Abschnitt angegebenen Methoden zu ermitteln sind) $c_1, c_2, c_3 \dots$, so ist der Inhalt des Querprofils:

$$F = n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \dots$$

die Wassermenge:

$$Q = n_1 t_1 c_1 + n_2 t_2 c_2 + n_3 t_3 c_3 + \dots$$

und endlich die mittlere Geschwindigkeit:

$$C = \frac{Q}{F} = \frac{n_1 t_1 c_1 + n_2 t_2 c_2 + n_3 t_3 c_3 + \dots}{n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \dots}$$

Errichtet man im Stromprofile eine Reihe gleichweit absteigender Ordinaten $t_0, t_1, t_2, t_3 \dots$, indem man die Strombreite b durch eine gerade Zahl in n gleiche Teile teilt, dann ist nach der Simpsonschen Formel die Querschnittsfläche:

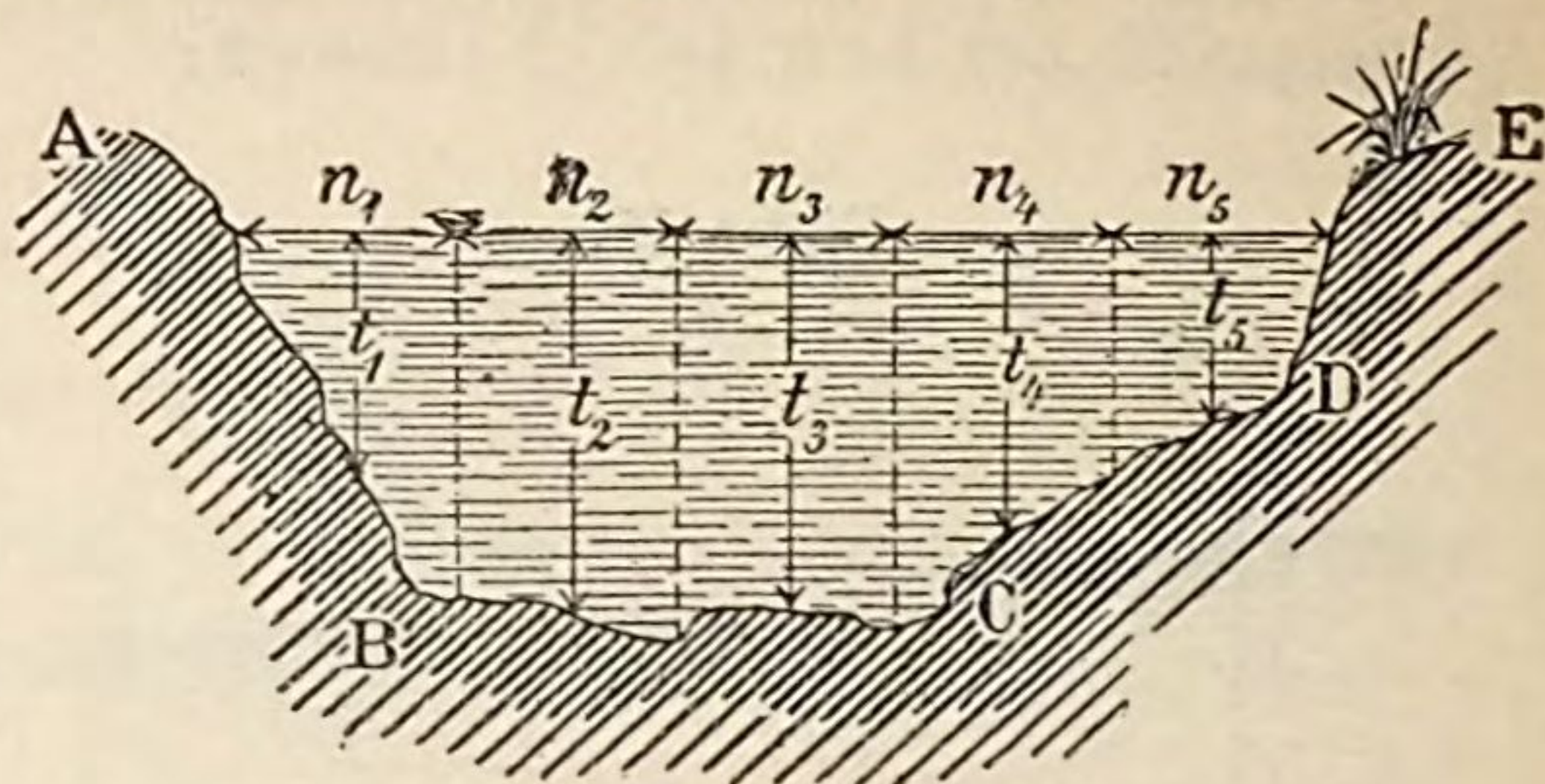
$$F = \frac{b}{3n} (t_0 + 4t_1 + 2t_2 + 4t_3 + 2t_4 + \dots + 2t_{n-4} + 4t_{n-3} + 2t_{n-2} + 4t_{n-1} + t_n)$$

Erkl. 146. Man kann einen Wasserlauf schon zu den Flüssen rechnen, wenn er in Klimpert, Hydrodynamik. II.

Antwort. Bei breiten Flüssen steckt man ebenfalls an beiden Ufern einige Stangen im Allignement in einer senkrechten Richtung AC (siehe Figur 55) auf den Fluss ein, stellt sich in B mit dem Messtische auf, zieht die Linie Bc , misst und trägt die Standlinie BF auf, die wenigstens so gross als die Breite des Flusses sein muss. Wird nun der Messtisch nach F übertragen, so lässt sich nach gehöriger Einrichtung desselben sogleich die ganze Breite des Flusses AC bestimmen. Nun fährt ein Gehilfe mit einem Schiffe oberhalb der Linie AC auf jene Entfernung vom Ufer, wo man die Tiefe messen will, und überlässt dort das Schiff dem Strome. Er stellt sich mit der Sondierstange auf den Vorderteil des Schiffes, setzt diese Stange, sowie er in die Linie AC kommt, senkrecht in den Fluss ein und lässt entweder das Schiff inzwischen anhalten oder tritt von dem Vorderteile im Schiff zurück, und bleibt auf diese Art während einiger Sekunden in der Richtung der Linie AC mit der eingesetzten Stange stehen. Der am Messtisch stehende Ingenieur wird dadurch in den Stand gesetzt, die Sondierstange genau anzuvisieren. Die Visur wird auf dem Messtische numeriert und mit der gleichen Nummer die mit der Stange gemessene Tiefe bezeichnet. Ist dies geschehen, so fährt der Gehilfe mit dem Schiffe wieder stromaufwärts und misst auf gleiche Art in einer andern Abteilung die Tiefe, deren Ort auf dem Messtisch auf dieselbe Weise bestimmt wird. Man erhält so auf der Linie mn die Entfernungen BC, B_6, B_5 etc. in verjüngtem Masse. Um nun das Profil aufzutragen, werden entweder sogleich auf dem Messtische oder auf einem andern Blatte die Breiten (Abscissen) und die zugehörigen Tiefen (Ordinaten) aufgetragen und die Endpunkte der Tiefen miteinander verbunden. Weil die Tiefen im Verhältnis der Breite immer sehr unbedeutend sind, so pflegt man bei dem Auftragen eines solchen Profils immer zweierlei Massstäbe anzunehmen, und zwar die Tiefen 10- bis 20mal so gross als die Breiten des Profils zu verzeichnen. Der Flächeninhalt des auf solche Art aufgetragenen Flussprofils wird nach den Regeln der Planimetrie berechnet.

seinem gewöhnlichen Zustande eine Wassermenge von 10 bis 12 cbm in der Sekunde liefert. Wenn die sekundliche Wassermenge auf 30 bis 40 cbm sich beläuft, so ist der Fluss meistens schiffbar. Geht die Wassermenge über 100 cbm hinaus, so gehört der Wasserlauf schon zu den Strömen. Die Seine z. B. giebt unter den gewöhnlichen Umständen zu Paris eine Wassermenge von ungefähr 130 cbm, die Garonne zu Toulouse ungefähr 150 cbm und die Rhone zu Lyon mehr als 600 cbm in der Sekunde. Im übrigen ist es bekannt, dass die Wassermenge eines und desselben Flusses zu verschiedenen Zeiten sehr verschieden zu sein pflegt; die Wassermenge der Rhone z. B. sah man schon auf 200 cbm herabsinken, während sie am 12. Februar 1815 auf 5770 cbm stieg.

Figur 56.



η) Ermittlung der Wassermenge grosser Flüsse und Ströme.

Frage 116. Was ist im allgemeinen für den Fall zu bemerken, dass man die Wassermenge grosser Flüsse und Ströme zu ermitteln sucht?

Erkl. 147. Einen sehr originellen Vorgang hat unter dem Namen „thermometrische Aichung“ Ritter angegeben, um die Wassermenge der verschiedenen Zuflüsse eines und desselben Wasserlaufes derart miteinander in Verbindung zu bringen, dass nach Feststellung ihrer beziehungsweisen Verhältnisse nur mehr die unmittelbare Messung eines dieser Zuflüsse nötig wird, als welchen man den hierfür auswählt, welcher die günstigsten Bedingungen dazu aufweist.

Man kann so namentlich verschiedene Bergströme zusammenmessen, auf welche sich die früheren Methoden nicht anwenden lassen, während diese neue hierfür sehr bequem wird. In der That erfolgt die Mischung der Wässer von verschiedener Herkunft hier viel inniger durch ihre regere Bewegung, als es in der Ebene geschieht, wo man oft regelmässig und lange fort die Zuflüsse Seite an Seite im gemeinsamen Bette fortfließen sieht, ohne dass sie sich vollständig mischen.

Die Methode besteht darin, dass man die Temperaturen t , t' der Zuflüsse mit den beziehungsweisen Wassermengen Q , Q' und ebenso die Temperatur T misst, welche die durch ihre Vereinigung entstandene Mischung zeigt. Dann hat man die Beziehung:

$$(Q + Q') T = Qt' + Q't$$

woraus man das Verhältniss gewinnt:

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{t - T}{T - t}$$

(Haton de la Goupillière.)

Antwort. Man muss vor allem solche Flussstrecken wählen, wo das Bett durch Inseln in mehrere Arme geteilt ist, um auf diese Weise eine Teilung der Arbeit in mehrere einfachere Verfahrungsarten zu zerlegen. In jedem Arme wird man dann Abschnitte aufsuchen, welche (wenn sie auch nicht unter sich genau dieselben Verhältnisse zeigen) eine Reihe angrenzender Strecken enthalten, in denen eine gewisse Gleichförmigkeit herrscht. Diese Strecken werden dann jede einzeln für sich untersucht und gemessen unter Anwendung des Verfahrens im vorigen Falle, worauf man die erhaltenen Wassermengen addiert.

c) Die tachometrischen oder Geschwindigkeitsmessungen.

α) Messapparate, welche der Strömung des Wassers frei überlassen werden.

αα) Schwimmer zur Bestimmung der Oberflächengeschwindigkeit.

Frage 117. Zur Messung der Geschwindigkeit des Wassers bedient man sich verschiedener Apparate, je nachdem man die Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche oder in einer bestimmten Tiefe, an einer bestimmten Stelle, oder auf eine längere Strecke ermitteln will. Welches ist nun die einfachste Methode, die Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche zu bestimmen?

Antwort. Die einfachste Methode, die Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche zu bestimmen, besteht in dem Gebrauche schwimmender Körper, welche nur wenig leichter sind als Wasser und welche zugleich nicht zu gross und nicht zu klein sind, da dieselben im ersteren Falle die Geschwindigkeit des Wassers erst nach einer längeren Bewegungsdauer annehmen, dagegen im zweiten Falle durch Luftwiderstand und andere Umstände in ihrer Bewegung leicht gestört werden.

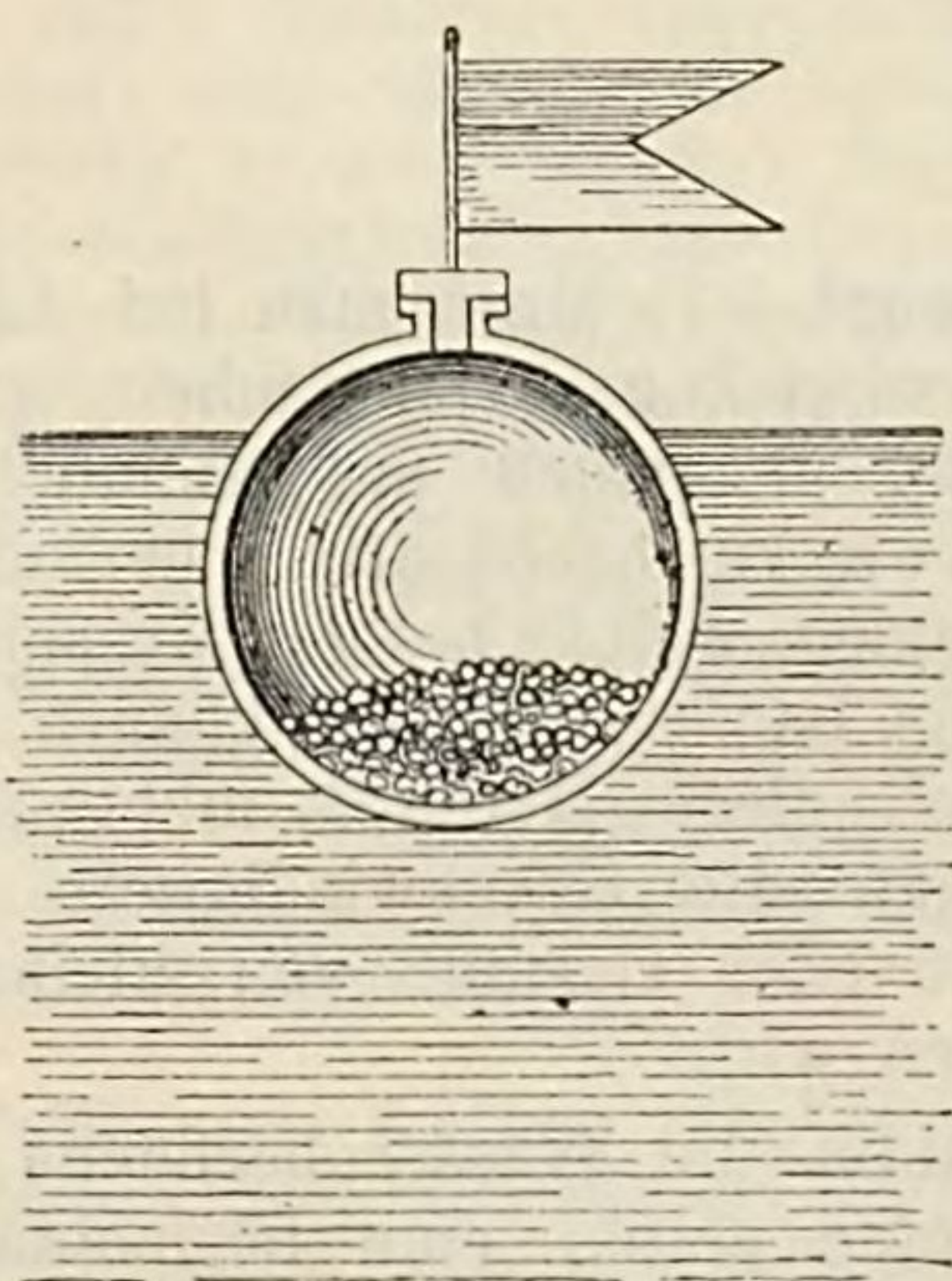
Frage 118. Von den mannigfachen schwimmenden Körpern, welche die genannten Eigenschaften besitzen, wendet man welche am häufigsten an?

Antwort. Man wendet am häufigsten hohle Schwimmer, und zwar sog. Schwimmkugeln an, weil man diese nach Belieben mit Wasser oder anderen Körpern wie Sand und Schrot anfüllen kann.

Frage 119. Wie ist eine solche Schwimmkugel in der Regel eingerichtet?

Antwort. Die Schwimmkugeln werden gewöhnlich von 10 bis 30 cm Durchmesser aus Messingblech gefertigt und mit Oelfarbe rot oder weiss angestrichen, damit man sie leicht mit den Augen verfolgen kann. Mittels einer in der Kugel angebrachten Oeffnung werden so lange Schrotkörner oder Wasser hineingegeben, bis sie bei der Einsenkung in den Fluss nur wenig über den Wasserspiegel desselben hervorragt. Die Oeffnung wird hierauf mit einer Schraube oder mit einem Korkstöpsel geschlossen und darauf nötigenfalls ein Zeichen befestigt, um sie auf grössere Entfernung hin sichtbar zu machen.

Figur 57.



Erkl. 148. In der Regel ist die Geschwindigkeit bei verhältnismässig grossen schwim-

menden Körpern etwas grösser als die des Wassers. So z. B. bewegen sich ohne weitere Triebkraft stromabwärts fahrende Schiffe immer etwas schneller als das Wasser, was man an der Wirksamkeit der Steuerruder bemerken kann. Dies hat seinen Grund hauptsächlich darin, dass die schwimmenden Körper nur wenig an der unregelmässigen inneren Bewegung des Wassers teilnehmen.

Frage 120. Wie verfährt man nun, um die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers durch diese Kugel zu bestimmen?

Erkl. 149. Damit die Zeit t genau dem am Ufer abgemessenen Wege entsprechend gefunden werde, ist es notwendig, mit Hilfe eines Winkelkreuzes oder Winkelspiegels am jenseitigen Ufer zwei Signalstangen C und D (Fig. 58) so einzustecken, dass sie Lote auf AB bezeichnen. Stellt man sich hinter A , so kann man den Zeitpunkt beobachten, wenn der oberhalb eingesetzte Schwimmer K in das Aligement AC kommt, und begiebt man sich hinter B , so kann man ermitteln, wann der Schwimmer durch BD geht. Zu dieser Beobachtung sind übrigens, wenn das Wasser mit grosser Geschwindigkeit fliesst, zwei Personen nötig, deren Uhren genau mit einander übereinstimmen, oder wovon die eine mit einer guten Uhr versehen ist und von der andern das Zeichen erhält, wenn die Kugel durch das zweite Profil geht.

Figur 58.



Frage 121. So einfach die eben beschriebene Methode zur Messung der Oberflächengeschwindigkeit eines Flusses ist, so leidet dieselbe doch an welchen Mängeln?

Erkl. 150. Nahe an den Ufern ist es geradezu unmöglich, die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers mit Hilfe schwimmender Körper zu bestimmen, weil sie sich entweder nach der Mitte des Stromes bewegen oder ans Ufer gehen.

Erkl. 151. Im Jahre 1721 stellte der italienische Arzt Dr. Nadi mit Hilfe der sogen. hydrometrischen Flasche Geschwindigkeitsmessungen im Po und anderen Flüssen Italiens an. Diese Vorrichtung bestand in einem prismatischen Blechkasten mit einer verschliessbaren

Antwort. Man steckt zunächst durch Stangen zwei Stromquerschnitte ab, die durch einen solchen Teil des Bettes von einander getrennt sind, der möglichst prismatische Form besitzt, so dass die fliessende Bewegung in ihm als gleichförmig angenommen werden kann, und misst die Länge des Ufers von einem Querschnitt zum andern mittels der Messkette. Hierauf wird die Kugel eine Strecke über dem ersten Profile in das Wasser geworfen, damit sie, wenn sie in das abgesteckte Profil gelangt, bereits die Geschwindigkeit des Wassers im Flusse angenommen hat. Man beobachtet nun an einer Sekundenuhr die Zeit, zu welcher die Kugel durch die Visierebenen der beiden abgesteckten Querschnitte geht und teilt mit der so erhaltenen Sekundenzahl in den Abstand dieser Ebenen; der Quotient giebt dann den gesuchten Wert für die Geschwindigkeit, oder:

$$c = \frac{s}{t}$$

Antwort. 1) Muss man bei Anwendung der Schwimmkugel Gelegenheit haben, die Bewegung derselben auf ziemlich lange Strecken zu beobachten, um die Fehler zu vermeiden, welche bei der Messung kleiner Zeiträume leicht entstehen können. Deshalb lässt sich diese Methode nicht anwenden, wenn man die Geschwindigkeit in einem Flussbett oder Gerinne von kleiner Länge bestimmen will.

2) Bildet die Wasseroberfläche in einem Stromprofile selten eine horizontale Linie, weshalb die schwimmende Kugel selten in einer zu den Ufern parallelen Richtung fortfließt, sondern durch den Strom nach einer

Seitenöffnung und einer bis über die Oberfläche hinausreichenden Röhre. Brachte man dieses Gefäß unter Wasser und öffnete dann das Loch in der Seitenwand, so strömte durch dasselbe Wasser ein, während durch die nach oben hin mündende Röhre die atmosphärische Luft entweichen konnte. Aus der Wassermenge, welche in einer gewissen Zeit durch die Seitenwandöffnung in das unter Wasser befindliche Gefäß floss, schloss man auf die Geschwindigkeit des Wassers in der Tiefe des betreffenden Flusses. Die hierbei gemachten Voraussetzungen erwiesen sich bald nachher als unstatthaft.

Ein anderes Mittel zum Messen der Geschwindigkeit des Wassers, der sog. Regulator, wurde von Guglielmini in Anwendung gebracht. Durch einen Einbau quer in den Fluss wurde eine rechteckige Durchlassöffnung geschaffen, hinter der sich konstantes Druckwasser über ihrer oberen Kante bilden konnte. Mittels der für diese Oeffnungen gegebenen Formeln liess sich dann die mittlere Geschwindigkeit berechnen.

Linie fortgetrieben wird, welche sich dem Ufer entweder nähert oder davon entfernt, je nachdem die krummlinigen Stromfäden die stärkste Strömung erzeugen. Man kann daher eine schwimmende Kugel wohl zur Ermittlung der Geschwindigkeit im Stromstriche, nicht aber zur Ermittlung der Geschwindigkeit des Wassers auf verschiedene Entfernungen vom Ufer benutzen (siehe Erkl. 150).

3) Muss man sehr stilles Wetter abwarten, wo kein Wind die Oberfläche des Wassers bewegt, wenn die Messung mit schwimmenden Körpern die erforderliche Genauigkeit gewähren soll. Wenn der Wind der schwimmenden Kugel entgegenkommt, so wird sie in ihrer Bewegung aufgehalten, im Gegenteil aber beschleunigt, wenn der Wind der Richtung des Flusses folgt.

ββ) Schwimmer zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit.

Frage 122. Mit Hilfe der beschriebenen einfachen Schwimmkugel lässt sich nur die Geschwindigkeit an der Oberfläche des Wassers ermitteln. Welche Arten von Schwimmern sind nun im Gebrauch, um die mittlere Geschwindigkeit fließender Gewässer zu bestimmen?

Antwort. Um die mittlere Geschwindigkeit an einem bestimmten Orte einer Flussstrecke zu erfahren, benutzt man entweder:

- 1) den Stab des Cabeo oder
- 2) die Doppelschwimmkugel oder
- 3) die Logge der Seeschiffer.

Frage 123. Wie ist der Stab des Cabeo eingerichtet?

Erkl. 152. Besonders bequem ist dieser Schwimmstab zum Messen in Kanälen und Gräben, wenn er aus kurzen Stückchen zusammengeschraubt werden kann. Der Schwimmstab, welchen J. Weisbach anwandte, bestand aus 15 ausgehöhlten Teilen, jeder von 10 cm Länge; das unterste Stück wurde stets so stark mit Schrot angefüllt, dass das obere Ende beim Schwimmen nur wenig aus dem Wasser hervorragte. Die Anzahl der zusammen zu schraubenden Stücke hängt von der Tiefe des Kanals ab.

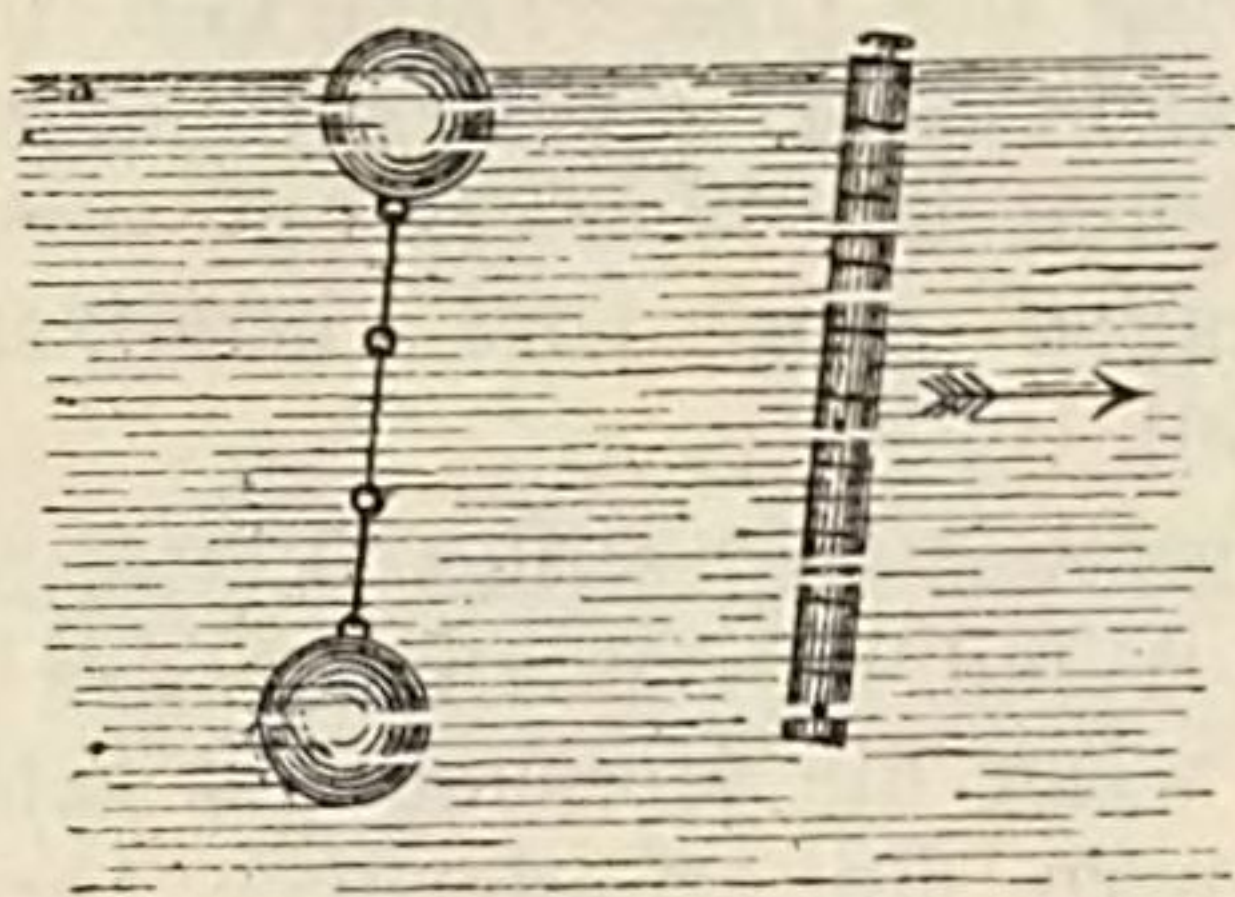
Wiebeking empfiehlt diesen Stab für jede beliebige Tiefe des Stromstriches unter allen Schwimmern am meisten.

Erkl. 153. Der Stab ist benannt nach dem Jesuiten Cabeo (geb. 1585 zu Ferrara, gest. 1650 zu Genua), welcher denselben zuerst im Jahre 1646 benutzte. Um die Verbesserung dieses einfachen Apparates bemühte sich der Italiener und Zeitgenosse von Cabeo, Barattieri.

Antwort. Der Stab des Cabeo oder der hydrometrische Stab ist in seiner einfachsten Form ein hölzerner, unten mit Eisen beschlagener Stab oder auch eine Blechröhre von 3 bis 4 cm Durchmesser, die an ihrem unteren Ende durch hineingeworfenen Sand oder Schrotkörner beschwert wird, damit sie bei der Einsenkung in ein ruhiges Wasser die senkrechte Richtung annimmt und in jener Tiefe stehen bleibt, bis zu welcher man die Geschwindigkeit in dem Flusse messen will. Hat der Stab auf seine ganze Länge gleichen Querschnitt und verhütet man das Aufstossen desselben auf dem Boden des Flussbettes, sowie die Einwirkung des Windes auf das aus dem Wasser hervorragende Ende, so ist offenbar, dass sich derselbe mit der mittleren Geschwindigkeit des Wassers fortbewegen wird.

Frage 124. Welche Einrichtung zeigt die Doppelschwimmkugel?

Figur 59.



Erkl. 154. An dem Schwimmstabe, sowie an der Doppelkugel kann man wahrnehmen, dass bei ungehinderter Bewegung des Wassers in Flussbetten die Geschwindigkeit am Wasserspiegel grösser ist als am Boden, indem der Kopf des Stabes dem Fusse und die obere Kugel der unteren etwas vorausschwimmt. Stellt man aber mit diesen Apparaten zwischen Brückenpfeilern oder anderen Flussverengungen Versuche an, so treibt der untere Teil derselben vorwärts und zieht den oberen nach sich; demnach muss an solchen Stellen die Geschwindigkeit des Wassers am Boden grösser als an der Oberfläche sein. Dieselben Beobachtungen hat schon Mariotte in Frankreich gemacht, welcher mehrere ungleich schwere Kugeln von Wachs mittels eines Fadens nach Art einer Kette mit einander verband.

Frage 125. Wie ermittelt man durch diese Doppelkugel die mittlere Geschwindigkeit als auch die Geschwindigkeit in verschiedenen Tiefen?

Erkl. 155. Die Ermittlungen der Geschwindigkeiten mittels Stabes und Doppelkugel ist (nach Gerstner) mit mehreren Unbequemlichkeiten verbunden. Da die Stäbe so viel als möglich nahe am Boden gehen müssen, um wirklich die mittlere Geschwindigkeit des Wassers auf der ganzen Tiefe anzuzeigen, so bleiben dieselben leicht an Steinen, Wurzeln und anderen im Flusse liegenden Gegenständen hängen, was ebenfalls bei der Verbindung mehrerer Kugeln geschieht. Ueberdies bewegen sich die Stäbe mit dem übrigen Wasser gewöhnlich gegen die Mitte oder den Stromstrich des Flusses und man kann daher seitwärts nur auf kurze Entfernungen die Geschwindigkeit messen.

Antwort. Um mittels metallener Hohlkugeln die Stromgeschwindigkeit in verschiedenen Tiefen bestimmen zu können, bedarf man zweier solcher Schwimmkugeln, wie sie bereits in Antwort auf Frage 119 beschrieben wurden. Es wird nun die eine Kugel, welche unter Wasser schwimmen soll, ganz mit Wasser gefüllt, während die andere, welche im Wasserspiegel zu schwimmen bestimmt ist, nur soweit mit Wasser angefüllt wird, dass sie, nach gehörigem Verschluss, beim Schwimmen etwas aus dem Wasser hervorragt (siehe Fig. 59). Beide Kugeln werden durch einen Faden oder einen Draht oder durch eine dünne Drahtkette mit einander verbunden.

Antwort. Zuerst bestimmt man durch die einfache Kugel die Oberflächengeschwindigkeit c_0 und dann ermittelt man durch die Kugelverbindung, bei welcher die zweite Kugel nahe über dem Boden schwimmt, die mittlere Geschwindigkeit c beider; bezeichnet man nun die Geschwindigkeit der zweiten tiefer schwimmenden Kugel mit c_1 , so ist:

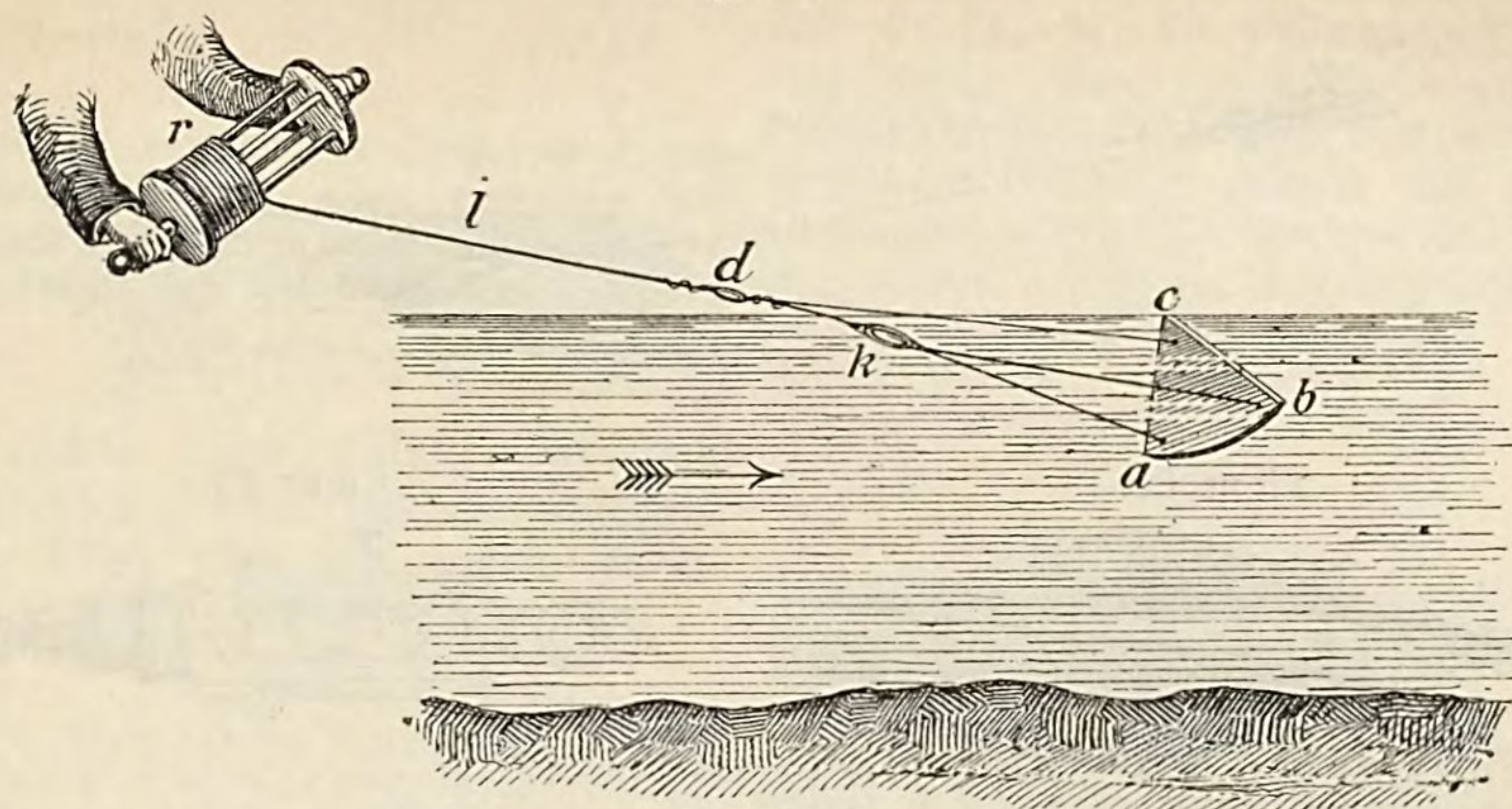
$$c = \frac{c_0 + c_1}{2}$$

oder umgekehrt:

$$c_1 = 2c - c_0$$

Wenn man beide Kugeln durch immer längere Drähte mit einander verbindet, so findet man die Geschwindigkeiten in immer grösseren Tiefen. Das arithmetische Mittel aus allen beobachteten Geschwindigkeiten giebt die mittlere Geschwindigkeit c eines Lotes noch genauer an.

Figur 60.

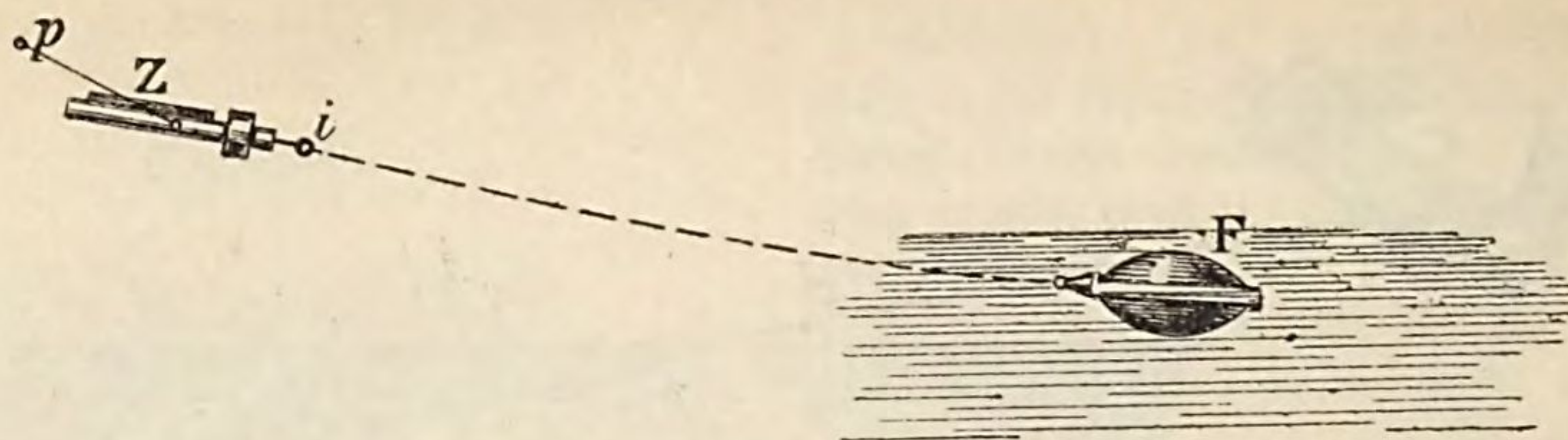


Frage 126. Wie ist endlich die Logge der Seeschiffer eingerichtet, welche man für den besonderen Fall benutzt, dass man von entsprechenden Stellen, z. B. Brücken, besonders bei Hochwasser Geschwindigkeitsmessungen zu machen beabsichtigt und in welcher Weise findet dieselbe Anwendung?

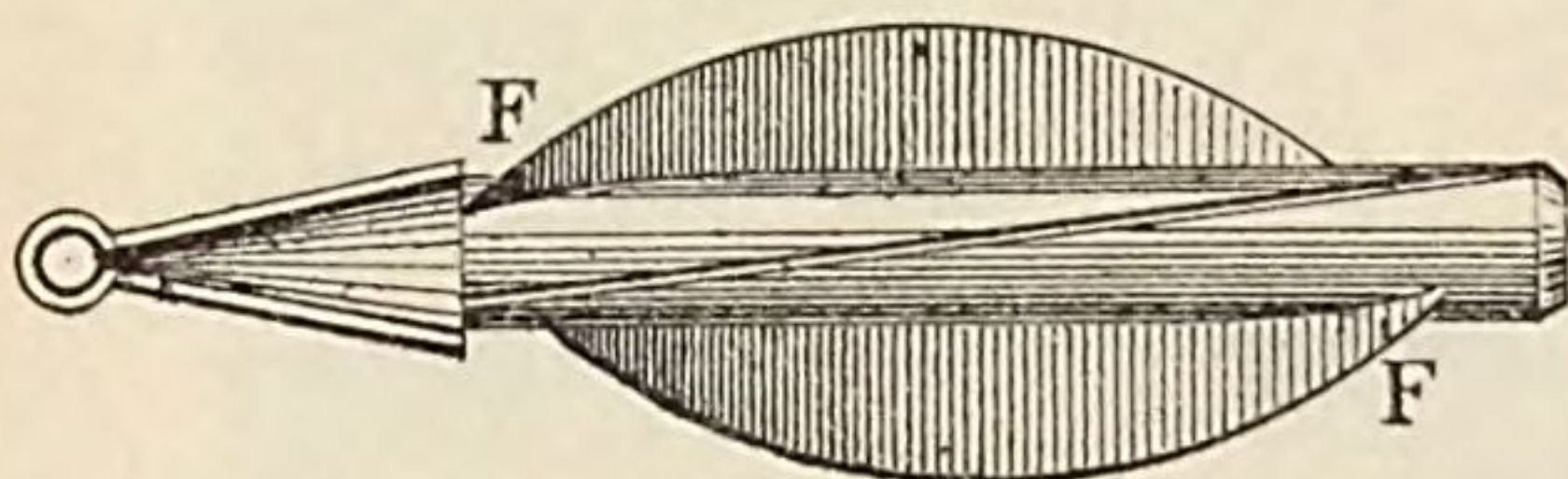
Erkl. 156. Die in nebenstehender Antwort beschriebene Messung hat keinen Anspruch auf Genauigkeit; durch das Nachschleppen der Leine und durch Strömungen entstehen Fehler, welche die Herstellung zahlreicher anderer Werkzeuge veranlasst haben, die unter dem Namen Patentloggs bekannt sind. Die am meisten benützte Patentlogge Masseys besteht aus einem Messinggehäuse mit Zählwerk, das in Schraubenflügeln endet und am oberen Ende die Loggleine führt. Nachdem es über Bord (oder über ein Brückengeländer) geworfen, beginnen die Flügel nach Massgabe der Fahrgeschwindigkeit des Schiffes (oder der zu messenden Geschwindigkeit eines fließenden Wassers) und damit zugleich die Räder des Zählwerkes zu rotieren, auf dessen Zifferblatt die Fahrgeschwindigkeit abzulesen ist. „The Pendant Log“ von Reynolds beruht auf dem Grundsatz des vorigen, es ist jedoch der Zählapparat Z (Fig. 61) von der Wasserschraube F derart getrennt, dass ersterer, wie aus Fig. 63 ersichtlich ist, auf dem Hinterteile des Schiffes (oder auf einer Brücke etc.) befestigt ist, wodurch sein Zählwerk vor Verschmutzung bewahrt wird. Zugleich hat diese Einrichtung den Vorzug, dass die durchlaufene Distanz zu beliebiger Zeit abzulesen ist, während bei Massey die Loggleine zu diesem Zwecke eingeholt werden muss. Die Wasserschraube F (Fig. 62) schwimmt im Wasser und steht mit dem Zählapparat durch die $\frac{1}{2}$ Zoll (engl.) dicke Loggleine e derart in Verbindung, dass letztere

Antwort. Die Logge besteht aus dem Loggescheit, der Loggeleine, der Loggerolle und dem Loggeglas. Das Loggescheit ist ein dünnes 1 cm dickes hölzernes Brettchen abc, in der Gestalt eines rechtwinkligen Kreisausschnittes, dessen Halbmesser 10 bis 15 cm beträgt. Rund um die äussere Bogenkante ab läuft ein schmaler Bleistreifen, der gerade soviel Gewicht hat, dass das Loggescheit im Wasser aufrecht steht und bis zur geradlinigen Ecke c eintaucht. An den drei Ecken ist das Scheit durchbohrt. In dem oberen Loch an der geradlinigen Ecke c ist die Loggeleine l selbst befestigt, und an diese in einem Abstände von 15 bis 20 cm ein kleiner Hohlkegel k festgenäht. Durch die Löcher an den beiden anderen Ecken a und b gehen zwei Schnüre ak und bk von ebenfalls 15 bis 20 cm Länge, die an einen Zapfen genäht sind, der vor dem Loggen in den Hohlkegel k nicht allzu fest eingesteckt wird. Die so mit ihrem einen Ende am Loggescheit befestigte Loggeleine ist mit ihrem anderen auf der leicht beweglichen Loggerolle r aufgewunden, von der sie, wenn das Scheit in das Wasser geworfen wird, abläuft. Zunächst lässt man sie so weit ablaufen, dass man annehmen darf, die Bewegung des Scheites entspreche der zu messenden Geschwindigkeit. Der Teil der Leine, der auslaufen muss, ehe die eigentliche Messung beginnt, heisst der Vorläufer. Sein Ende ist durch ein Merk, einen Leder- oder Tuchstreifen, bezeichnet. Von hier ab be-

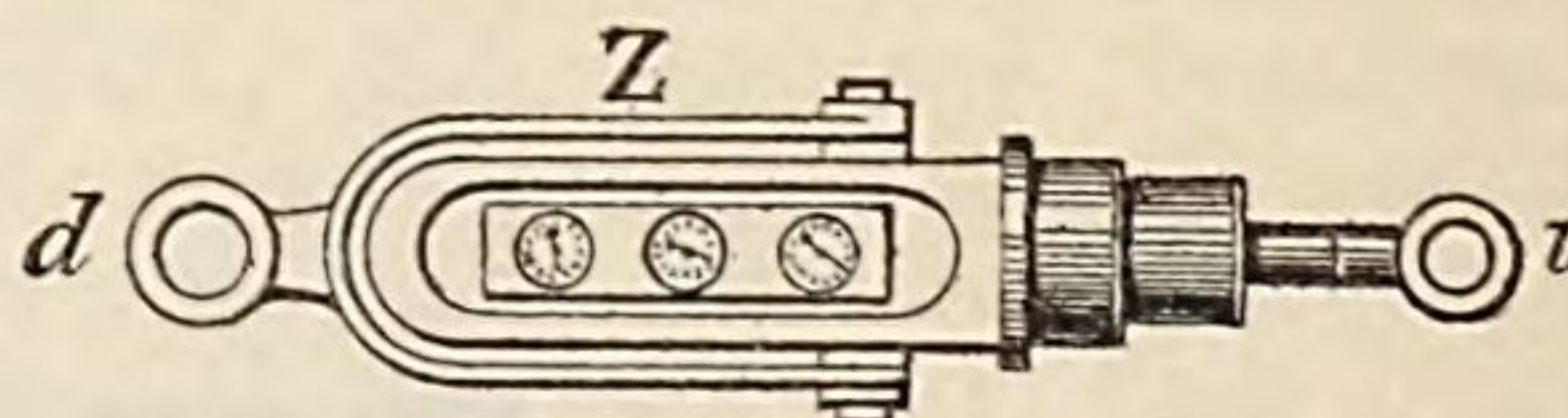
Figur 61.



Figur 62.



Figur 63.



zu gleicher Zeit die Transmissionswelle bildet, welche die Umdrehungen der Schraube F auf den Zählapparat Z überträgt. Der Schraubenkörper ist dabei ein Holzcylinder von 5 cm Dicke und 40 cm Länge, während die äusserste Kante eines jeden der drei Schraubenflügel 7 cm von der Drehachse entfernt ist.

ginnt die Teilung in Knoten, deren Länge dem gebrauchten Loggeglase entsprechen muss. Das Loggeglas ist eine kleine Sanduhr, die in einer bestimmten Anzahl Sekunden, etwa in einer halben oder in einer Viertelminute abläuft. Das Loggen wird von drei Mann besorgt. A hält die Rolle, B das Loggeglas, C wirft das Loggescheit aus, fördert mit der einen Hand das Abwickeln der Leine von der Rolle, lässt aber die Leine selbst lose durch die andere Hand laufen. Sobald ihm das Merk des Vorläufers durch die Hand läuft, ruft er „Kehr“, worauf B das Loggeglas umkehrt. Ist dieses ausgelaufen, so ruft B „Fest“ und in demselben Augenblicke hält C die Leine fest und sieht nach, wieviel Knoten ausgelaufen sind. Durch das plötzliche Festhalten der Leine wird am Loggescheit der Zapfen aus dem Hohlkegel k gelöst, und sollte das nicht der Fall sein, so genügt ein Ruck an der Leine, damit es geschieht. Dann wirft sich das Loggescheit flach und kann ohne Schwierigkeit eingeholt werden.

β) Messapparate, welche auf der statischen Wirkung des fliessenden Wassers beruhen.

αα) Allgemeines.

Frage 127. Die im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Geschwindigkeitsmessungsmethoden beruhen auf der Annahme, dass geeignete feste Körper, der Strömung des Wassers frei überlassen, genau die Geschwindigkeit desselben annehmen; es gibt aber noch andere Mittel zur Bestimmung der Geschwindigkeit fliessenden Wassers, bei

Antwort. Es gibt ausser den vorerwähnten Schwimmern noch andere Instrumente, deren man sich bedient, um die Geschwindigkeit in einem gegebenen Punkte

denen welches andere Prinzip zur Anwendung kommt?

Erkl. 157. Der erwähnte Effekt wird zur Stromgeschwindigkeit in einer gewissen Beziehung stehen, welche, wenn sie bekannt ist, zur Bestimmung der Geschwindigkeit dienen kann.

Frage 128. Der Effekt, welchen die abgelenkten Fäden hervorzubringen vermögen, kann aber auf welche zweifache Art gemessen werden?

Erkl. 158. Die statische Wirkung des Stosses erhält entweder eine Wassersäule im Gleichgewicht, wie es der Fall ist bei der Pitotschen Röhre, dem Sympiezometer und bei Boileaus Wassermessapparat, oder es wird ein Pendel aus seiner Gleichgewichtslage abgelenkt, wie bei dem Stromquadranten oder hydrometrischen Pendel, oder es wird ein Druck auf eine dem strömenden Wasser entgegenstehende Fläche ausgeübt, wie bei Polettis Rheometer, der hydraulischen Schnellwage, dem Wasserhebel des Lorgna, der Wasserfahne des Ximenes und dem Tachometer von Brünings.

Der Stoss des Wassers dient zur Bewegung bei Woltmanns und Amslers hydrometrischem Flügel, sowie bei verschiedenen konstruierten Flügelrädern.

Frage 129. Warum sind diejenigen Hydrometer, an welchen die dynamische Wirkung des Stosses der Flüssigkeit zur Anwendung gebracht wird, in Hinsicht auf Genauigkeit der Messung stets der anderen Art, bei denen ein gewisses Körpersystem durch den Stoss der Flüssigkeit im Gleichgewicht erhalten werden soll, vorzuziehen?

Erkl. 159. Bei den Hydrometern der ersteren Art wird irgend eine ebene oder gekrümmte Oberfläche dem Strome ausgesetzt, und indem man diese durch den Stoss des Wassers gedrückte Fläche durch ein System von Hebeln, Fäden, Gewichten oder Federn in Ruhe erhält, misst man den Druck, welchen jene Fläche empfängt. Ist dieser Druck bekannt, so ist noch die Beziehung zu ermitteln, welche zwischen Druck und Geschwindigkeit besteht. Da diese Beziehung theils von der Form der gestossenen Fläche, theils von dem absoluten Werte der Stromgeschwindigkeit in einer Weise abhängt, die sich nur durch Versuche ermitteln lässt, so müssen alle jene Hydrometer, ehe sie praktisch benutzt werden können, erst in fließ-

einer Flüssigkeit zu bestimmen und welche sich sämtlich auf das Prinzip gründen, dass man die an jenem Punkte vorbeistreichenden Flüssigkeitsfäden auf eine bestimmte Weise von ihrer Richtung ablenkt und dann den mechanischen Effekt beobachtet, welcher durch eine solche Ablenkung hervorgebracht wird.

Antwort. Dieser durch die Stromgeschwindigkeit erzeugte Effekt kann gemessen werden entweder

1) durch die statische Wirkung derselben auf ein in Ruhe befindliches System von Körpern, indem sich hierbei direkt der von der Flüssigkeit ausgeübte Druck oder Widerstand kundgiebt, oder

2) durch die dynamische Wirkung der abgelenkten Flüssigkeitsfäden, indem man die Grösse der Bewegung beobachtet, welche dadurch einem gewissen Körpersysteme mitgeteilt wird.

Antwort. Da in Wirklichkeit in keinem fließenden Gewässer dessen Geschwindigkeit in irgend einem Punkte ununterbrochen dieselbe bleibt, so wird auch die statische Wirkung desselben eine veränderliche sein und eine fortwährend schwingende Bewegung um die Gleichgewichtslage stattfinden, so dass sich der wahre Wert des auf das Instrument ausgeübten Druckes nur schwer erkennen lässt.

Bei den Instrumenten, welche auf der dynamischen Wirkung des Wassers beruhen, wird die Geschwindigkeit des bewegten Körpers gleichzeitig mit der des Stromes zu- oder abnehmen. Da aber diese Geschwindigkeitsschwankungen längere Zeit hindurch beobachtet werden, so giebt das Endresultat nicht einen augenblicklichen Wert der Stromgeschwindigkeit, sondern den während der

senden Gewässern von bekannter Geschwindigkeit auf die erwähnte Beziehung zwischen Widerstand und Stromgeschwindigkeit geprüft werden.

ganzen Beobachtungszeit stattgenabten mittleren Wert in einem gewissen Punkte.

ββ) Hydrometer, bei denen durch die statische Wirkung des fliessenden Wassers eine Flüssigkeitssäule gehoben wird.

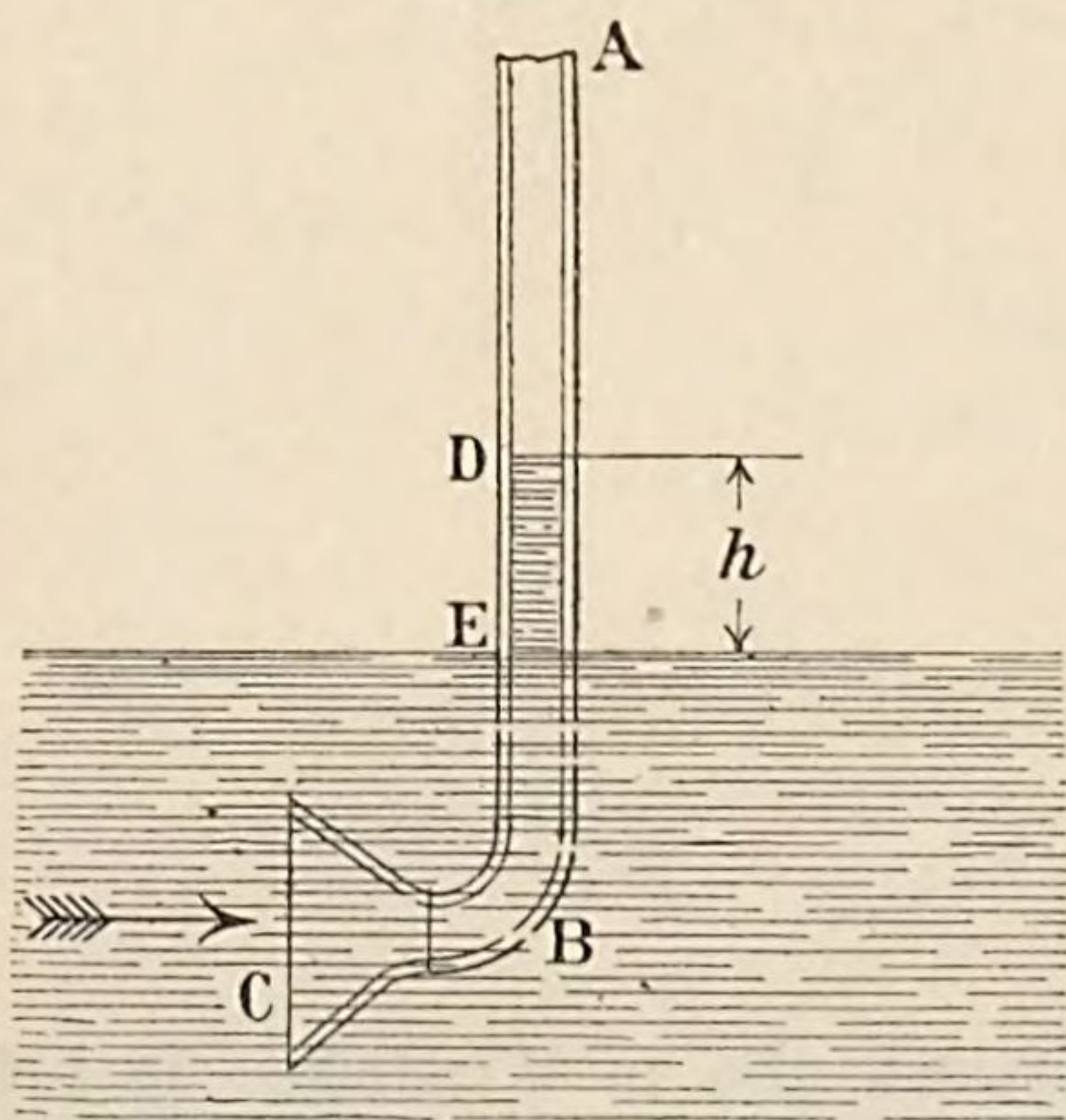
Frage 130. Welches sind diejenigen Hydrometer, bei denen durch die statische Wirkung des fliessenden Wassers eine gehobene Wassersäule im Gleichgewicht erhalten wird?

Antwort. Zu den Hydrometern dieser Art gehören:

- 1) die Pitotsche Röhre älterer und neuerer Form,
- 2) das Sympiezometer von Darcy und Baumgarten, sowie
- 3) Boileaus Wassermessapparat.

Frage 131. Wie ist die Pitotsche Röhre in ihrer einfachsten Gestalt eingerichtet?

Figur 64.



Erkl. 160. Um die Konstante ψ zu finden, hält man das Instrument an einer Stelle ins Wasser, wo die Geschwindigkeit v_1 bekannt ist; zeigt sich hier die Erhebung h_1 , so hat man für die Konstante:

$$\psi = \frac{v_1}{\sqrt{h_1}}$$

welche nun in anderen Fällen, wo die Geschwindigkeit mit diesem Instrument gesucht werden soll, anzuwenden ist. Hierbei ist zu bemerken, dass die Grösse h keineswegs bloss von der Gestalt der Oeffnung C , sondern auch wesentlich von der Form des ganzen Röhrenstücks, welches sich unmittelbar der Röhrenmündung anschliesst, abhängig ist, weshalb eben durch vorhergehende Versuche die Funktion zwischen h und v genügend festzustellen ist.

Antwort. In ihrer einfachsten Gestalt besteht die Pitotsche Röhre in einer gläsernen Knieröhre, welche so ins Wasser gehalten wird, dass der untere Teil derselben horizontal und dem Wasserstrom entgegensteht. In der Regel ist aber die gläserne Röhre unten mit einem senkrecht auf sie gestellten Blechtrichter (siehe Figur 64) verbunden. Man kann übrigens auch eine sich allmählich trichterförmig erweiternde Knieröhre aus Blech benutzen, sobald am oberen Ende ein Stück Glasrohr angebracht ist. In beiden Fällen wird die Röhre an einer Leiste befestigt, die sich an einem Pfahle auf- und abwärts schieben lässt. Man stellt nun den Pfahl an dem betreffenden Orte in das Wasser und schiebt den Trichter bis zu jener Tiefe hinab, wo man die Geschwindigkeit messen will. Wenn das Wasser nicht fliesst, so bleibt es in der Röhre auf gleicher Höhe E wie ausserhalb derselben. Wird jedoch der Trichter in einen Fluss und zwar gegen das fliessende Wasser gestellt, so wird durch den Stoss des letzteren in der Röhre eine Wassersäule DE gehoben und über dem Niveau des äusseren Wassers im Gleichgewicht erhalten, deren Höhe h um so grösser ist, je grösser die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers ist. Es kann daher umgekehrt diese Höhe h als Mass der Geschwindigkeit v des Wassers dienen, denn es ist der Stoss gegen die Mündung C offenbar gleich dem Gewichte einer Wassersäule, deren Höhe h mit derjenigen übereinstimmt, welche der Geschwindigkeit v zugehört und die man in der Theorie:

Erkl. 161. Anfangs erweiterte man das untere umgebogene Röhrende nach der Mündung zu, so dass die Oeffnung bedeutend grösser war, als der Querschnitt des aufsteigenden Schenkels. Später verengte man die Röhre gegen die Ausmündung, weil man fand, dass hierdurch die Schwankungen der Wassersäule DE vermindert wurden. Der letztere Zweck wurde schliesslich dadurch am besten erreicht, dass man den umgebogenen unteren Teil der Röhre sehr weit machte, denselben ringsum verschloss und in der vordersten Fläche nur eine sehr kleine Oeffnung anbrachte.

Um das Ablesen der Höhe h zu erleichtern, lässt man das Instrument aus zwei Röhren AB und CD (siehe Figur 65) bestehen und aus der einen ein Röhrrchen E in der Stromrichtung, aus der andern aber zwei Röhrrchen F und F_1 rechtwinklig gegen die Stromrichtung, durch beide Röhren aber einen einzigen Hahn H gehen, womit man die Wassersäulen in beiden Röhren absperren kann.

Zieht man das Instrument aus dem Wasser heraus, so kann man bequem an einer zwischen beiden Röhren befindlichen Skala die Differenz $KL = h$ der beiden Wassersäulen ablesen. Um die Schwankungen der letzteren zu vermeiden, hat man, wie schon bemerkt, den Röhren enge Einmündungen gegeben, und damit das Absperren der Röhren schnell und sicher geschieht, ist der Hahn mit einem Arme und einer (in der Figur punktierten) Zugstange HS versehen, welche oben nahe der Handhabe des Instruments endigt.

Erkl. 162. Wenn auch die Pitotsche Röhre nicht die Genauigkeit gewährt wie das hydrometrische Flügelrad, so ist sie doch wegen ihres einfachen Gebrauches ein sehr zu empfehlendes Instrument. Duchemin empfiehlt eine Pitotsche Röhre mit Schwimmer. Da dieselbe ziemlich weit sein muss, so giebt sie eine nicht unbedeutliche Stauung, weshalb sie in engen Kanälen nicht zu gebrauchen ist. Boileau beschreibt eine neue Pitotsche Röhre mit einem kleinen Aichgefässe, wodurch die Geschwindigkeit des fließenden Wassers mittels der Wassermenge, welche das letztere über den Wasserspiegel drückt, gemessen wird (siehe Antwort auf Frage 135).

Frage 132. Was tritt ein, wenn man die Pitotsche Röhre im entgegengesetzten Sinne in die Strömung hält, so dass die Mündung nicht wie oben dem Strome entgegen, sondern in die Richtung des Stromes zu stehen kommt?

Erkl. 163. Unter den vielfachen Verbesserungen, die man für die Pitotsche Röhre in Vorschlag gebracht hat, ist die von Darcy mit dem meisten Beifall begrüsst worden.

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

in Wirklichkeit aber:

$$h = \frac{v^2}{2g\mu^2}$$

findet, wenn μ eine Erfahrungszahl (siehe Erkl. 159) bezeichnet.

Umgekehrt ist:

$$1a) \dots v = \mu \sqrt{2gh}$$

oder einfacher:

$$1b) \dots v = \psi \sqrt{h}$$

wofür du Buat:

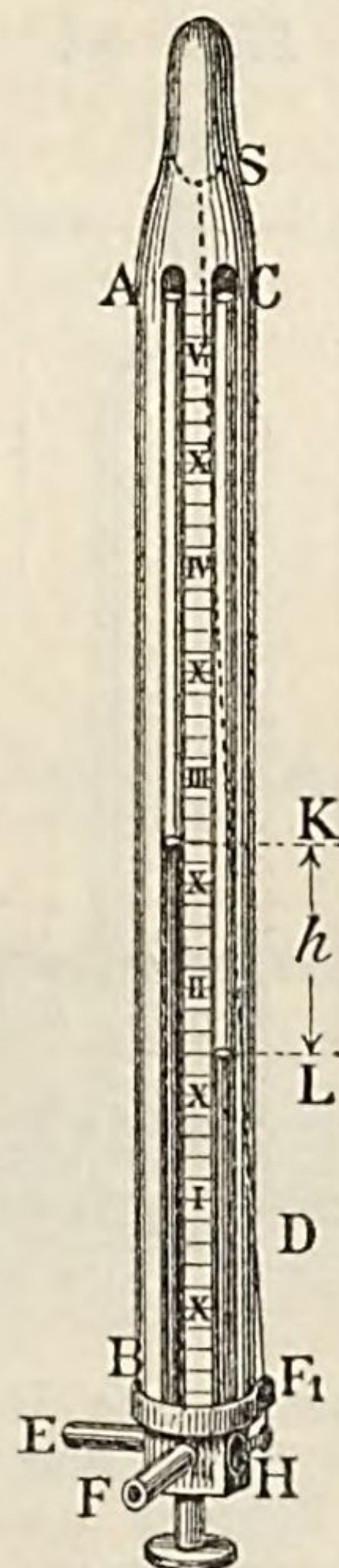
$$v = 3,62 \sqrt{h}$$

angegeben hat (siehe Erkl. 160). Nach Weisbach ist für Geschwindigkeiten zwischen 0,32 und 1,24 m:

$$v = 3,545 \sqrt{h}$$

zu setzen.

Figur 65.



Antwort. Wird die Pitotsche Röhre im entgegengesetzten Sinne in die Strömung gehalten, so entsteht an der Mündung eine Depression, die sich der mit ihr in Verbindung stehenden Flüssigkeitssäule im Rohre mitteilt und ein Sinken derselben unter die Höhe des äusserlichen Wasserstandes

zur Folge hat. Die auf diese Weise hervorgerufene Niveaudifferenz kann gleichfalls als ein Mass für die Geschwindigkeit angesehen werden.

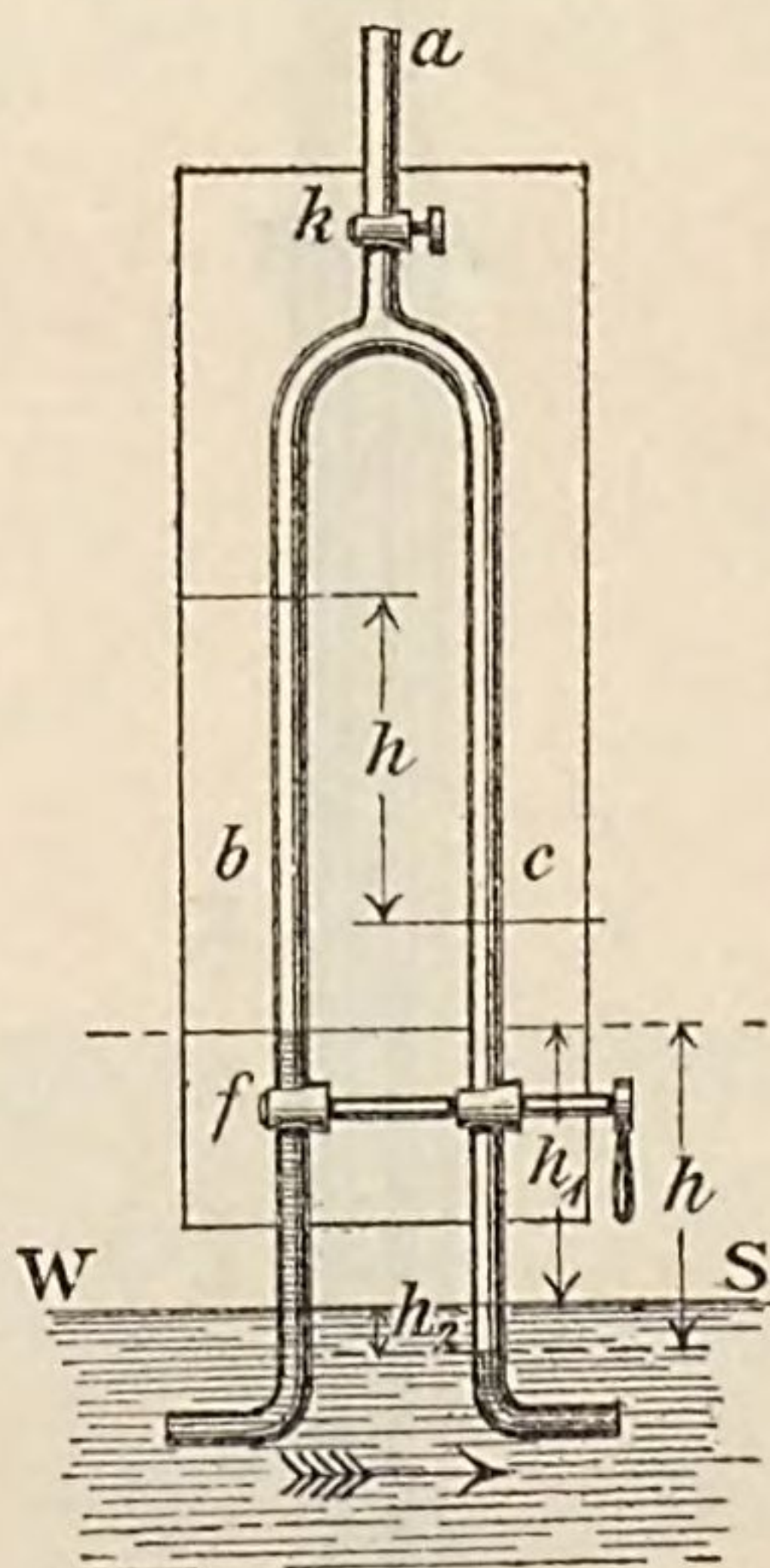
Frage 133. Bei welcher Konstruktion der Pitotschen Röhre wird sowohl die durch die Geschwindigkeit des fließenden Wassers emporgehaltene als auch die dadurch niedergehaltene Flüssigkeitssäule zur Geschwindigkeitsmessung benutzt?

Antwort. Bei dem Sympiezometer von Darcy und Baumgarten sind beide Fälle miteinander vereinigt und die Schwankungen in den beiden Wassersäulen soviel als möglich vermieden.

Frage 134. Welche Einrichtung zeigt das Sympiezometer von Darcy und Baumgarten?

Antwort. Bei dem Sympiezometer sind zwei Pitotsche Röhren derart miteinander zu einem Ganzen vereinigt, dass mittels des einen Astes eine Wassersäule emporgehoben und mittels des anderen die umgekehrte Wirkung hervorgebracht wird, so dass man gleichzeitig beide Erscheinungen beobachten und so genauere Messungen vornehmen kann, als es durch die einzelnen Röhren für sich allein möglich ist. f und k sind zwei Abschlussähne. Um nun den Höhenunterschied in beiden Röhren bequem und sicher beobachten und sein betreffendes Mass ebenso ablesen zu können, ist die Anordnung getroffen, dass man über a einen geeigneten Gummischlauch stülpen und die Luft in beiden Röhren so ansaugen kann, dass sich die Wassersäulen in den Röhren b und c um genau gleichviel heben und nach Schliessung des Hahnes f in der erreichten Höhe erhalten werden können, ohne dass hierdurch der Höhenunterschied irgend welche Veränderung erleidet.

Figur 66.



Erkl. 164. Ist h_1 die Höhe der Wassersäule im Rohre b über und h_2 die Höhe der Wassersäule im Rohre c unter dem Niveau WS , so ist nach Antwort auf Frage 131:

$$v = \psi \sqrt{h_1 + h_2}$$

Nachdem die Wassersäulen angesaugt sind, kann die Höhenlage des Wasserspiegels ganz unberücksichtigt bleiben, da $h = h_1 + h_2$.

Rühlmann fand 1879 in der Weser bei Hameln:

$$\psi = 4,017$$

also:

$$v = 4,017 \sqrt{h_1 + h_2}$$

Andere Versuche ergaben:

$$\psi = 3,897$$

also:

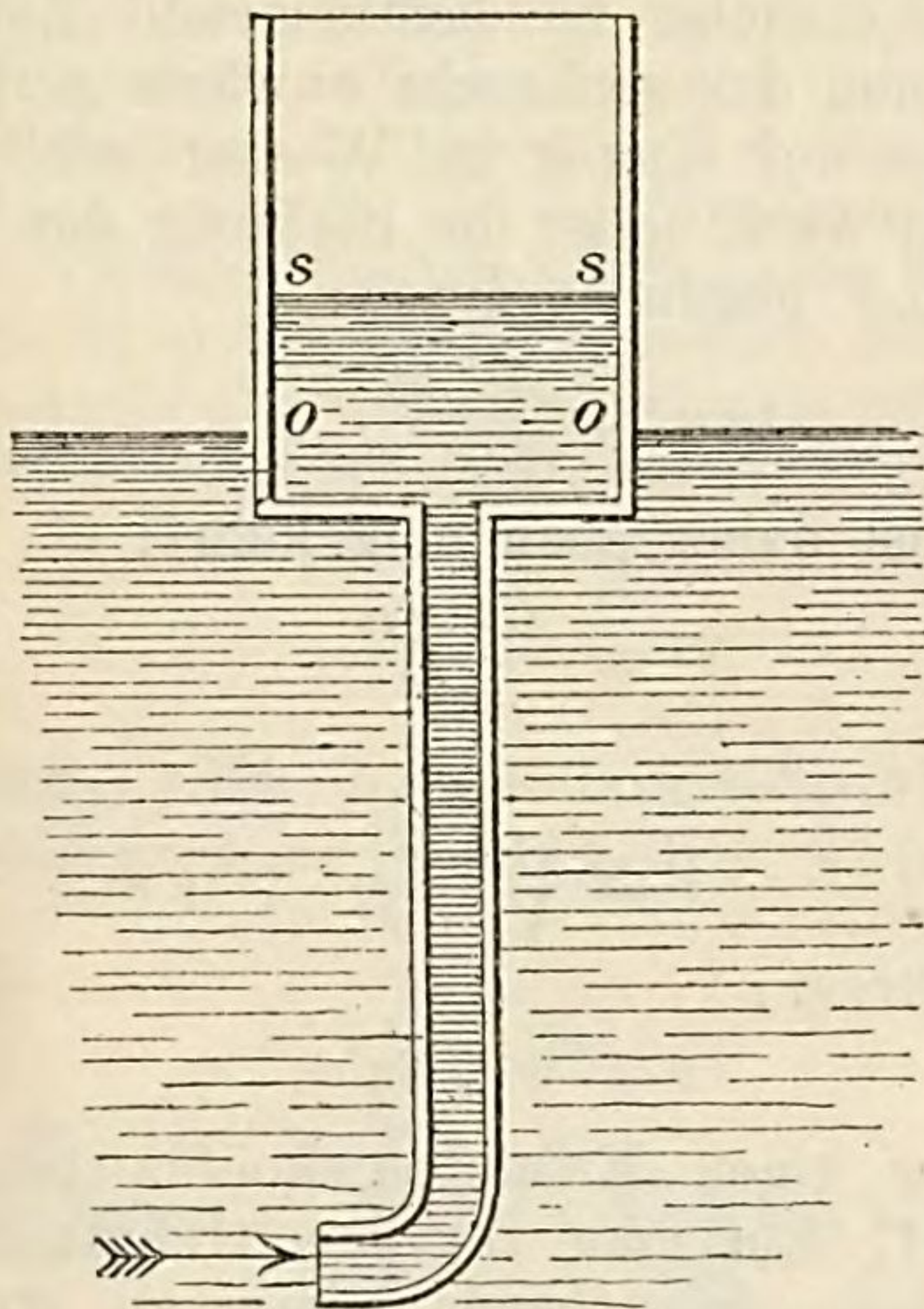
$$v = 3,897 \sqrt{h_1 + h_2}$$

Grebenau erhielt bei seinen Baseler Rhein-strommessungen:

$$v = 3,720 \sqrt{h_1 + h_2}$$

Frage 135. Auf welche Weise werden bei Boileaus Wassermessapparat die mittels der Pitotschen Röhre vorgenommenen Messungen in ihrer Genauigkeit noch gesteigert?

Figur 67.

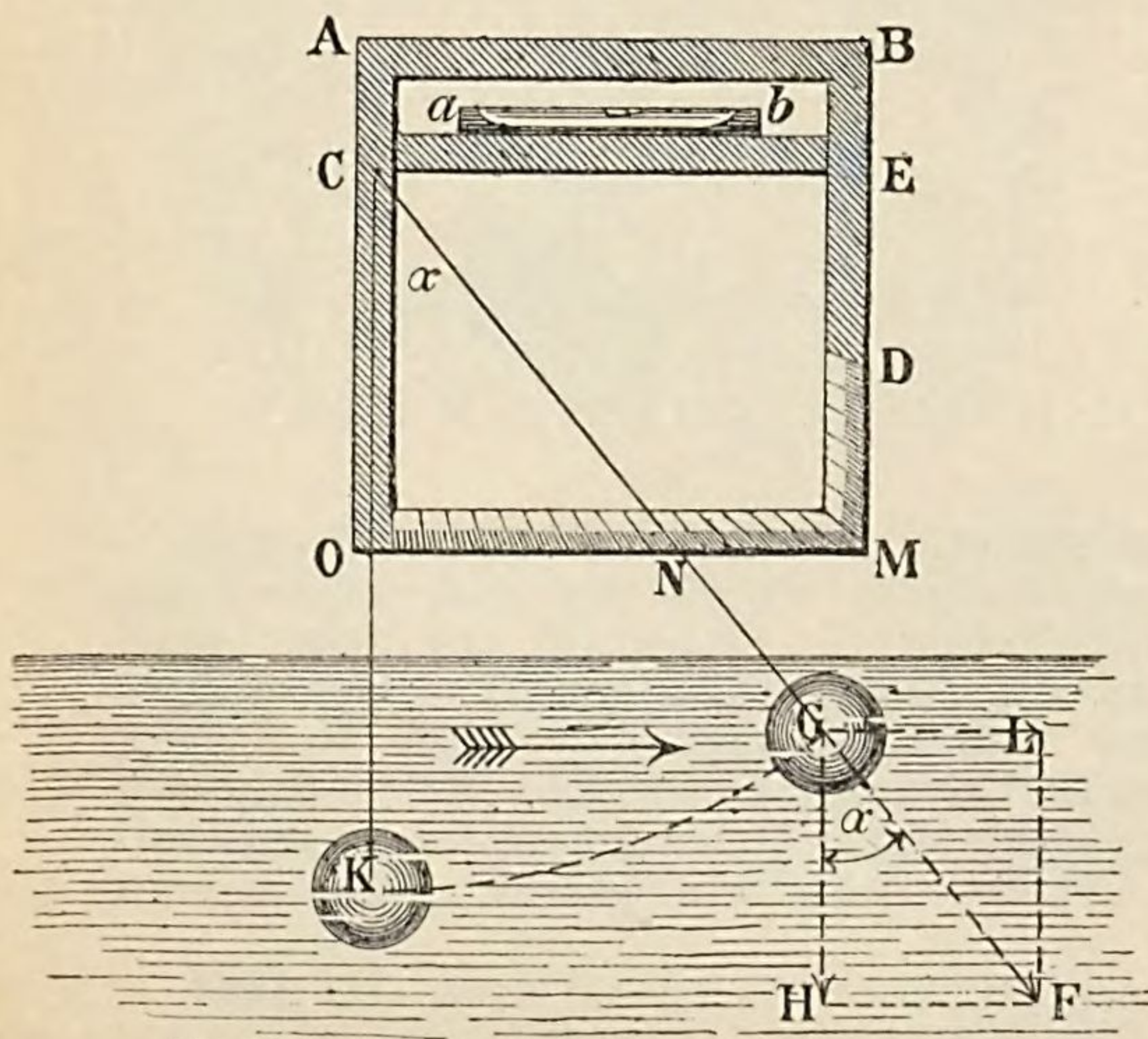


Antwort. Bei Boileaus Wassermessapparat erweitert sich die einerseits umgebogene Röhre in ihrem oberen Ende zu einem Gefässe, welches man bis zu einer Marke 00 (siehe Figur 67) in das fließende Wasser eintaucht. Der Wasserspiegel hebt sich im Gefässe um die nämliche Höhe wie bei dem gewöhnlichen Apparate. Sperrt man nun durch Schliessung eines Hahnes den Gefässinhalt ab, giesst denselben bis zur Marke 00 in einen Rezipienten, wiederholt dieses Verfahren n mal und misst dann die Gesamtwassermenge durch ihr Gewicht oder durch geaichte Gefässe, so erhält man nach Division des Ganzen durch n einen mittleren Wert, aus welchem man die gesuchte Höhe gewinnt, indem man diesen durch die Fläche des erweiterten oberen Rohrteiles dividiert.

γγ) Der Stromquadrant oder das hydrometrische Pendel.

Frage 136. Wie ist der Stromquadrant oder das hydrometrische Pendel eingerichtet?

Figur 68.



Antwort. Die gegenwärtig gebräuchliche Form dieses Instrumentes ist ein Rechteck $ABOM$ (siehe Figur 68), an dessen unterem Teile OM die Skala, welche die Geschwindigkeit des Wassers anzeigt, angebracht ist. Den horizontalen Stand des Instrumentes erfährt man durch die Wasserwaage ab . Im Mittelpunkte C des Quadranten ist ein feiner mit Wachs bestrichener Faden befestigt, an welchem sich eine Metall- oder Elfenbeinkugel K von 5 bis 6 cm Durchmesser befindet. Wird dieselbe in ruhendes Wasser gehalten, so stellt sich der Faden in die Richtung der Schwerlinie; in fließendem Wasser dagegen treibt der Stoss das Pendel von der lotrechten Richtung ab und giebt demselben die Richtung CGF der Diagonale des Kräfteparallelogramms, welches von dem Gewicht der Kugel im Wasser und der Stosskraft des Wassers gebildet wird. Demnach sind auch die Dreiecke CON und GHF einander ähnlich, und es ist:

$$HF:GH = ON:CO = \tan \alpha$$

Erkl. 165. Das Instrument erhielt seinen Namen von seiner ehemaligen Form, nämlich einem in Grade eingetheilten Viertelkreise, in dessen Mitte eine Kugel, deren spezifische Schwere grösser als jene des Wassers ist, befestigt war. Da der Winkel, welchen das abgelenkte Pendel mit einem Lote bildet, selten mehr als 40° beträgt, so giebt man diesem Instrumente oft die Form eines rechtwinkligen Dreiecks und bringt die Gradeinteilung auf der horizontalen Kathete desselben an.

Erkl. 166. Aus der Konstruktion des Instrumentes ist leicht zu erkennen, dass es bei Wasserströmen nur zur Messung der nahe unter der Oberfläche stattfindenden Geschwindigkeiten mit einiger Sicherheit angewandt werden kann, weil bei tieferer Einsenkung der Faden, an welchem die Kugel hängt, von dem Druck des dagegen stossenden Wassers, zu sehr von der diagonalen Richtung abgelenkt wird und mit seinem eingetauchten Teil eine konkave Kurve bildet, während er in dem oberen freien Teil eine Richtung angiebt, welche von der Richtung des untersten Elements dieser Kurve um so mehr abweicht, je länger der untergetauchte Teil des Fadens ist.

Erkl. 167. Setzt man für den Winkel α die Geschwindigkeit des Wassers $= v$ und für den Winkel $\alpha_1 = v_1$, so ist, da sich die Kräfte des stossenden Wassers bei verschiedenen Geschwindigkeiten sehr nahe wie die Quadrate derselben verhalten, bei einer Kugel von demselben Gewicht G :

$$v^2 : v_1^2 = G \cdot \operatorname{tg} \alpha : G \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$$

oder:

$$v : v_1 = \sqrt{\operatorname{tg} \alpha} : \sqrt{\operatorname{tg} \alpha_1}$$

d. h. es verhalten sich die verschiedenen Geschwindigkeiten des Wassers wie die Quadratwurzeln von den Tangenten der Neigungswinkel bei einerlei Stromquadranten. Sind demnach bei einer bestimmten Kugel für einige Neigungswinkel die dazu gehörigen Geschwindigkeiten mittels schwimmender Körper bekannt, so kann man daraus durch die vorstehende Proportion für jeden anderen Neigungswinkel die dazu gehörige Geschwindigkeit finden.

Erkl. 168. Weil bei grossen Geschwindigkeiten eine zu leichte Kugel sehr hoch gehoben wird und nur Winkel bis höchstens 60° die erforderliche Genauigkeit geben, so kann man annehmen, dass bei Geschwindigkeiten, die nicht grösser als 90 bis 120 cm sind, elfenbeinerne Kugeln noch hinreichen; für grössere Geschwindigkeiten muss man aber messingene, bleierne oder eiserne Kugeln anwenden.

Ist nun die Geschwindigkeit des fließenden Wassers $= v$ und der Querschnitt der Kugel $= F$, so ist die in wagrechter Richtung auf F wirkende Stosskraft:

$$P = Fv^2$$

Da jedoch das Wasser nicht auf die winkelrecht entgegengestellte Durchschnittsfläche F der Kugel, sondern auf die kugelförmige Oberfläche wirkt, so ist:

$$P = \mu Fv^2$$

worin μ (nach Eytelwein $= 0,7886$) eine durch Versuche zu bestimmende Zahl ist. Wenn nun das senkrecht abwärts gerichtete Gewicht der Kugel im Wasser mit G bezeichnet wird, so ist die Richtung der Mittelkraft GF bestimmt durch:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu Fv^2}{G}$$

Es ist daher auch umgekehrt:

$$v^2 = \frac{G \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\mu F}$$

und

$$v = \sqrt{\frac{G}{\mu F}} \cdot \sqrt{\operatorname{tg} \alpha}$$

oder kürzer:

$$v = \psi \sqrt{\operatorname{tg} \alpha}$$

wenn ψ einen Erfahrungskoeffizienten bezeichnet, den man vor dem Gebrauche auf dem oben angegebenen Wege zu ermitteln hat.

88) Diejenigen Stromgeschwindigkeitsmesser, bei denen ein Druck auf eine dem strömenden Wasser entgegenstehende Fläche ausgeübt wird.

Frage 137. Auf welchem Prinzip beruhen die hierher gehörigen Hydrometer, als: Michelottis hydraulische Schnellwage, Lorgnas Wasserhebel, Ximenes Wasserfahne und Brünings Tachometer?

Erkl. 169. Die verhältnismässig grossen Reibungen an den Zapfen der Stangen und Rollen, sowie der Umstand, dass, um die Geschwindigkeiten in Tiefen von 5 und mehr Metern zu messen, die Apparate zu schwer werden, als auch die immerwährenden Schwankungen bei den Versuchen machen alle Messungen unsicher, weshalb die hierher gehörigen Instrumente nirgends mehr Anwendung finden.

Antwort. Alle diese Instrumente sind aus einer Stossfläche und aus einer Wage zusammengesetzt, und die letztere dient dazu, den Stoss P des Wassers gegen die erstere anzugeben; da dieser aber nach dem vorigen Abschnitt:

$$P = \mu F v^2$$

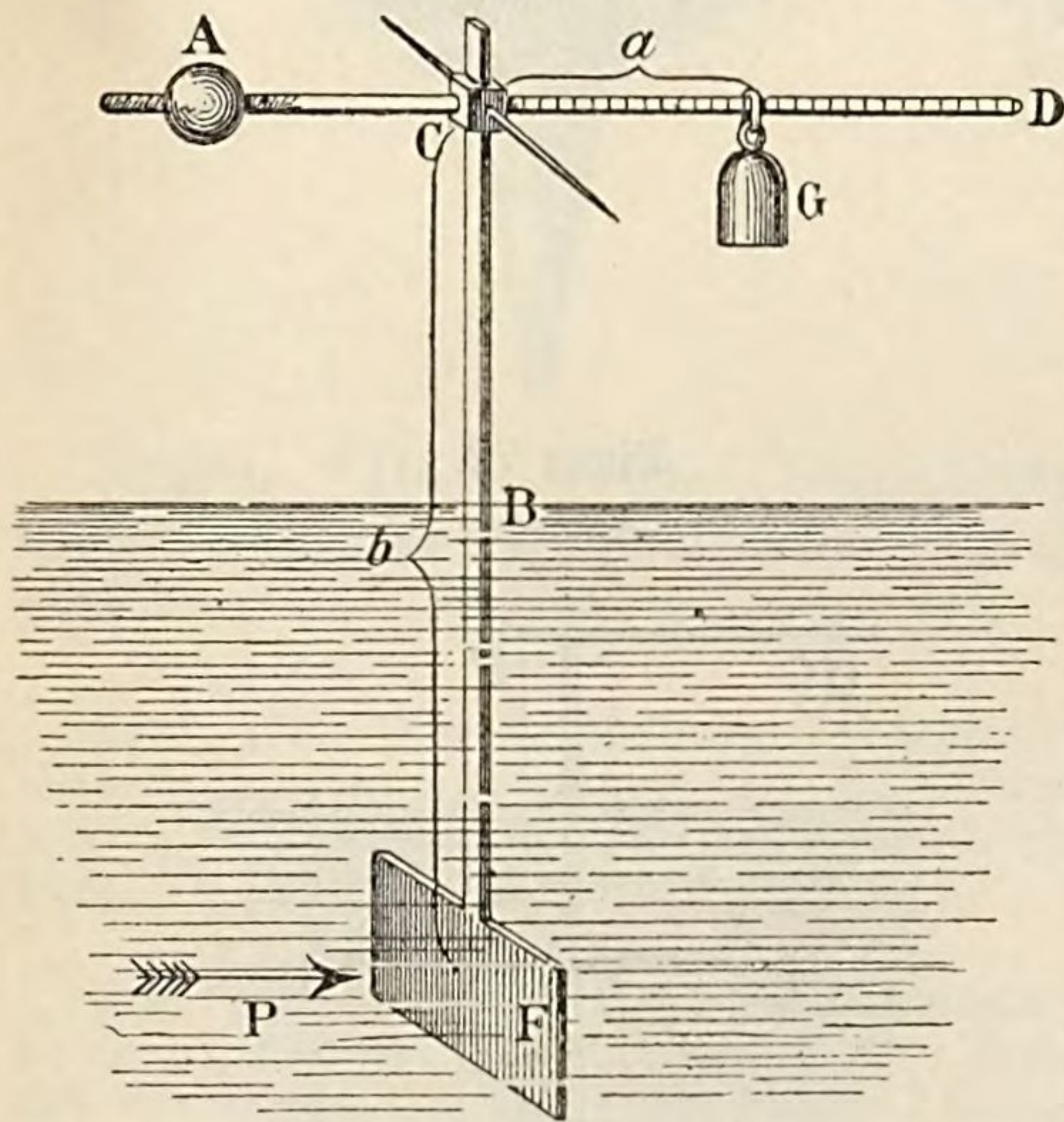
beträgt, so ist umgekehrt:

$$v = \sqrt{\frac{P}{\mu F}} = \psi \sqrt{P}$$

worin ψ eine von der Grösse der Stossfläche F abhängige Erfahrungskonstante bezeichnet.

Frage 138. Welche Einrichtung zeigt Michelottis hydraulische Schnellwage?

Figur 69.



Erkl. 170. Das Rheometer, welches in der neueren Zeit von Poletti vorgeschlagen wurde und von Michelottis hydrometrischer Schnellwage im Wesen nicht verschieden ist, trägt statt des Laufgewichts G am Ende des Hebelarmes CD eine Blechbüchse, in welche Gewichte oder Schrotkörner so lange eingelegt werden, bis das Gleichgewicht hergestellt ist.

Erkl. 171. Auch Lorgnas Wasserhebel hat mit der nebenstehend beschriebenen Schnell-

Antwort. Michelottis hydraulische Schnellwage besteht aus einer ebenen Fläche F , gegen welche das fließende Wasser stösst (siehe Figur 69) und die an einer Stange B befestigt ist, welche mit dem Hebel AD derart zu einem Ganzen vereinigt werden kann, dass beide zusammen an einer rechtwinklig zu AD stehenden Achse aufgehängt und um diese in Schwingungen versetzt werden können. Die Stange kann durch den bei C angebrachten horizontalen Hebel durchgeschoben und beliebig höher oder tiefer gestellt werden. Die betreffenden Hebellager werden von einem besonderen, in der Figur weggelassenen Gestell getragen. Auf der einen Seite dieses Hebels ist ein Gegengewicht A , welches den Hebel in der horizontalen Lage erhält; auf der andern Seite desselben ist ein Laufgewicht G , wodurch der Druck des Wassers abgewogen und hieraus die Geschwindigkeit desselben nach der folgenden Formel berechnet wird. Bezeichnet man den Hebelarm, an welchem G hängt, mit a , und den Hebelarm, an dessen Ende F die Stosskraft P wirkt, mit b , so ist nach den Hebelgesetzen für den Fall des Gleichgewichts:

$$Pb = Ga$$

oder:

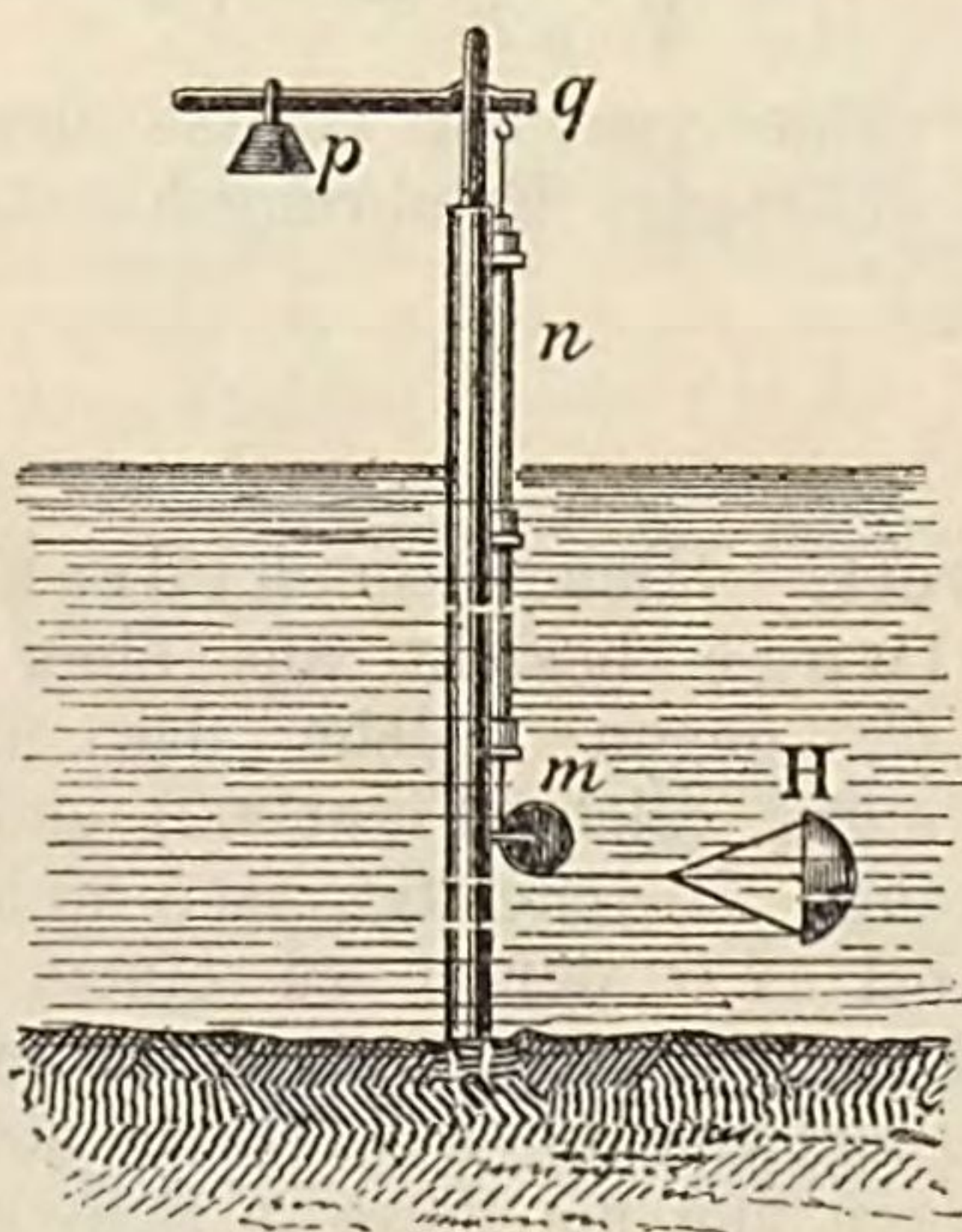
$$P = \frac{a}{b} \cdot G$$

und nach Antwort auf die vorige Frage:

$$v = \sqrt{\frac{P}{\mu F}}$$

wage grosse Aehnlichkeit (s. Fig. 70). Er besteht nämlich aus einem Pfahle, der im Wasser in dem Grunde festgestellt wird und woran rückwärts eine blecherne Röhre n befestigt ist, an deren Ende bei m sich eine Rolle befindet. Durch die Röhre und über die Rolle geht ein Faden, an dessen Ende eine hohle Halbkugel H angebracht ist, während das andere Ende des Fadens bei q an dem kürzeren Arme einer gewöhnlichen Hebelschnellwage befestigt ist, so dass, wenn der Strom die Halbkugel fortreibt, das Laufgewicht p an dem längeren Hebelarme mit dem Drucke des Wassers an die Halbkugel in das Gleichgewicht gebracht werden kann. Der Zweck der blechernen Röhre besteht darin, den Stoss des Wassers auf den Faden zu verhindern.

Figur 70.



oder:

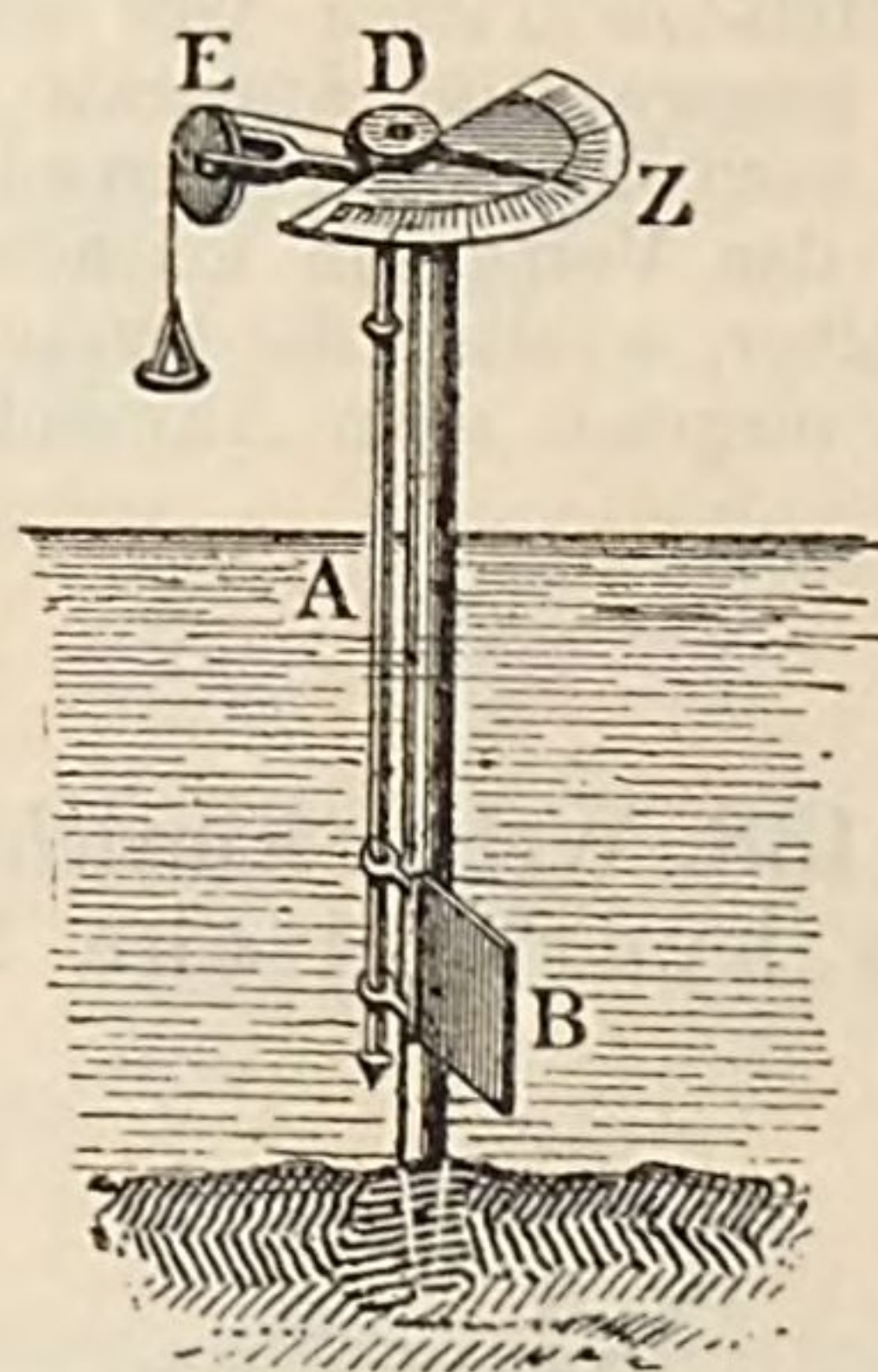
$$v = \sqrt{\frac{aG}{\mu bF}}$$

oder:

$$v = \psi \sqrt{G}$$

wo ψ wieder eine durch Versuche bestimmte Grösse bezeichnet.

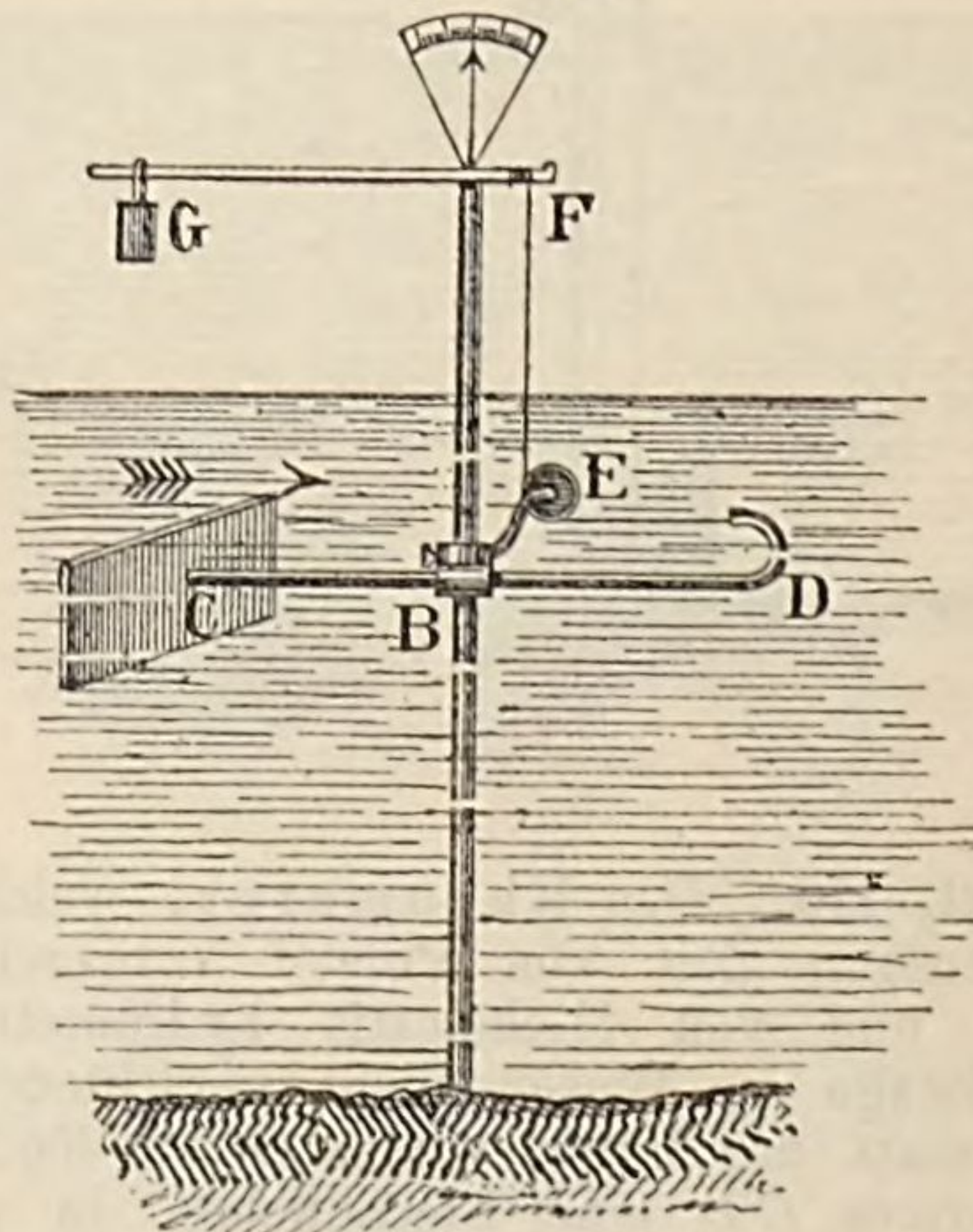
Figur 71.



Erkl. 172. Die Wasserfahne des Ximenes gründet sich darauf, dass an einer, an beiden Enden um Zapfen drehbaren Spindel A (siehe Figur 71) eine Tafel oder Fahne B befestigt ist, welche senkrecht vom Strome in jeder Tiefe gestossen werden kann, deren Stellung gegen die Richtung des Stromes man aus dem Zeiger Z , welcher sich über einer unbeweglichen in Grade eingetheilten Tafel dreht, erkennt. Um die an der Spindel befestigte Scheibe bei D ist ein Faden gelegt, welcher über die Rolle E geht, an dessen Ende eine Schale zum Auflegen von so viel Gewichten vorhanden ist, bis dieselben dem Stosse des Wassers das Gleichgewicht halten.

Erkl. 173. Brünings Tachometer ist so eingerichtet, dass eine Tafel C (s. Figur 72), deren wagrechter Arm bei B durch eine Geradföhrung geht, senkrecht von dem Strome nach der Richtung des Pfeiles fortgestossen wird. Am Ende der dünnen Stange CD geht von D ein Faden über die Rolle E bis an den Hebelarm bei F , an dessen entgegengesetztem Arme ein Gewicht G dem Stosse des Wassers das Gleichgewicht hält.

Figur 72.

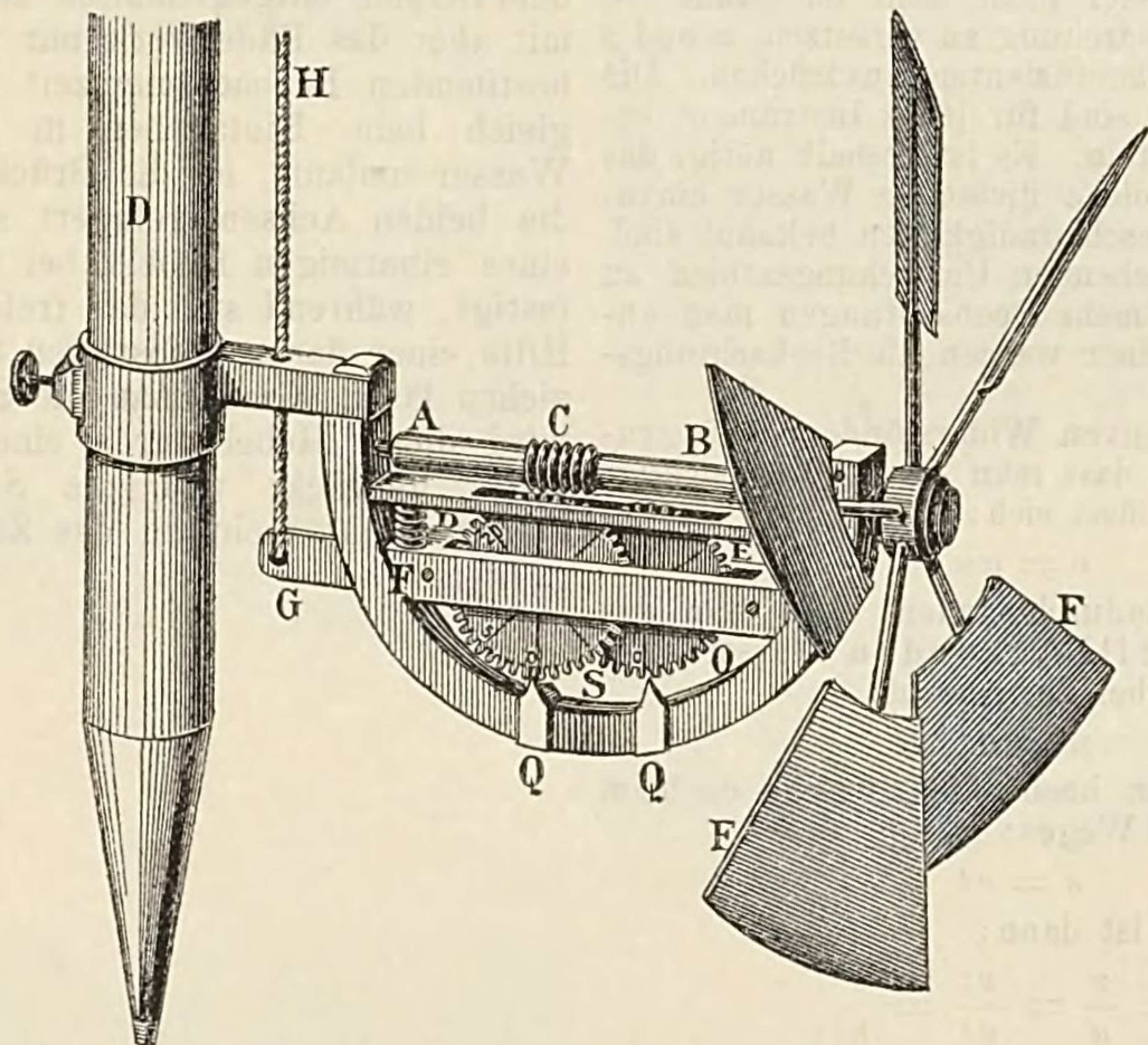


γ) Messapparate, welche auf der dynamischen Wirkung des fließenden Wassers beruhen.

Frage 139. Welches Hydrometer gilt allgemein als das vorzüglichste?

Antwort. Als das vorzüglichste Hydrometer gilt allgemein das hydrometrische Flügelrad von Woltmann.

Figur 73.



Frage 140. Welche Einrichtung zeigt Woltmanns hydrometrisches Flügelrad?

Erkl. 174. Die Beschreibung der Schraube ohne Ende, ihre Anwendung und die Gesetze ihres Gleichgewichts siehe in R. Klimpert, Lehrbuch der Statik fester Körper, Seite 421.

Erkl. 175. Hat jedes der beiden Zahnräder 50 Zähne, und das Getriebe deren 10, so dreht sich das zweite Rad um einen Zahn, während das erste um 5 Zähne vortrückt oder wenn das Flügelrad 5 Umdrehungen macht. Wenn der Zeiger des ersten Rades auf $12 = 10 + 2$ und der des zweiten auf 32 steht, so ist die entsprechende Umdrehungszahl des Flügels:

$$n = 30 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 2 = 162$$

Erkl. 176. Die Umdrehungszahl eines Flügels in einer gewissen Zeit ist nicht genau der Geschwindigkeit des Wassers proportional, es lässt sich daher auch nicht:

$$v = au$$

Antwort. Dasselbe besteht aus einer wagrechten Welle AB , an welcher 2 bis 5 Flügel F, F schief gegen die Wellenrichtung befestigt sind, so dass dieselben, unter Wasser getaucht und der Strömung desselben entgegengehalten, die Welle in Umdrehungen versetzen, aus deren Anzahl innerhalb einer gewissen Beobachtungszeit die Geschwindigkeit des fließenden Wassers ermittelt werden kann. Um die Anzahl von Umdrehungen ablesen zu können, ist auf die Flügelwelle bei C eine sog. Schraube ohne Ende eingeschnitten, deren Windungen in ein Zahnrad D eingreifen, welches in einer Brücke GE gelagert ist. Auf den Seitenflächen dieses Zahnrades sind Ziffern eingraviert, welche an einem festen Zeiger Q die Anzahl der Umdrehungen der Flügelwelle angeben. Um aber die Beobachtung auf eine grosse Anzahl von Umdrehungen ausdehnen und dadurch die Messung möglichst genau vornehmen zu können, wird auf

setzen, wenn u die Umdrehungszahl, v die Geschwindigkeit und α eine Erfahrungszahl bezeichnet; es ist nach Weisbach vielmehr zu setzen:

$$v = v_0 + \alpha u$$

oder genauer:

$$v = v_0 + \alpha u + \beta u^2$$

oder noch genauer:

$$v = \alpha u \sqrt{v_0^2 + \beta u^2}$$

wo v_0 diejenige Geschwindigkeit bezeichnet, bei welcher das Wasser nicht mehr im Stande ist, die Flügel in Umdrehung zu versetzen, α und β aber Erfahrungskoeffizienten ausdrücken. Die Grössen v_0 , α , β sind für jedes Instrument besonders zu ermitteln. Es ist deshalb nötig, das Instrument in solche fließende Wasser einzuhalten, deren Geschwindigkeiten bekannt sind, und die entsprechenden Umdrehungszahlen zu beobachten. Je mehr Beobachtungen man anstellt, um so kleiner werden die Beobachtungsfehler.

Sind die passiven Widerstände des Instrumentes so klein, dass man sie unberücksichtigt lassen kann, so lässt sich:

$$v = \alpha u$$

setzen und α dadurch finden, dass man das Flügelrad im stillstehenden Wasser fortbewegt und hierbei die Anzahl:

$$n = ut$$

der Umdrehungen beobachtet, welche es beim Durchlaufen des Weges:

$$s = vt$$

zurücklegt. Es ist dann:

$$\alpha = \frac{v}{u} = \frac{vt}{ut} = \frac{s}{n}$$

Die Konstanten v_0 , α und β hängen vorzüglich von der Grösse des Stosswinkels, d. h. von dem Winkel ab, welchen die Bewegungsrichtung des Wassers, also auch die Achsenrichtung des Flügels mit den Flügelflächen bildet. Es ist vorteilhaft, den Stosswinkel gross, d. h. gegen 70° zu nehmen, sowie Flügel von verschiedener Grösse und verschiedenem Stosswinkel anzuwenden, je nachdem die Tiefe oder die Geschwindigkeit des fließenden Wassers grösser oder kleiner ist.

Frage 141. Wie lässt sich mit Hilfe dieses Apparates die Geschwindigkeit des Wassers bestimmen?

Erkl. 177. Da die Anzahl der Umdrehungen, welche das Schaufelrad FF in einer bestimmten Zeit macht, der Geschwindigkeit des Wassers nahe proportional ist, so braucht man nur die einer bestimmten und bekannten Geschwindigkeit entsprechende Umdrehungszahl zu kennen, um daraus die einer jeden anderen Umdrehungszahl entsprechende Geschwindigkeit zu finden. Wenn z. B. durch einen besondern Versuch be-

die Welle dieses ersten Zahnrades D noch ein Getriebe aufgesetzt, welches in ein zweites Zahnrad E eingreift, welches 5- oder 10mal soviel Zähne hat wie das Getriebe, so dass sich dieses samt dem ersten Zahnrad 5- resp. 10mal umdrehen muss, ehe sich das Rad E einmal umdreht (s. Erkl. 175).

Das ganze Instrument wird mit einer Blechfahne an einen Stab geschraubt, um es bequem in das Wasser eintauchen und dem Strome entgegenhalten zu können. Damit aber das Räderwerk nur während einer bestimmten Beobachtungszeit und nicht sogleich beim Eintauchen in das fließende Wasser umläuft, ist die Brücke, in welcher die beiden Achsen gelagert sind, in Form eines einarmigen Hebels bei O drehbar befestigt, während sich das freie Ende G mit Hilfe einer daran befestigten Schnur emporziehen lässt. Giebt man die Schnur frei, so wird dieser Hebel durch eine Feder F abwärts gedrückt und die Schraubengänge können nicht mehr in das Zahnrad D eingreifen.

Antwort. Will man mit diesem Instrumente die Geschwindigkeit des Wassers bestimmen, so stellt man es an der Stange D in einem Punkte fest, dass es sich, wenn darauf die Stange in das Flussbett eingestossen worden ist, an der Stelle befindet, wo die Geschwindigkeit gemessen werden soll; die Stange D wird dabei so eingestellt, dass die Flügelwelle in der Richtung der Bewegung liegt und das Schaufelrad FF voraus dem Strome entgegensteht. Wenn

stimmt worden ist, dass das Flügelrad in einer Sekunde 6 Umdrehungen macht, wenn die Geschwindigkeit des Wassers 150 cm ist, so schliesst man hieraus, dass der Geschwindigkeit des Wassers von 1 cm in der Sekunde die Umdrehungszahl 0,04 des Flügelrades oder auch, dass einer ganzen Umdrehung des Rades eine Geschwindigkeit von 25 cm in der Sekunde entspricht. Hat man daher beobachtet, dass das Flügelrad in einer Minute 180, also in einer Sekunde 3 Umdrehungen gemacht hat, so ist die Geschwindigkeit des Wassers:

$$3 \times 25 = 75 \text{ cm in einer Sekunde.}$$

nach kurzer Zeit die Flügelwelle eine gleichförmige Bewegung angenommen hat, zieht man mittels der Schnur GH den Hebel GO in die Höhe und bringt dadurch das Rad D mit der Schnecke C in Eingriff. Das Zählwerk D, E beginnt nun sofort die Umdrehungen der Flügelwelle AB zu zählen; nach Verlauf einer bestimmten, an einer Uhr oder einem Sekundenpendel zu messenden Zeit, z. B. einer Minute, lässt man die Schnur GH wieder los und arretiert dadurch sofort das Zählwerk, da die in die Zahnücken eingreifenden beiden Sperrer Q, Q die Räder D, E an jeder weiteren Drehung hindern. Man zieht dann die ganze Vorrichtung aus dem Wasser und kann aus dem Stande der Räder D, E an ihren festen Zeigern die Anzahl der in der Beobachtungszeit gemachten Umdrehungen der Flügelwelle oder des Schaufelrades ablesen.

Frage 142. Welche verbesserte Konstruktionen des Woltmannschen Flügels sind noch besonders erwähnenswert?

Antwort. 1) Der durch Amsler-Laffon verbesserte Woltmannsche Flügel ohne elektrische Zeichengebung und

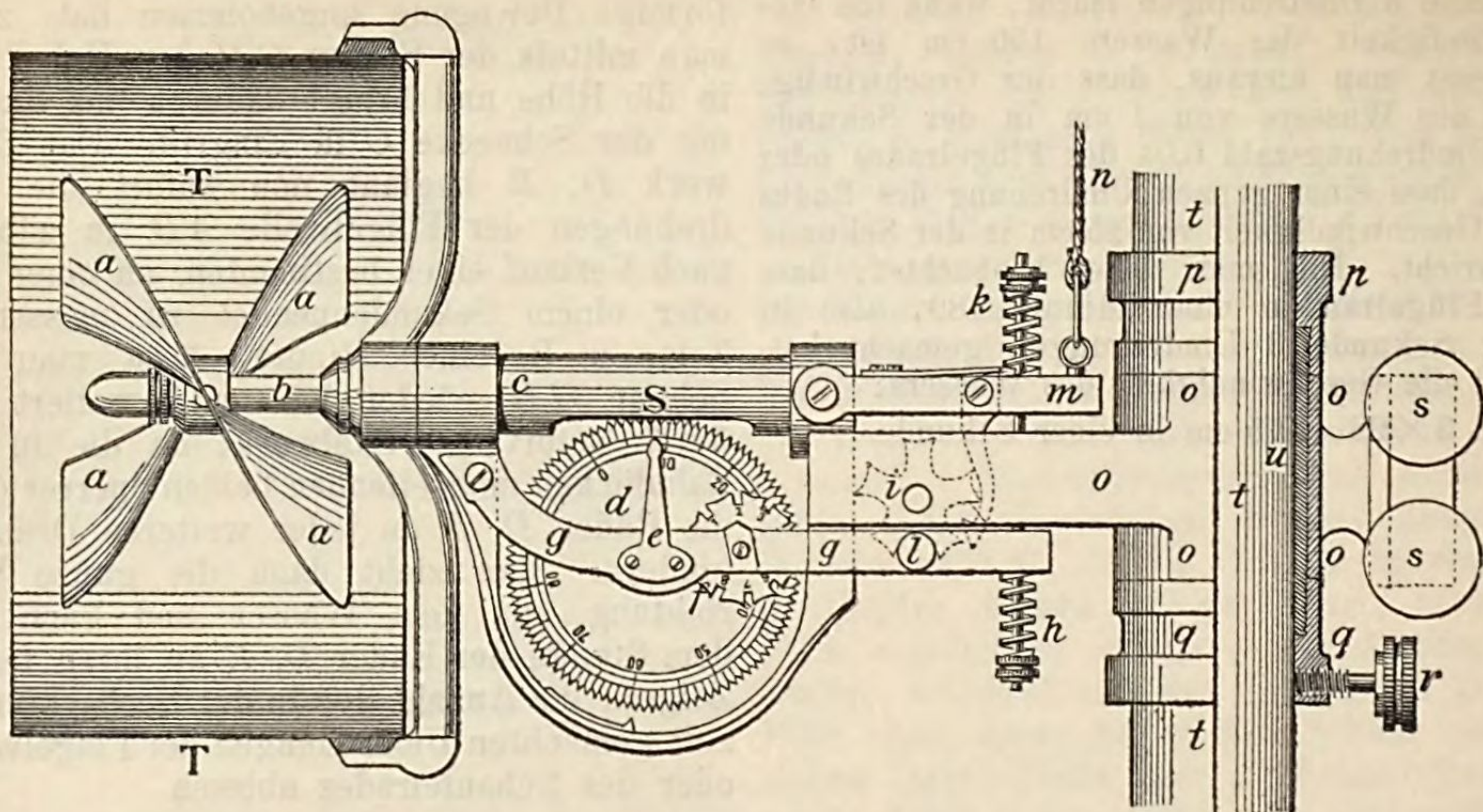
2) Amslers hydrometrischer Flügel mit elektrischem Signalapparat und mit Haspel zur Messung von grossen Tiefen.

Frage 143. Wie ist der durch Amsler-Laffon (in den Prager „Technischen Blättern“ III. Jahrgang 1871, sowie in Rühlmann, Hydromechanik, beschriebene) verbesserte Woltmannsche Flügel ohne elektrische Zeichengebung eingerichtet?

Antwort. Dieses Hydrometer zeigt (nach Rühlmann, Hydromechanik) folgende Einrichtung:

Der schraubenförmige Flügel aa (siehe Figur 74) rotiert innerhalb des Blechcylinders T , dessen Zweck ist, das seitliche Ausweichen der Wasserfäden in den Umgebungen des Flügels unschädlich zu machen. Die Flügelwelle b wird in ihrer Fortsetzung nach rechts von einer cylindrischen Hülse c umgeben, die bei S teilweise aufgeschnitten ist, um die daselbst angebrachte endlose Schraube mit einem Rade d von 100 Zähnen in Eingriff bringen zu können. Letzteres Zahnrad hat demnach stets einen ganzen Umlauf gemacht, wenn der Flügel 100 Umdrehungen (Touren) vollendet hat. Zum Ablesen der Einer und Zehner dient die nahe der Peripherie des Rades d angebrachte Teilung, nebst dem korrespondierenden Zeiger e . Zum Ablesen der Hunderte wird ein sogenanntes Malteserkreuz oder das Einzahnrad f benutzt. Es steckt nämlich auf der Achse des

Figur 74.



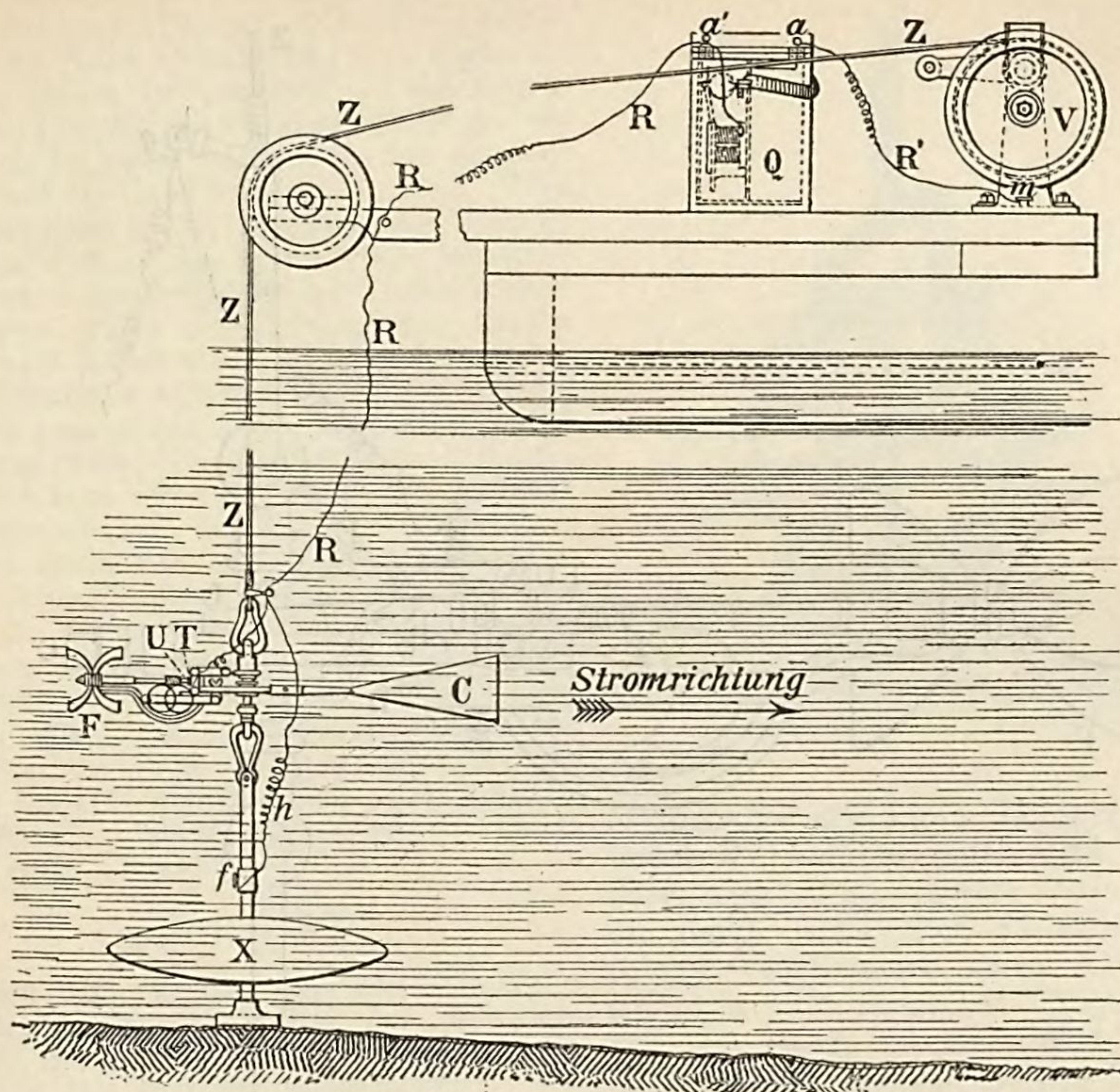
Erkl. 178. Der Uebelstand, dass man das in der nebenstehenden Antwort beschriebene Hydrometer bei jeder Beobachtung aus dem Wasser heben muss, um die während einer bestimmten Zeit vollendete Zahl von Umdrehungen abzulesen, ist durch die Beifügung eines elektromagnetischen Zähl- oder Signalapparates nach eigentümlicher Anordnung von Amsler beseitigt worden. Eine zweite, von demselben Hydrotekten angebrachte Verbesserung besteht in einer zweckmässigen Anordnung, um den Flügel in noch grösseren Tiefen, z. B. auch in Tiefen von 30 m (wie beim Mississippi) anwenden zu können.

Rades *d* eine Scheibe, die mit einem einzigen Zahne versehen ist, welcher letzterer in die Lücken des Malteserkreuzes *f* greift. Letzteres wird also um eine Zahnteilung verdreht, wenn das Rad *d* einen ganzen Umlauf vollendet hat. Es ist hierdurch das Ablesen sehr erleichtert. In Figur 74 giebt z. B. der Zeiger 208,5 Umläufe an.

Ein kräftiger Zug an der Schnur *n* hebt den Hebel *m* und zwei an demselben angebrachte Sperrhaken aufwärts. Letztere sind um eine halbe Teilung gegen einander versetzt, so dass immer einer in den entsprechenden Zahn des Sternes *i* fasst und diesen um eine halbe Teilung weiter schiebt, wodurch der cylindrische Stift *l* aus der Zahnücke herausgedrängt wird und sich alsbald auf den nächsten Zahn legt. Mit dem Stifte *l* wird aber auch der Hebel *g* und damit wieder das Zählwerk zurückgeschoben, also ausgerückt. Um letzteres wieder einzurücken, genügt abermals ein Ruck an der Schnur *m*. Der Stern *i* wird wieder um eine halbe Teilung fortgeschoben, der Stift *l* fällt in die nächste Zahnücke ein u. s. w. Die Sicherheit der zuletzt erwähnten Wirkung wird durch die Spiralfedern *h* und *k* unterstützt.

Getragen wird das ganze Instrument von der Hülse *o*, welche sich auf dem Rohre *pq* frei drehen kann. Letzteres ist mittels dreier Schrauben *r* auf der Holzstange *tt* befestigt, deren unteres Ende auf dem Boden des Flusses ruht. Mittels der Schrauben *ss* wird ein sogen. Steuerflügel befestigt, dessen Ebene in der nach hinten verlängerten Richtung der Flügelwelle *b* liegt.

Figur 75.



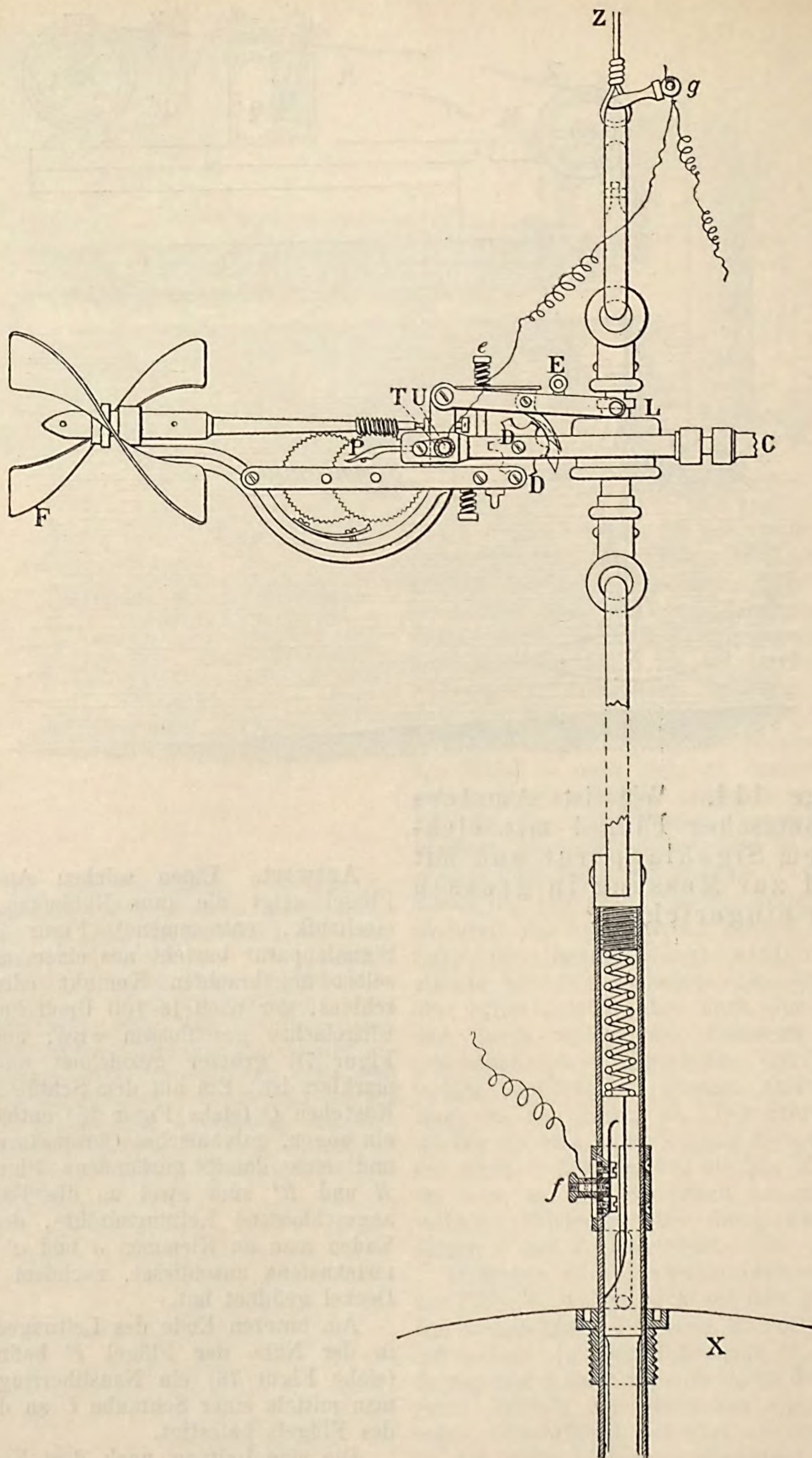
Frage 144. Wie ist Amslers hydrometischer Flügel mit elektrischem Signalapparat und mit Haspel zur Messung in grossen Tiefen eingerichtet?

Antwort. Einen solchen Amslerschen Flügel zeigt die (aus Rühlmann, Hydro-mechanik, entnommene) Figur 75. Der Signalapparat besteht aus einem am Flügel selbst angebrachten Kontakt oder Stromschluss, der nach je 100 Umdrehungen der Flügelachse geschlossen wird, und der in Figur 76 grösser gezeichnet und mit *P* markiert ist. Ein auf dem Schiffe stehendes Kästchen *Q* (siehe Figur 75) enthält hierzu ein sogen. galvanisches Chromsäure-Element und eine damit verbundene Signalglocke. *R* und *R'* sind zwei an die Batteriepole angeschlossene Leitungsdrähte, deren freie Enden man an Klemmen *a* und *a'* des Batteriekastens anschliesst, nachdem man den Deckel geöffnet hat.

Am unteren Ende des Leitungsdrahtes *R* in der Nähe der Flügel *F* befindet sich (siehe Figur 76) ein Neusilberring *T*, den man mittels einer Schraube *U* an den Bügel des Flügels befestigt.

Die eine Leitung nach dem Kontakte *P* unweit *U* bildet ein starker Draht *Z*, die

Figur 76.



Erkl. 179. Ein sehr einfaches, aber auch nur zur Bestimmung der Oberflächengeschwindigkeit brauchbares Instrument ist das hydro-metrische Strauberädchen (s. Figur 77) von 30 bis 45 cm Durchmesser mit blechernen Schaufeln. Die Wellzapfen dieses Rädchens bewegen sich in einem Rahmen *a*, der an einer Stange *b* mit der Hand festgehalten wird. Wird nun das Rädchen in die Oberfläche des Wassers gestellt, so wird es sich in dem Falle mit einer ganz gleichen Geschwindigkeit wie das Wasser fortbewegen, wenn die Reibung der Zapfen wirklich sehr unbedeutend ist. Zu diesem Behufe lässt man die Achsen des Rädchens, welches sehr leicht gebaut sein muss, in genau gedrehte Spitzen auslaufen. Da die Zeit eines Umlaufes dieses Rädchens zu kurz wäre, um hiernach die Geschwindigkeit des Wassers mit einiger Sicherheit bestimmen zu können, so werden immer mehrere Umläufe desselben gezählt und hieraus die Dauer eines Umlaufes berechnet. Zu diesem Zwecke befestigt man gewöhnlich eine Schnur *c* an der Welle des Rädchens und lässt sie, ohne stark anzuziehen, an derselben aufwinden. Die Zahl der Windungen ist der Zahl der Umläufe gleich. Wenn z. B. während 2 Minuten 360 Umläufe stattfinden, so beträgt die Zeit eines Umlaufes:

$$\frac{120}{360} = \frac{1}{3} \text{ Sek.}$$

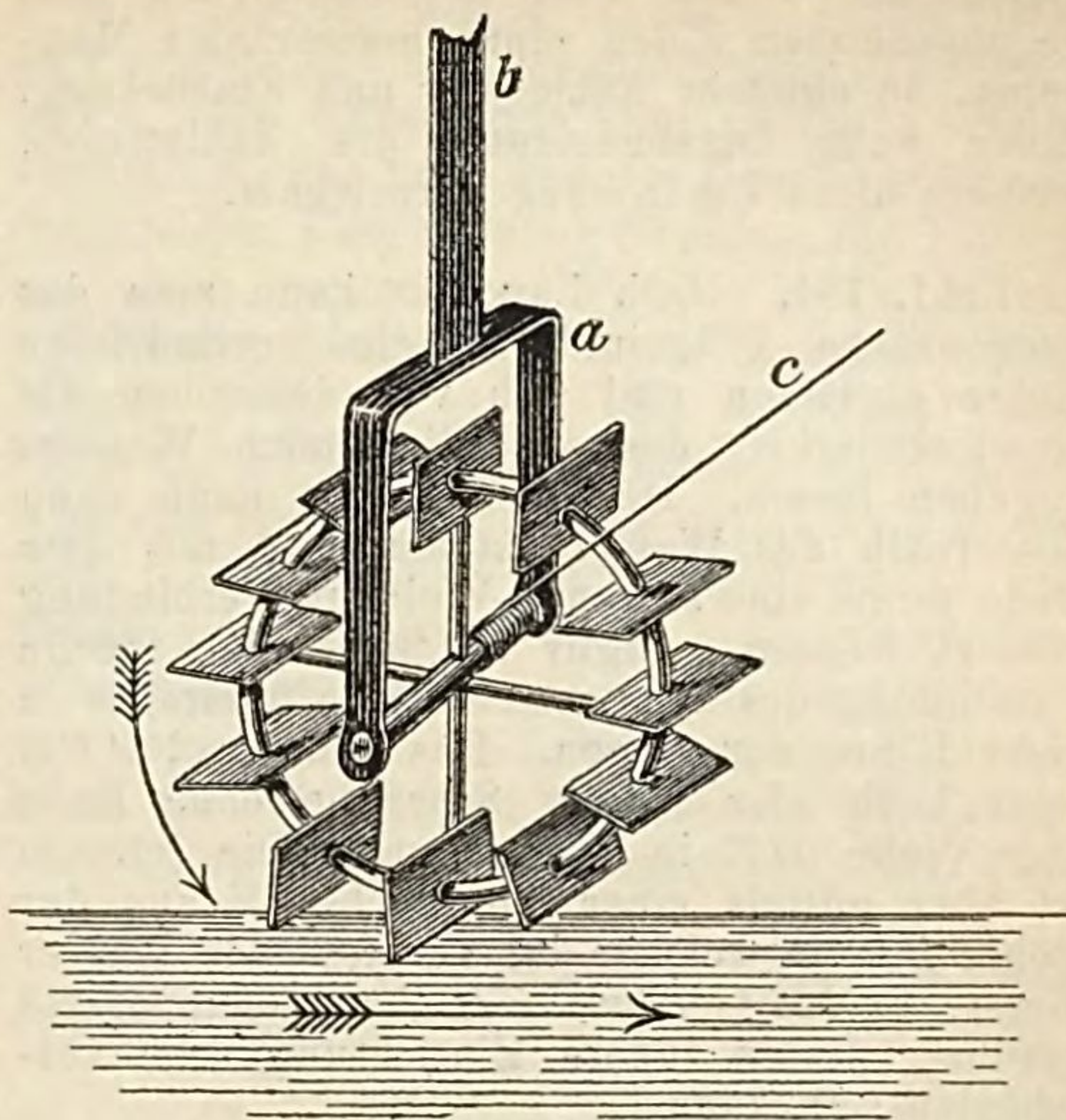
Nehmen wir nun an, dass der Halbmesser des Rädchens bis zur Mitte der Schaufeln = 15 cm ist, so ist die Geschwindigkeit des Wassers an dem Orte der Beobachtung:

$$v = \pi \cdot 2 \cdot 0,15 \cdot \frac{360}{120} = 2,826 \text{ m}$$

Die Umläufe an einem solchen Rädchen können auch noch in der Weise gemessen werden, dass man eine Schraube ohne Ende an den Achsen desselben anbringt, welche in ein Stirnrad von 60 Zähnen eingreift. Bei jeder Umdrehung des Rädchens wird daher ein Zahn weiter gerückt, und man kann durch Abzählen der Zähne von einem bezeichneten Anfangspunkte die Zahl der Umdrehungen und hieraus die Geschwindigkeit berechnen.

Erkl. 180. Bei dem Apparat von Tromelin wird ebenfalls ein kleines Flügelrad durch die Strömung in Umdrehung versetzt. Die Achse desselben ist von einem Cylinder aus Pockholz umschlossen und auf einer Erzeugenden desselben ist ein kupfernes Stäbchen eingelegt; mittels eines Reibers wird bei jedem Kontakte, der während der Drehung stattfindet, durch diese metallische Erzeugende ein elektrischer Strom übertragen. In den Werkstätten von Bréguet hat dieser Apparat mancherlei Vervollkommnung erfahren. So wurde das Flügelrad horizontal angeordnet, um auch für eine besser bestimmte absolute Höhe im Wasserstromen verwendbar zu sein; ferner lässt man, um den durch den Reiber hervorgerufenen Widerstand aufzuheben, sich einen Hufeisen-

Figur 77.



andere aber der durch Guttapercha isolierte Draht *R*. Am Fussboden wird der Apparat durch eine 40 kg schwere Linse *X* gehalten, die durch Einschalten eines eisernen Gasrohres *f* durch einen sogen. Karabinerhaken mit dem Woltmannschen Flügel verbunden ist. An einem zweiten, über ihm befindlichen Karabinerhaken ist der Flügel derart befestigt, dass er sich frei in die Stromrichtung stellen kann. Das kegelförmige Steuerruder *C* bewirkt ein hinreichendes Einstellen parallel zu den Wasserfäden des Flusses.

Der Leitungsdraht *R'* führt vom Batteriekästchen *Q* zu dem Haspel *V* (s. Figur 75). Auf der Welle dieses Haspels ist der verzinkte Eisendraht *Z* aufgewickelt, an dessen freiem Ende das Flügelwerk hängt. Mit der Kurbelwelle ist ein Sperrrad nebst Sperrkegel fest vereinigt. Will man nämlich den Flügel in einer gewissen Tiefe festhalten, ohne dass die Linse *X* auf dem Flussbett aufliegt, so verhindert der eingeklinkte Sperrhaken ein zu weit gehendes Ablaufen des Aufhängedrahtes *Z*. Löst man den gedachten Sperrkegel aus und hält die Kurbel mit der Hand entsprechend zurück, so kann man den Flügel langsam so weit hinablassen, bis die Linse den Fussboden berührt. Um die Tiefe des Flügels eintragen zu können, ist die Kurbelwelle mit einer Schraube ohne Ende versehen, die in ein entsprechendes Zahnrad eingreift, mit dessen Achse sich vor einer geteilten Kreisscheibe ein Zeiger bewegt.

magnet um die vertikale Achse drehen; befinden sich dessen Pole gegenüber den entgegengesetzten Polen eines horizontalen Magnetes, so entsteht Anziehung und Einrückung, daher auch Ingangsetzung des Zählwerkes, welches diese Umdrehung verzeichnet.

Erkl. 181. Nach Lapointe kann man das hydraulische Flügelrad in eine cylindrische Röhre einsetzen und sich von demselben die Geschwindigkeit des durchfließenden Wassers angeben lassen. Der Zählapparat kann dann ausserhalb des Wassers stehen und mit dem Rade durch eine stehende Welle in Verbindung gesetzt werden. Figur 78 führt eine ideelle Darstellung des hydrometrischen Flügelrades in einer Röhre vor Augen. Das Flügelrad ACB setzt auch hier mittels Schraube ohne Ende eine Welle DE in Umdrehung. Die letztere ist aber mittels einer Stopfbüchse F aus der Röhre RR , in welcher das zu messende Wasser fließt, in das Gehäuse GH des Zählapparates geführt, dessen innere Einrichtung sehr verschieden sein kann.

Erkl. 182. „Mit Ausnahme der Schwimmer geben alle diese besprochenen Geschwindigkeitsmesser nicht unmittelbar den Wert der Stromgeschwindigkeit an, sondern nur eine numerische Zahl, welche nach einer im voraus nicht genau bekannten Funktion mehr oder weniger abweicht. Mit der Pitotschen Röhre z. B. erhält man eine Anzahl Millimeter, mit Castellis Pendel Winkelgrade, mit Brünings Wage Gramme und mit dem Woltmannschen Flügel eine Anzahl Umdrehungen. Diese Ergebnisse müssen erst einer richtigen Deutung dadurch zugeführt werden, dass man sie in eine Anzahl von Metern pro Sekunde umwandelt. Diese Umwandlung wird Tarierung des Instrumentes genannt.

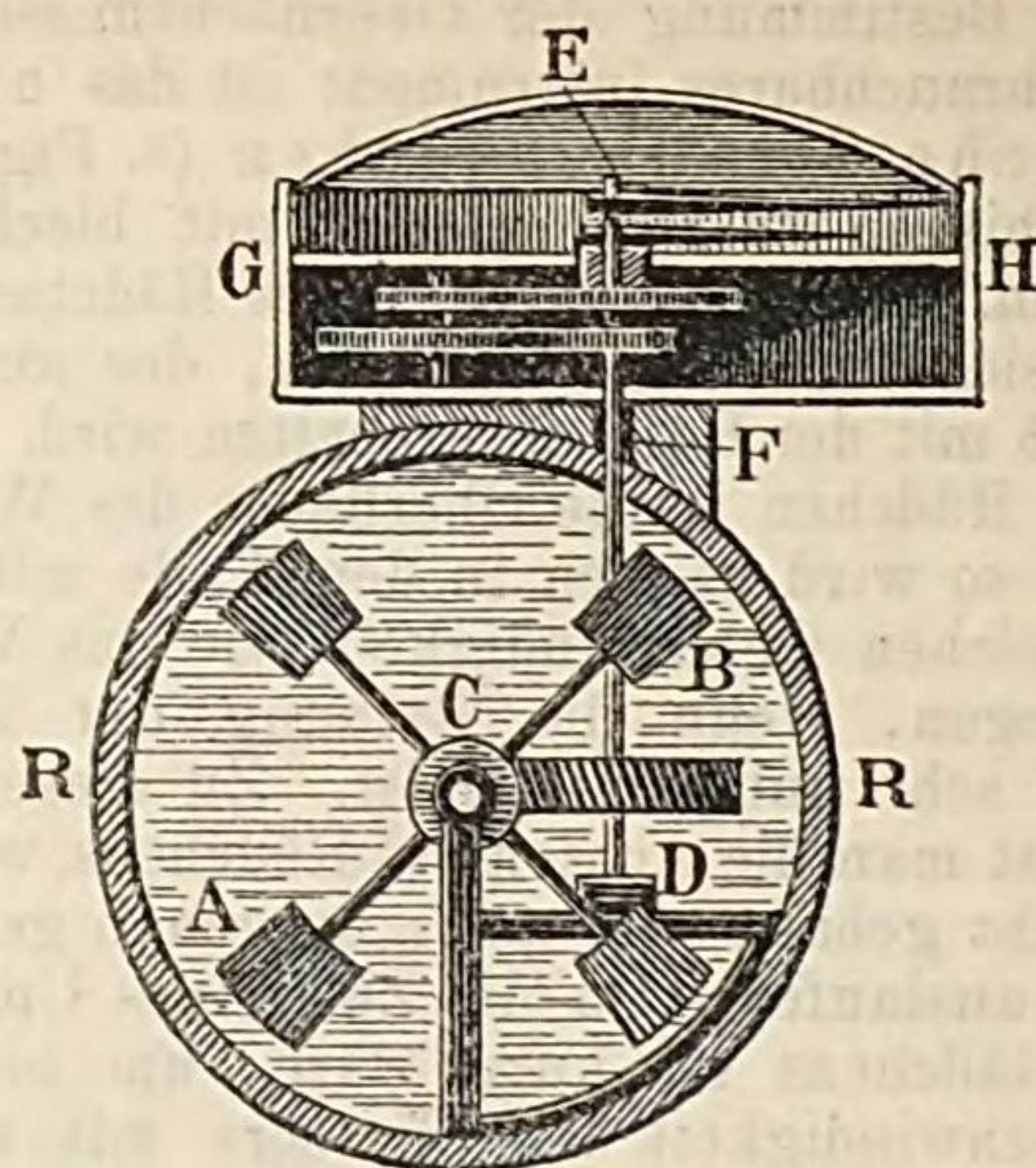
Die stets gleichbleibende Grundregel des Verfahrens hierbei besteht darin, dass man den Apparat dem Einflusse einer Aufeinanderfolge bekannter Geschwindigkeiten aussetzt, die hierbei erhaltenen Daten beobachtet und daraus auf die Geschwindigkeiten zurückschliesst, welche den Ablesungen entsprechen müssen, die sich bei den Versuchen ergeben werden. Das Verzeichnen der bezüglichen Skala kann auf einer mit dem Apparate verbundenen Tafel erfolgen oder durch unmittelbare Eingravierung der Geschwindigkeitszahlen auf das Glas oder Metall des Instrumentes. Es können aber auch die Geschwindigkeiten durch Benutzung von empirischen Formeln gewonnen werden, welche geeignet sind, die Resultate mit genügender Genauigkeit zu geben. Im allgemeinen sind diese Relationen von der Form:

$$v = a + bn$$

worin n die vom Instrumente angezeigte Umdrehungszahl und a, b charakteristische Konstanten bezeichnen, welche für jeden einzelnen Apparat verschieden sind.

Das Mittel, welches zur Anwendung kommt, um auf das Instrument bekannte Geschwindig-

Figur 78.



Beim Gebrauche senkt man das Instrument zunächst so tief ins Wasser, dass die Achse des Flügelrades gerade mit dem Wasserspiegel zusammenfällt, und stellt dabei den erwähnten Zeiger am Registrierapparat auf Null. Senkt man nun durch Drehen der Kurbel den Flügel in die beabsichtigte Tiefe, so kann man diese in Metermass am Zifferblatt ablesen. Hierauf löst man die Sperrklinke aus und lässt das Instrument so tief hinabgehen, bis die Linse X auftritt. Aus der Angabe des Zeigers am Registrierapparat, plus dem Abstand der Flügelachse vom Linsenfusse ($= 0,5$ m), erhält man die Wassertiefe der Beobachtungsstelle.

Beim Niedersinken des Instrumentes läuft das Flügelrad fortwährend um, so dass, weil nach je 100 Touren der Stromschluss oder Kontakt eintritt, Glockensignale erfolgen, die jedoch ihrer Kürze wegen von den lang anhaltenden Signalen recht gut zu unterscheiden sind, welche auftreten, sobald der Linsenfuss das Flussbett erreicht hat. In diesem Augenblick staucht sich die über der Linse befindliche Fortsetzung der Verbindungsteile, zufolge einer Spiralfederanordnung bei f , etwas zusammen, verkürzt sich, worauf sich die betreffenden Teile berühren und den Stromschluss bewirken. Der zugehörige Leitungsdraht ist in beiden Figuren mit h bezeichnet.

Ist der erwähnte Zustand eingetreten, so hebt man die schwere Linse nebst dem Flügelapparat etwas, bis das Schellen aufhört. In dieser Stellung liest man am Zifferblatt eine entsprechende Zahl $= e_0$ von Metern ab, so dass man für die totale Wassertiefe;

$$e = e_0 + 0,5 \text{ m}$$

keiten einwirken zu lassen, besteht in der Benutzung der relativen Bewegung. Mit Hilfe von Repetitionen eines Räderwerkes werden willkürliche, bekannte Winkelgeschwindigkeiten auf einem horizontalen Arme eingezeichnet, der auf einem, den Mittelpunkt eines kreisförmigen Beckens einnehmenden Drehpunkte aufgesetzt ist. Der Indikator wird am äussersten Ende des Armes aufgesetzt und dann derart mit selbem gedreht, dass er von seiten des ruhenden Wassers genau dieselbe Einwirkung erfährt, welcher er in einem Strome fliessenden Wassers ausgesetzt wäre, wenn er selbst sich darin in Ruhe befände.

Es ist unerlässlich, hier zu bemerken, dass diese unbedingt willkürliche Annahme als ungenau erkannt worden ist. Wenn nämlich ein Körper sich in strömendem Wasser eingetaucht befindet, so sind die geradlinigen Wasserfäden genötigt, in einem gewissen Abstände hiervon abzubeugen. Es befindet sich also vor dem Hindernisse eine Masse stagnierenden und kreiselnden Wassers in Form eines Keiles, welchen man Wasserbug, Wasserschnabel nennt. Durch nichts aber ist von vornherein festgestellt, dass die Form dieses Wasserkörpers dieselbe sein müsse, ob nun die Fäden gezwungen sind, von selbst in ihre Bahn abzulenken, oder ob ein Schiff durch seine Eigenbewegung in ruhendem Wasser sie mittels dieses Keiles, den es vor sich treibt, zerteilt. In der Wirklichkeit ist das Entgegengesetzte der Fall, und daraus ergibt sich selbstverständlich eine Verschiedenheit der übertragenen Kräfte. Du Buat hat bewiesen, dass der Widerstand, welcher einer bewegten Fläche durch ein ruhendes Mittel entgegengesetzt wird, beträchtlich kleiner und zwar nach den ausgeführten Versuchen 0,77 mal kleiner ist als die Kraftwirkung, welche eine Strömung von gleicher Geschwindigkeit gegen ein festes Hindernis ausübt.“

(Haton de la Goupillière.)

erhält. Man hebt nun das Instrument noch so weit, bis der Zeiger $10 \text{ cm} = e_1$ markiert, und notiert die korrespondierenden Zeiten t_0 und t_1 der beiden nächsten Signale. Beim zweiten Signal hebt der am Haspel stehende Gehilfe den Flügel durch Drehung der Kurbel um einen konstanten Weg $= w$ (z. B. um 2 Kurbelumdrehungen, die beim Amslerschen Flügel $w = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$ geben) und lässt die Sperrklinke einfallen. Beim Eintritt des nächsten Signales wird wieder die Zeit t_1 notiert und der Flügel um w gehoben u. s. f., bis er 2 bis 3 cm unter dem Wasserspiegel anlangt. Ohne den Flügel aus dem Wasser zu heben, rudert man das Boot auf die nächste Senkrechte (Ordinate) des Querschnitts und wiederholt das Verfahren.

Auf diese Weise erhält man die den Wassertiefen:

$e_1, e_2 = e_1 - w, e_3 = e_1 - 2w \dots e_m = e_1 - mw$
je entsprechende Zeitdauer von 100 Flügelumdrehungen zu

$$T_1 = t_1 - t_0, T_2 = t_2 - t_1, T_3 = t_3 - t_2, \dots \\ T_m = t_m - t_{m-1}$$

woraus sich dann die entsprechenden Wassergeschwindigkeiten berechnen lassen.

d) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 71. Wenn nach Pronys metrischem Doppelmodul (s. Erkl. 126) in 24 Stunden 20 cbm Wasser von einem cylindrischen Ansatz von 2 cm Durchmesser, 1,7 cm Länge und 5 cm mittlerer Druckhöhe geliefert werden, wie gross ist dann hiernach der Ausflusskoeffizient für den cylindrischen Ansatz?

Auflösung. Bezeichnen wir den unbekannten Ausflusskoeffizienten mit x , dann ist nach Gleichung 63) im I. Teil der Hydrodynamik die Ausflussmenge:

$$Q = x f \sqrt{2gh}$$

oder:

$$x = \frac{Q}{f \sqrt{2gh}}$$

oder da 24 Stunden = 86400 Sekunden sind:

$$x = \frac{20000000}{86400 \cdot 3,14 \cdot 44,29 \cdot 2,236}$$

oder:

$$x = 0,7275$$

Aufgabe 72. In einen prismatischen Brunnentrog von 130 cm Länge und 80 cm Breite fliesst in einer halben Stunde so viel Wasser zu, dass dasselbe um 117 cm gestiegen ist. Wie gross ist hiernach die pro Sekunde aus dem Ausflussrohr fliessende Wassermenge?

Auflösung. Nach Antwort auf Frage 93 ist die sekundliche Wassermenge:

$$Q = \frac{Fh}{t}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$Q = \frac{130 \cdot 80 \cdot 117}{1800}$$

oder:

$$Q = 676 \text{ ccm}$$

Aufgabe 73. Um die Ergiebigkeit eines Brunnens zu messen, hat man das Wasser desselben durch einen hydro-metrischen Becher fliessen lassen und gefunden, dass beim Ausfluss durch eine kreisrunde Mündung von 14 mm Durchmesser der Beharrungszustand eintrat, als die Druckhöhe 28,5 cm betrug. Wenn nun im vorliegenden Falle der Ausflusskoeffizient $\mu = 0,615$ beträgt, wie gross ist dann:

a) die sekundlich,

b) die stündlich ausfliessende Wassermenge?

Auflösung. a) Nach Erkl. 129 ist die sekundlich durch den Becher fliessende Wassermenge:

$$Q = \mu F \sqrt{2gh}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte in Centimetern eingesetzt:

$$Q = 0,615 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{1962 \cdot 28,5}$$

oder:

$$Q = 0,615 \cdot 1,5386 \cdot 44,29 \cdot 5,34$$

oder:

$$Q = 227,6 \text{ ccm}$$

b) Da eine Stunde = 3600 Sekunden hat, so ist die stündlich abfliessende Wassermenge:

$$Q = 3600 \cdot 227,6 \text{ ccm}$$

oder:

$$Q = 819,36 \text{ l}$$

Aufgabe 74. Wie gross ist die von einem Kanale pro Sekunde gelieferte, durch einen Ueberfall gemessene Wassermenge, wenn die Breite des Ueberfalles 1,5 m, die Druckhöhe $h = 0,2 \text{ m}$ und $\mu = 0,420$ beträgt?

Auflösung. Nach Antwort auf Frage 94 ist die sekundliche Wassermenge:

$$Q = \mu F \sqrt{2gh}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$Q = 0,42 \cdot 1,5 \cdot 0,2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,2}$$

oder:

$$Q = 0,25 \text{ cbm} = 250 \text{ l}$$

Aufgabe 75. Um das in einem 90 cm weiten Gerinne zufließende Wasser zu messen, hat man in dasselbe eine dünne Spundwand eingesetzt, in welcher sich eine rechteckige Öffnung von 60 cm horizontaler Breite und 30 cm Höhe befindet. Nachdem die höchste Anstauung, sowie überhaupt der Beharrungszustand des ausfließenden Wassers eingetreten war, stand der Spiegel, in einiger Entfernung von der Spundwand aufwärts gemessen, um 67,5 cm über der Sohle und um 22,5 cm über dem oberen Rande der Öffnung. Wie gross ist hiernach die pro Sekunde abfließende Wassermenge, wenn $\mu = 0,633$ zu setzen ist?

Auflösung. Nach Antwort auf Frage 98 ist die sekundliche Wassermenge:

$$Q = \mu b (H - h) \sqrt{2g \cdot \frac{H + h}{2}}$$

oder da:

$$\mu = 0,633$$

$$b = 60 \text{ cm}$$

$$(H - h) = 30 \text{ cm}$$

$$\sqrt{2g} = \sqrt{1962} = 44,29 \text{ cm}$$

und

$$\frac{H + h}{2} = \frac{52,5 + 22,5}{2} = 37,5$$

beträgt, so ist:

$$Q = 0,633 \cdot 60 \cdot 30 \cdot 44,29 \sqrt{37,5}$$

$$\log 0,633 = 0,80140 - 1$$

$$+ \log 60 = 1,77815$$

$$+ \log 30 = 1,47712$$

$$+ \log 44,29 = 1,64631$$

$$+ \log \sqrt{37,5} = 0,78701$$

$$\log Q = 5,48999$$

mithin:

$$Q = 309000 \text{ ccm oder } 309 \text{ l}$$

Aufgabe 76. Um die Wassermenge zu finden, welche ein Gerinne AB (siehe Figur 47) fortführt, hat man ein scharfkantiges Brett CD in dasselbe eingesetzt und dadurch einen Ausfluss unter Wasser hergestellt. Wenn die Weite der Mündung oder des Gerinnes:

$$b = 1 \text{ m}$$

die Öffnungshöhe oder der Abstand CE der Brettkante C vom Gerinneboden:

$$a = 15 \text{ cm}$$

der Stand des Zeigers Z auf der Seite des Oberwassers:

$$h_1 = 14,5 \text{ cm}$$

und der Stand des Zeigers Z_1 über dem Unterwasser:

$$h_2 = 32 \text{ cm}$$

beträgt, wie gross ist dann die sekundlich abfließende Wassermenge?

Auflösung. Nach Antwort auf Frage 101 ist die sekundlich abfließende Wassermenge:

$$Q = \mu a b \sqrt{2gh}$$

Nun ist nach Erkl. 134 für eine Öffnung mit scharfer Mündungskante:

$$\mu = 0,462$$

ferner ist die Druckhöhe:

$$h = h_2 - h_1$$

oder:

$$h = 32 - 14,5 = 17,5 \text{ cm}$$

und demnach ist:

$$Q = 0,462 \cdot 15 \cdot 100 \cdot 44,29 \sqrt{17,5}$$

oder:

$$\log Q = \log 0,462 = 0,66464$$

$$+ \log 1500 = 3,17609$$

$$+ \log 44,29 = 1,64631$$

$$+ \log \sqrt{17,5} = 0,62152$$

$$\log Q = 5,10856$$

mithin:

$$Q = 128400 \text{ ccm oder } 128,4 \text{ l}$$

Aufgabe 77. Um das zum Umtriebe eines Wasserrades zu benutzende Wasser eines Baches zu messen, hat man dasselbe durch eine Spundwand eingedämmt und nach Oeffnung der rechteckigen Mündung in derselben folgendes beobachtet: anfängliche Druckhöhe 0,6 m, nach 30 Sekunden 0,55 m, nach 60 Sek. 0,48 m, nach 90 Sek. 0,40 m, nach 120 Sek. 0,34 m, nach 150 Sek. 0,30 m und nach 180 Sek. 0,27 m. Die Breite der Oeffnung beträgt 0,5 m und die Höhe derselben 0,15. Die Zeit, welche zum Zurücksteigen des Wassers auf die erste Höhe bei verschlossener Oeffnung nötig ist, beträgt 120 Sekunden.

a) Wie gross ist die mittlere Ausflussgeschwindigkeit v ?

b) Wie gross ist die Ausflussmenge in 3 Minuten?

c) Wie gross ist die gesuchte sekundliche Zuflussmenge unter der Annahme, dass der Ausflusskoeffizient $\mu = 0,60$ beträgt?

Auflösung. Die Auflösung ergibt sich aus der Antwort auf Frage 111. Dabei ist aber zu berücksichtigen, dass in der Formel für v der Faktor vor der Klammer nicht wie bei 4 gemessenen abnehmenden Höhen:

$$\frac{1}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}$$

sondern im vorliegenden Falle bei 6 ausser der Anfangshöhe gemessenen Höhen:

$$\frac{1}{6 \cdot 3} = \frac{1}{18} \sqrt{2g}$$

beträgt. Demnach ist

$$a) \quad v = \frac{1}{18} \sqrt{2 \cdot 9,81} (\sqrt{0,6} + 4 \cdot \sqrt{0,55} + 2 \sqrt{0,48} + 4 \sqrt{0,40} + 2 \cdot \sqrt{0,34} + 4 \cdot \sqrt{0,30} + \sqrt{0,27})$$

oder:

$$v = \frac{4,429}{18} (0,7746 + 4 \cdot 0,7416 + 2 \cdot 0,6928 + 4 \cdot 0,6325 + 2 \cdot 0,5827 + 4 \cdot 0,5477 + 0,5196)$$

oder:

$$v = 0,246 (0,7746 + 2,9664 + 1,3856 + 2,5300 + 1,1654 + 2,1908 + 0,5196)$$

oder:

$$v = 0,246 \cdot 11,5324$$

oder:

$$v = 2,837 \text{ m}$$

b) Die Ausflussmenge:

$$V = \mu F t v$$

beträgt für 3 Minuten:

$$V = 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,15 \cdot 180 \cdot 2,837$$

oder:

$$V = 22,98 \text{ cbm}$$

und demnach ist

c) die sekundliche Zuflussmenge:

$$Q = \frac{V}{t + t_1} = \frac{22,98}{180 + 120} = 0,0766 \text{ cbm}$$

oder:

$$Q = 76,6 \text{ l}$$

Aufgabe 78. An einer ziemlich geraden und unveränderlichen Strecke eines Stromes hat man folgende Abmessungen gemacht:

fünf Breitenteile von je
11,3 22,6 22,6 22,6 und 11,3 m
die Tiefen in den Mitten dieser Breiten:
0,63 1,72 2,67 2,51 und 0,94 m
und die mittleren Geschwindigkeiten dazu:
0,44 0,93 1,19 1,11 und 0,50 m

Wie gross ist

- a) der Inhalt des Querprofils,
- b) die sekundlich abfliessende Wassermenge und
- c) die mittlere Geschwindigkeit?

Auflösung. Nach Erkl. 145 ist

a) der Inhalt des Querprofils:

$$F = 11,3 \cdot 0,63 + 22,6 \cdot 1,72 + 22,6 \cdot 2,67 + 22,6 \cdot 2,51 + 11,3 \cdot 0,94$$

oder:

$$F = 7,12 + 38,87 + 60,34 + 56,73 + 10,62$$

oder:

$$F = 173,68 \text{ m}^2$$

b) Die sekundlich abfliessende Wassermenge ist:

$$Q = 7,12 \cdot 0,44 + 38,87 \cdot 0,93 + 60,34 \cdot 1,19 + 56,73 \cdot 1,11 + 10,62 \cdot 0,50$$

oder:

$$Q = 3,13 + 36,15 + 71,80 + 62,97 + 5,31$$

oder:

$$Q = 179,36 \text{ cbm}$$

c) Die mittlere Geschwindigkeit ist hier-
nach:

$$c = \frac{179,36}{173,68} = 1,03 \text{ m}$$

Aufgabe 79. Man will mittels der Schwimmkugel die Geschwindigkeit eines Flusswassers ermitteln. Es sei die Entfernung der zwei abgesteckten Profile AB (siehe Figur 58) 188,4 m. Die Zeit, um welche die Kugel durch das erste Profil ging, war 8 Uhr 6 Min. 13 Sek. und die Zeit, wann sie durch das zweite Profil ging, 8 Uhr 9 Min. 54 Sek. Wie gross ist die Geschwindigkeit c ?

Auflösung. Die Kugel braucht von einem Profil zum andern:

$$\begin{array}{r} 8 \text{ Stunden } 9 \text{ Min. } 54 \text{ Sek.} \\ - 8 \quad \quad \quad 6 \quad \quad 13 \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad \quad 3 \text{ Min. } 41 \text{ Sek.} \end{array}$$

oder: 221 Sek.

Demnach ist die Geschwindigkeit:

$$c = \frac{188,4}{221}$$

oder:

$$c = 0,85 \text{ m}$$

Aufgabe 80. In einer Pitotschen Röhre steigt das Wasser durch die Stromgeschwindigkeit 72 cm hoch über den Wasserspiegel, wie gross ist

- a) nach du Buat,
- b) nach Weisbach die dementsprechende Geschwindigkeit? (Siehe S. 107.)

Auflösung. a) Nach du Buat ist:

$$v = 3,62 \sqrt{0,72} = 3,07 \text{ m}$$

b) Nach Weisbach ist:

$$v = 3,545 \sqrt{0,72} = 3,01 \text{ m}$$

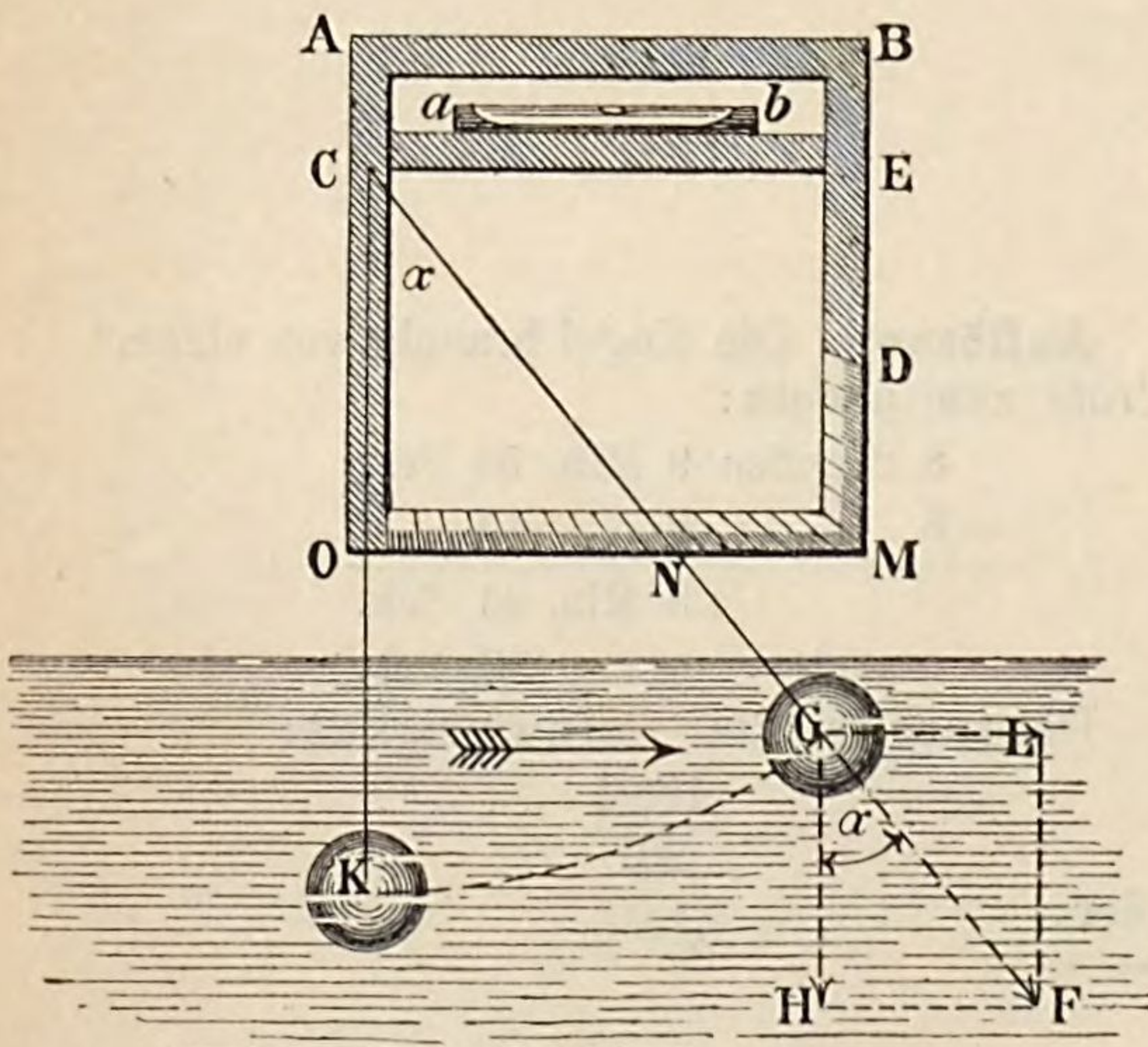
Aufgabe 81. Wenn die Elfenbeinkugel eines Stromquadranten (s. Fig. 68) 4 cm Durchmesser hat und in den Stromstrich eines Flusses gebracht um einen Winkel von 40° aus ihrer lotrechten Richtung abgelenkt wird, wie gross ist dann:

a) die Stromgeschwindigkeit, wenn das spez. Gewicht der Elfenbeinkugel $\gamma = 1,92$ beträgt?

b) Wie gross ist die Geschwindigkeit an einer anderen Stelle des fliessenden Wassers, wo dieselbe Kugel eine Ablenkung von nur 20° erfährt?

c) Um wieviel Grad würde in beiden Fällen eine Messingkugel von 3 cm Durchmesser und dem spez. Gewicht $\gamma = 8,5$ aus ihrer lotrechten Stellung abgelenkt werden?

Figur 78a.



Auflösung. a) Nach Antwort auf Frage 136 ist die Stromgeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\mu F}}$$

Nun ist das Volumen einer Kugel:

$$V = \frac{4}{3} r^3 \pi$$

folglich deren Gewicht:

$$G_1 = \frac{4}{3} r^3 \pi \gamma$$

und deren Gewicht im Wasser:

$$G = \frac{4}{3} r^3 \pi (\gamma - 1)$$

wenn das spez. Gewicht des Wassers zu Eins angenommen wird.

Für den vorliegenden Fall ist demnach:

$$G = \frac{4}{3} \cdot 2^3 \cdot 3,14 \cdot 0,92 = 30,8 \text{ g}$$

ferner ist der Kugelquerschnitt:

$$F = r^2 \pi$$

oder:

$$F = 2^2 \cdot 3,14 = 12,56 \text{ cm}^2$$

und demnach erhält man für:

$$v = \sqrt{\frac{30,8 \cdot \operatorname{tg} 40^\circ}{0,7886 \cdot 12,56}}$$

oder:

$$v = 1,616 \text{ m}$$

b) Für einen Ablenkungswinkel von 20° erhält man die Geschwindigkeit nach Erkl. 167 nach der Proportion:

$$1,616 : x = \sqrt{\operatorname{tg} 40^\circ} : \sqrt{\operatorname{tg} 20^\circ}$$

oder:

$$1,616 : x = 0,916 : 0,6033$$

oder:

$$x = 1,06 \text{ m}$$

c) Für eine Messingkugel von 3 cm Durchmesser ist das Gewicht im Wasser:

$$G = \frac{4}{3} \cdot 1,5^3 \cdot 3,14 (8,5 - 1) = 106 \text{ g}$$

und

$$F = 1,5^2 \cdot 3,14 = 7,065$$

Aus der unter a) benutzten Formel erhält man für:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu F v^2}{G}$$

oder hier:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,7886 \cdot 7,065 \cdot 1,616^2}{106}$$

wonach:

$$\alpha = 70^\circ 50'$$

d) In analoger Weise erhält man für 1,06 m Geschwindigkeit:

$$\alpha = 30^\circ 22'$$

Aufgabe 82. Es soll mittels Michellottis hydraulischer Schnellwage (siehe Figur 69) die Geschwindigkeit eines Flusses ermittelt werden.

a) Wie gross wird dieselbe sein, wenn die Stossfläche $F' = 38$ zu 27 cm und deren Hebelarm (d. h. die Entfernung ihres Mittelpunktes vom Drehpunkte C des Hebels) 108 cm beträgt, während das Laufgewicht $G = 1$ kg zur Herstellung des Gleichgewichts 32 cm von demselben Drehpunkte C entfernt werden muss?

b) Wenn an einer anderen Stelle des Flusses die Stromgeschwindigkeit einen Meter beträgt, in welche Entfernung vom Stützpunkt C muss dann das Laufgewicht gehängt werden?

(Nach Erkl. 231 beträgt die durch Versuche bestimmte Grösse: $\mu = 1,86$.)

Auflösung. a) Nach Antwort auf Frage 138 ist die Stromgeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{a G}{\mu b F}}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$v = \sqrt{\frac{0,32 \cdot 1}{1,86 \cdot 1,08 \cdot 0,38 \cdot 0,27}}$$

oder:

$$v = 1,246 \text{ m}$$

b) Aus derselben Formel erhält man für:

$$a = \frac{v^2 \mu b F}{G}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$a = \frac{1 \cdot 1,86 \cdot 1,08 \cdot 0,1026}{1}$$

oder:

$$a = 0,2061 \text{ m oder } 20,6 \text{ cm}$$

Aufgabe 83. Wenn bei einem Flügelrad:

$$v_0 = 0,03 \text{ m, } \alpha = 0,15 \text{ und } \beta = 0$$

ist und man hat bei einer Beobachtung in einer Zeit von 80 Sekunden eine Umdrehungszahl von 210 gefunden, wie gross ist dann die entsprechende Geschwindigkeit des Wassers?

Auflösung. Nach der Erkl. 176 ist, wenn $\beta = 0$:

$$v = v_0 + \alpha u$$

die Umdrehungszahl:

$$u = \frac{210}{80} = 2,625$$

also ist die Geschwindigkeit des Wassers:

$$v = 0,03 + 0,15 \cdot 2,625$$

oder:

$$v = 0,03 + 0,394$$

oder:

$$v = 0,424$$

e) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 84. In eine ausgemauerte cylindrische Zisterne, welche zur Aufnahme eines Gasometers bestimmt ist, leitet man durch ein kleines Gerinne Wasser. Wie gross ist die sekundlich zufließende Wassermenge, wenn das Wasser nach 21 Stunden 48 Min. und 20 Sekunden genau um 1,5 m gestiegen ist und der Durchmesser der Zisterne 10 m beträgt?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 72.

Aufgabe 85. Wenn bei einem hydro-metrischen Becher im Zustande der Behar-rung durch eine kreisrunde Oeffnung von 2 cm Durchmesser, deren Ausflusskoeffizient 0,630 beträgt, in 16 Minuten 40 Sekunden 438 l Wasser abgeflossen sind, wie gross wird dann die im Wasserstandsglase beobachtete Druckhöhe gewesen sein?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt nach der in Aufgabe 73 benutzten Gleichung, wonach:

$$h = \frac{Q^2}{\mu^2 f^2 \cdot 2g}$$

ist.

Aufgabe 86. Wie gross ist die von einem Kanale per Sekunde gelieferte, durch einen Ueberfall gemessene Wassermenge, wenn die Breite des Ueberfalles 1,8 m, die Druckhöhe 0,3 m und $\mu = 0,470$ beträgt?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 74.

Aufgabe 87. Um den Wasserzufluss eines Baches zu ermitteln, hat man denselben durch einen Einbau abgeschlossen, in dessen Mitte eine Schützenöffnung von 1,2 m Breite einen Meter hoch aufgezogen ist, wobei der Wasserspiegel unveränderlich in 0,5 m Höhe über der oberen Schwelle der Oeffnung stehen bleibt. Wie gross ist die Wassermenge, welche der Bach in einer Sekunde abführt, wenn $\mu = 0,625$ beträgt?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 75.

Aufgabe 88. Wieviel Wasser fliesst durch ein Gerinne von $b = 90$ cm Breite, wenn in dasselbe ein Brett so eingesetzt ist, dass dessen nach einem Viertelkreis abgerundete untere Kante 60 cm vom Gerinneboden absteht, während

a) der Oberwasserspiegel 60, der des Unterwassers 30 cm über dieser Kante liegt?

b) der Unterwasserspiegel in gleicher Höhe mit der Mündungskante liegt?

Andeutung. Die Auflösung a) erfolgt analog der gelösten Aufgabe 76 nach der Formel:

$$Q = \mu ab \sqrt{2gh}$$

Für μ ist nach Erkl. 134 in diesem Falle $= 0,717$ zu setzen.

Die Auflösung von b) ergibt sich aus Erkl. 134 auf weniger genauen, sowie genauem Wert.

Aufgabe 89. Zur Ermittlung des Nutzeffektes einer Turbine wurde das von derselben konsumierte Wasser dadurch bestimmt, dass man in dem 5 m breiten Unterkanale einen senkrechten Ueberfall von 42 cm Höhe herstellte und das von der Turbine abfließende Wasser der ganzen Breite nach über denselben abfallen liess. Die Höhe des noch ungesenkten Wasserspiegels betrug im Beharrungszustande 16 cm über der abgeschrägten Kante der Schwelle; das Wasser bildete einen freien Ueberfall.

Andeutung. Die Auflösung erfolgt nach der Formel:

$$Q = \mu ab \sqrt{2gh}$$

in welche man die gegebenen Zahlenwerte und für $\mu = 0,435$ einzusetzen hat.

Aufgabe 90. Um das zum Betriebe eines Mühlwerks zur Verfügung stehende Wasser eines Flussarmes zu messen, hat man in demselben eine Spundwand eingebaut und nach Oeffnung der rechteckigen Mündung von 1 m Breite bis auf 56 cm Höhe eine anfängliche Druckhöhe von 50 cm beobachtet, welche nach Verlauf von je 1 Minute herabsank auf $h_1 = 45$, $h_2 = 38$, $h_3 = 28$ und $h_4 = 14$ cm. Die Zeit, welche zum Zurücksteigen des Wassers auf seine anfängliche Höhe bei verschlossener Oeffnung erforderlich war, betrug 2 Minuten 45 Sekunden.

Wie gross ist

- die mittlere Ausflussgeschwindigkeit,
- die Ausflussmenge während der Beobachtungszeit und
- die sekundliche Zuflussmenge, wenn $\mu = 0,635$ beträgt?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 77, nach der Formel:

$$v = \frac{1}{12} \sqrt{2g} (\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$$

u. s. w.

Aufgabe 91. An einer ziemlich geraden und unveränderlichen Flussstrecke hat man folgendes gefunden:

fünf Breitenteile von je

2 3,5 4,5 4 und 2,5 m

die Tiefen in den Mitten dieser Breitenteile:

0,9 1,6 2,5 2,2 und 1,1 m

und die mittleren Geschwindigkeiten:

0,6 0,8 0,85 0,82 0,7 m

Wie gross ist

- der Inhalt des Querprofils,
- das sekundlich abfließende Wasservolumen,
- die mittlere Geschwindigkeit desselben?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 78.

Aufgabe 92. Wenn ein Schwimmer in 162 Sekunden 120 m durchläuft, wie gross ist dann die Stromgeschwindigkeit?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 79.

Aufgabe 93. Wenn die Elbe im ungeteilten Strome oberhalb Hamburg eine mittlere Geschwindigkeit von 68 cm besitzt, wie hoch wird dann das Wasser in einer dort eingesenkten Pitotschen Röhre:

- nach du Buats,
- nach Weisbachs Formel steigen?

Andeutung. Siehe die Lösung der Aufgabe 80. Nach du Buat ist:

$$h = \left(\frac{v}{3,62} \right)^2$$

und nach Weisbach ist:

$$h = \left(\frac{v}{3,545} \right)^2$$

Aufgabe 94. Wenn eine eiserne Kugel von 10 cm Durchmesser ($\gamma = 7,5$) an einem Stromquadranten befindlich in den Rheinstrom bei Basel eingesenkt einen Ausschlag von $8^\circ 18'$ giebt,

a) wie gross ist dann an der betreffenden Stelle die Stromgeschwindigkeit?

b) Um wieviel würde dieselbe Kugel in der Weser bei Hameln abgelenkt werden, wenn dort die Stromgeschwindigkeit 1,65 m beträgt?

c) Wie gross würde in beiden Fällen die Ablenkung einer Bleikugel von 6 cm Durchmesser und $\gamma = 11,35$ spez. Gewicht sein?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 81.

Aufgabe 95. Auf die Stossfläche von 30×42 cm einer hydraulischen Schnellwage wirkt die Kraft eines fliessenden Gewässers derart, dass das Laufgewicht von 800 g in 45 cm Entfernung vom Stützpunkt aufgehängt werden muss, während der Hebelarm der Stossfläche 1,5 m beträgt.

a) Wie gross ist die Stromgeschwindigkeit?

b) Wie muss die Stange, an welcher sich die Stossfläche befindet, gestellt werden, wenn das Laufgewicht nicht verschoben werden soll, aber die Geschwindigkeit an einer andern Stelle nur 75 cm beträgt?

c) Wo würde unter sonst gleichen Verhältnissen ein Laufgewicht von 1 kg aufzuhängen sein?

Andeutung. Die Auflösung a) erfolgt analog der gelösten Aufgabe 82.

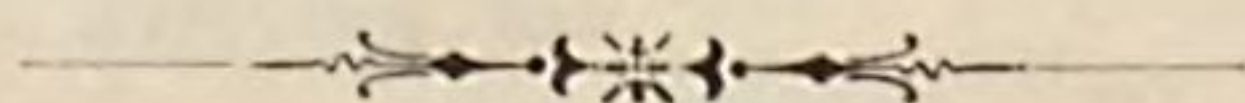
$$b) \quad b = \frac{aG}{\mu F'v^2}$$

c) Kraftmoment = Lastmoment.

Aufgabe 96. Wenn bei einem Flügelrade die Geschwindigkeit des Wassers von 61 cm sekundlich 3,142 Umdrehungen verursacht und die Geschwindigkeit, bei welcher das Wasser nicht mehr im stande ist, die Flügel in Umdrehung zu versetzen, $v_0 = 0,053$ beträgt, wie gross ist dann der Koeffizient α ?

Andeutung. Siehe Lösung der Aufgabe 83.

$$\alpha = \frac{v - v_0}{u}$$



B. Von dem durch Wasser ausgeübtem Stosse und Widerstande.

Anmerkung 6. Wenn wir in der Hydrodynamik flüssige und feste Körper zu einander in Beziehung bringen, so kann es sich nur um die Fälle handeln, wo der eine der beiden erwähnten Körper in Bewegung, der andere aber in Ruhe ist, oder auch, wo beide sich in Bewegung befinden. In den meisten Fällen der Praxis bildet der feste Körper einen Teil eines hydraulischen Motors, welcher als solcher eine eigene Bewegung besitzt, die man der Einfachheit wegen als eine Fortschiebung ansehen kann. Wie jede Bewegung, so lässt sich auch diese nach dem Parallelogrammgesetz immer nach zwei Richtungen zerlegen, deren eine zur gestossenen Ebene normal, deren andere aber in der Ebene selbst gelegen ist und ohne Einfluss auf die Flüssigkeit ist.

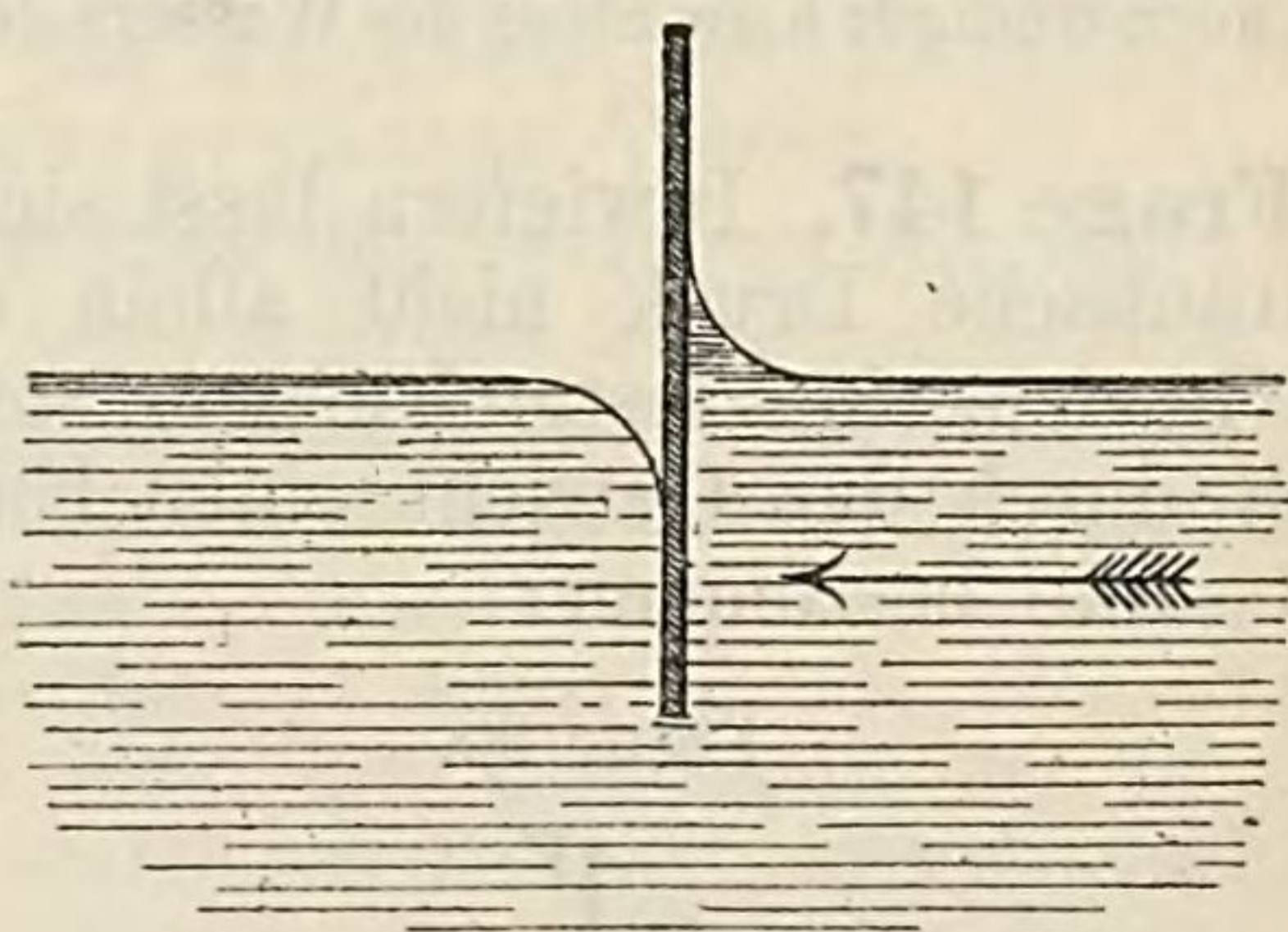
Betrachten wir den festen Körper als ruhend, die Flüssigkeit aber als bewegt, so bezeichnet man die Wirkung der letzteren auf den ersteren gewöhnlich als Stoss oder unter Umständen auch, z. B. beim Ausfluss aus verhältnismässig engen Röhren, als Reaktion der Flüssigkeit. Wird dagegen die Flüssigkeit als ruhend und der Körper als bewegt angesehen, so heisst die Wirkung der Flüssigkeit in diesem Falle ihr Widerstand. Sind beide Körper, der feste sowohl als der flüssige, in Bewegung, so treten auch beide Erscheinungen, die des Stosses als auch die des Widerstandes, zugleich auf. Von dem Stosse ist der Widerstand, welchen die Flüssigkeit der Bewegung eines Körpers entgegensetzt, wesentlich nicht verschieden.

Dadurch, dass ein ruhender Körper einer bewegten Flüssigkeit so ausgesetzt oder ein Körper in einer ruhenden Flüssigkeit so bewegt wird, dass die Wasserteilchen entgegen ihrem Beharrungsvermögen eine Veränderung ihrer Richtung und Geschwindigkeit erfahren, so dass sie sich in krummen Linien um den ihnen entgegenstehenden festen Körper bewegen müssen, werden drückende Kräfte oder auch Pressungen auf den Körper ausgeübt, deren Resultante, hydraulischer oder dynamischer Druck des Wassers genannt, das Mass für den Stoss oder Widerstand, oder die Reaktion der Flüssigkeit bildet.

Wenn der feste Körper nur zum Teil in eine unzusammendrückbare Flüssigkeit eingetaucht ist, so hat der vermehrte hydraulische Druck auf die vordere eingetauchte Fläche des Körpers zur Folge, dass sich die Flüssigkeit an dieser Fläche über das Niveau der umgebenden Masse erhebt, während der verminderte Druck auf die hintere Fläche des Körpers eine Senkung des Flüssigkeitsspiegels an dieser Stelle zur Folge hat. Eine solche, durch den hydraulischen Druck erzeugte Aufstauung resp. Senkung entsteht z. B., wenn man ein Brett rechtwinklig zur Stromrichtung in fliessendes Wasser taucht oder in ruhendem Wasser fortbewegt.

Insbesondere zeigt sich die Kraft des Stosses und Widerstandes bei flüssigen Körpern, indem dieselben mit einer unglaublichen Gewalt einem gegen sie gerichteten Stosse widerstehen und die Wirkungen desselben durch ihre Masse den einschliessenden Wandungen mitteilen. So kann man eine Degenklinge durch einen heftigen Schlag mit ihrer Fläche gegen das Wasser zersprengen; eine gegen die Wasseroberfläche geschossene Bleikugel wird platt gedrückt, die schwersten Geschützkugeln rikoschettieren auf dem Wasser 6- bis 12 mal und eine im Wasser zerspringende Bombe erzeugt eine erdbebenähnliche Erschütterung. Auch der Funke einer elektrischen Batterie, durch Wasser in gläserne Röhren geleitet, zersprengt diese. Nimmt man ein Reagensgläschen von 5 bis 8 cm Höhe und 3 cm Weite, und senkt in dasselbe eine Glathräne, die man durch Abbrechen ihrer Spitze zersprengt, so wird das

Figur 79.



Glas unversehrt bleiben, wenn die Glasthräne seine Wandungen nicht berührte. Wiederholt man denselben Versuch, nachdem das Glas mit Wasser gefüllt worden ist, so wird das Glas in viele Splitter zerspringen.

1) Ueber den Stoss des bewegten Wassers.

a) Stoss des Wassers im allgemeinen.

Frage 145. Wodurch unterscheidet sich der Stoss des Wassers gegen einen festen Körper von dem Stoss, welcher zwischen festen Körpern unter sich stattfinden kann?

Erkl. 183. Die Theorie des Stosses einer bewegten Wassermasse gegen irgend einen gegebenen Körper kann in ihren ersten Elementen keine andere sein als die vom Stoss fester Körper, d. h. die dadurch erzeugte Geschwindigkeit ist dem Produkte aus der Geschwindigkeit in die Masse des bewegten Wassers, auf beide nach dem Stoss bewegte Massen verteilt, proportional, oder:

$$V = \frac{MC}{M+m}$$

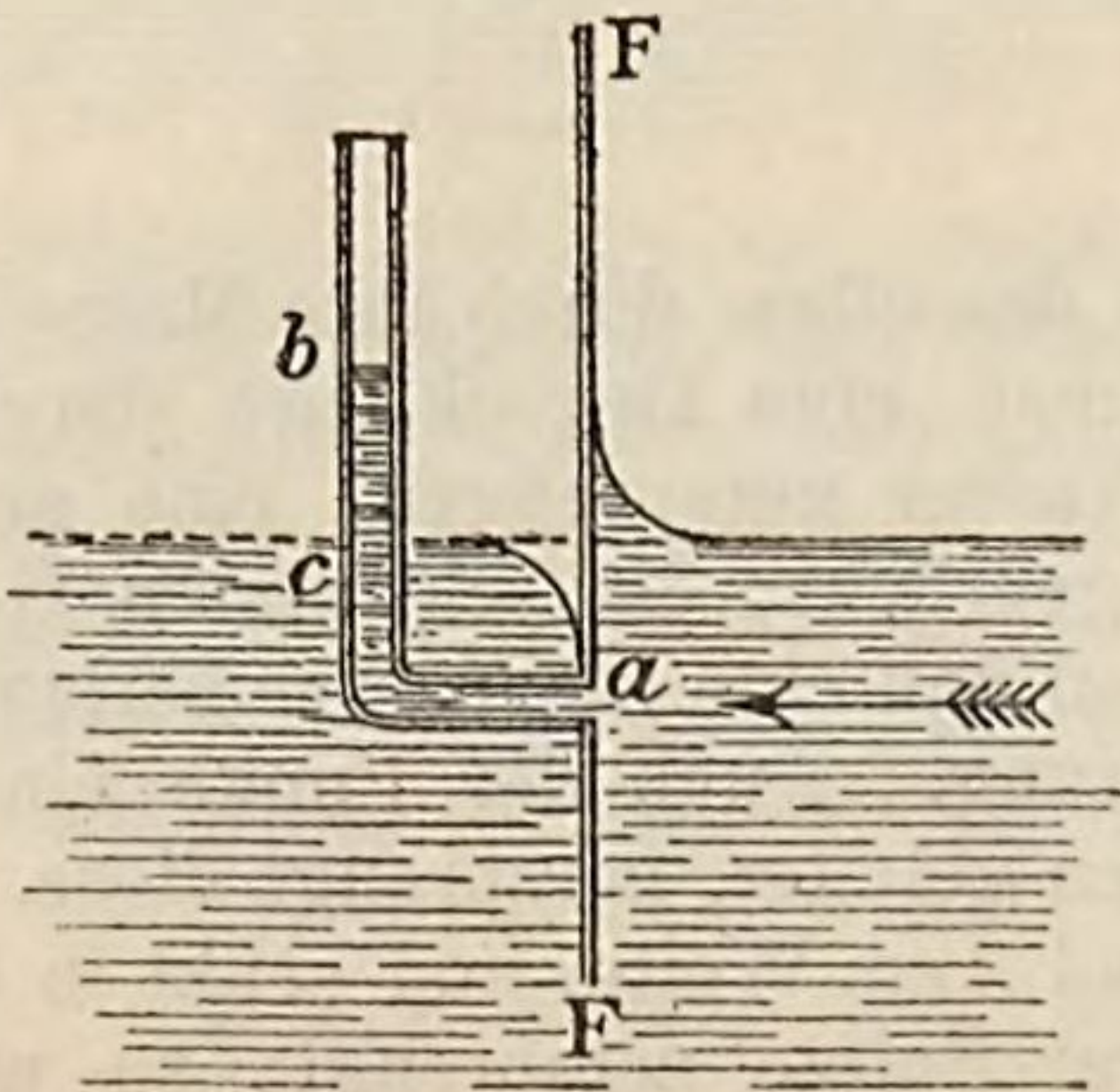
die durch den Stoss erzeugte Kraft aber dem Quadrat der Geschwindigkeit.

Frage 146. In welcher Weise lässt sich daher auch die Kraft, mit welcher bewegtes Wasser gegen eine ruhende Fläche stösst, jederzeit messen?

Erkl. 184. So einfach die Lehre vom Stoss fester Körper ist, so viel Schwierigkeiten bietet die Lehre vom Stoss flüssiger Körper, und wenn schon bei der Bewegung des Wassers keine ganz zureichenden Resultate erhalten werden, so ist dies noch weniger beim Stoss des Wassers der Fall.

Frage 147. Inwiefern lässt sich der hydraulische Druck nicht allein durch das Gewicht eines festen Körpers, sondern auch durch das Gewicht einer Flüssigkeitssäule bestimmen?

Figur 80.



Antwort. Stossen zwei feste Körper gegen einander, so ist bei diesen die Wirkung des Stosses in einer überaus kurzen Zeit vollendet (siehe R. Klimpert, Lehrbuch über die Perkussion), während bei dem Stosse flüssiger Massen gegen feste Körper letztere durch die immer von neuem herandrängenden Flüssigkeitsteilchen ununterbrochen gedrückt werden, ähnlich wie eine gespannte Feder gegen ein Hindernis oder ein ruhender Körper ununterbrochen gegen seine Unterlage drückt.

Antwort. Wird eine Fläche von fließendem Wasser gestossen, so lässt sich allemal ein Gewicht angeben, welches mittels eines Fadens über einer Rolle die Fläche nach entgegengesetzter Richtung des strömenden Wassers zu ziehen und mit dem fortwährenden Stosse desselben im Gleichgewicht zu erhalten vermag.

Antwort. Wenn an der vom Wasser gestossenen Fläche F eine Oeffnung a angebracht und in diese eine knieförmig nach oben gebogene Glasröhre abc eingekittet ist, so wird durch den hydraulischen Druck die Flüssigkeit in dem Rohre zu einer entsprechenden Höhe $bc = h$ emporgetrieben werden, so dass das Gewicht der Flüssigkeitssäule bc dem Drucke des gegen die Oeffnung a fließenden Wassers das Gleichgewicht hält.

Frage 148. Wie lässt sich hier- nach der Druck gegen irgend eine be- liebige ebene Fläche leicht berechnen?

Erkl. 185. Die Erfahrung zeigt, dass das Wasser, wenn es auf eine vollkommen glatte Fläche trifft, nicht, wie es bei einem festen elastischen Körper geschehen würde, unter einem Reflexionswinkel, der mehr oder weniger dem Einfallswinkel gleich ist, zurückspringt, sondern dass es sich im Gegenteil, nach voll- ständiger Zerstörung des Strahles, tangential ausbreitet.

Erkl. 186. Eine ebene Fläche von verhältnis- mässig geringer Ausdehnung, z. B. eine Schaufel, in einem Flusse senkrecht gegen die Strömung eingetaucht, lässt sich als ein Flächenelement ansehen, welches von einem stossenden Wasser- strahl umgeben ist. Der Druck des Wassers auf eine solche eingetauchte Fläche wird daher gefunden, wenn man ihren Flächeninhalt mit der Geschwindigkeit des Stromes an dieser Stelle multipliziert und das Gewicht eines Wasser- körpers von diesem Rauminhalte bestimmt.

Frage 149. Bei den Untersuchungen über den Stoss des Wassers sind welche Unterscheidungen festzustellen?

Erkl. 187. Der Stoss flüssiger Körper macht sich besonders in luftleeren Räumen bemerk- lich, wo die Flüssigkeiten mit einem harten Klang und mit grosser Gewalt gegen die Ge- fässwände anschlagen. Dies zeigt sich z. B. beim Schlagen des Quecksilbers gegen die obere Wandung der Barometerröhre, oder beim Stoss des Wassers in Wollastons Kryophor. Kehrt man diese Apparate schnell um, so kann dadurch das Zerbrechen derselben veranlasst werden.

Erkl. 188. Beim Stoss des Wassers gegen irgend eine Fläche macht es einen bedeutenden Unterschied, ob der stossende Wasserstrahl sich frei oder zwischen Begrenzungen bewegt, ob diese Begrenzung aus festen Körpern, wie bei einem Gerinne, oder aus einer gleichfalls be- wegten Wassermasse, wie bei den Schaufeln der Schiffsmühlen, besteht. Noch wichtiger ist der Umstand, dass die getroffenen Körper theils selbst in Bewegung sind, wodurch dann die Geschwindigkeit des bewegten Wassers nicht ganz, sondern nur zum Theil aufgehoben wird, theils aber sich in Ruhe befinden, wobei es dann wieder einen grossen Unterschied macht, ob ihre Fläche grösser ist als der Querschnitt des stossenden Wasserprismas oder kleiner. Kann nämlich das Wasser wegen des Widerstandes des gestossenen Körpers nicht frei ausweichen, so häuft es sich vor demselben an und wirkt dann gleichzeitig durch Stoss und Druck, wo- bei letzterer nach den jedesmaligen Bedingungen

Antwort. Es geht hieraus hervor, dass der Druck gegen die Flächeneinheit gleich ist dem Gewicht einer Wassersäule, welche diese Einheit (Quadratmillimeter, Quadrat- centimeter etc.) zur Basis und die Höhe der Wassersäule über dem Niveau zur Höhe hat.

Die Summe der Flächeneinheiten einer ebenen, dem bewegten Wasser winkelrecht entgegenstehenden Fläche, jedes multipliziert mit der Höhe der Wassersäule, die sich hinter demselben erheben müsste, um dem wirkenden hydraulischen Drucke das Gleichgewicht zu halten, bildet einen Wasserkörper, dessen Gewicht gleich ist dem gesamten gegen die Fläche gerichteten Wasserdruck.

Antwort. Man pflegt bei den Unter- suchungen über den Stoss des Wassers fol- gende Fälle zu unterscheiden:

1) den geraden und schiefen Stoss eines isolierten oder bestimmt be- grenzten Wasserstrahles;

2) den geraden und schiefen Stoss im begrenzten Wasser oder Gerinne und

3) den geraden und schiefen Stoss im unbegrenzten Wasser.

Ein Stoss der ersteren Art findet z. B. statt, wenn sich dem aus einem Gefässe aus- fliessenden Wasserstrahle die Schaufel eines überschlächtigen Wasserrades entgegenstellt; ein Stoss der zweiten Art tritt ein, wenn das Wasser in einem Kanale oder Gerinne gegen eine, den Querschnitt des letzteren ganz ausfüllende Schaufel eines unterschläch- tigen Wasserrades trifft; die dritte Art kommt endlich vor, wenn ein fliessendes Wasser gegen einen in dasselbe eingetauch- ten Körper trifft, dessen Querschnitt im Ver- hältnis zu dem des Stromes nur sehr klein ist, wie z. B. die Schaufel eines Schiffs- mühlenrades.

In allen genannten drei Fällen ist noch zu unterscheiden, ob der Stoss gegen ruhende oder bewegte Körper, gegen ebene oder krumme Flächen stattfindet.

gleichfalls verschieden sein und die eigentliche Gewalt des Stosses mehr oder weniger befördern kann. Man hat daher von Anfang an die Kraft des Wasserstosses durch solche Versuche aufzufinden gesucht, in denen die verschiedenen Bedingungen gegeben waren.

b) Der Stoss eines isolierten Wasserstrahles.

a) Gerader Stoss eines isolierten Wasserstrahles gegen eine ebene Fläche.

Frage 150. Wie gross ist der durch den senkrechten Stoss eines isolierten Wasserstrahles gegen eine ruhende Ebene hervorgebrachte Druck?

Erkl. 189. Nach Antwort auf Frage 8 im I. Teil der Hydrodynamik ist die Ausflussgeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{2gh}$$

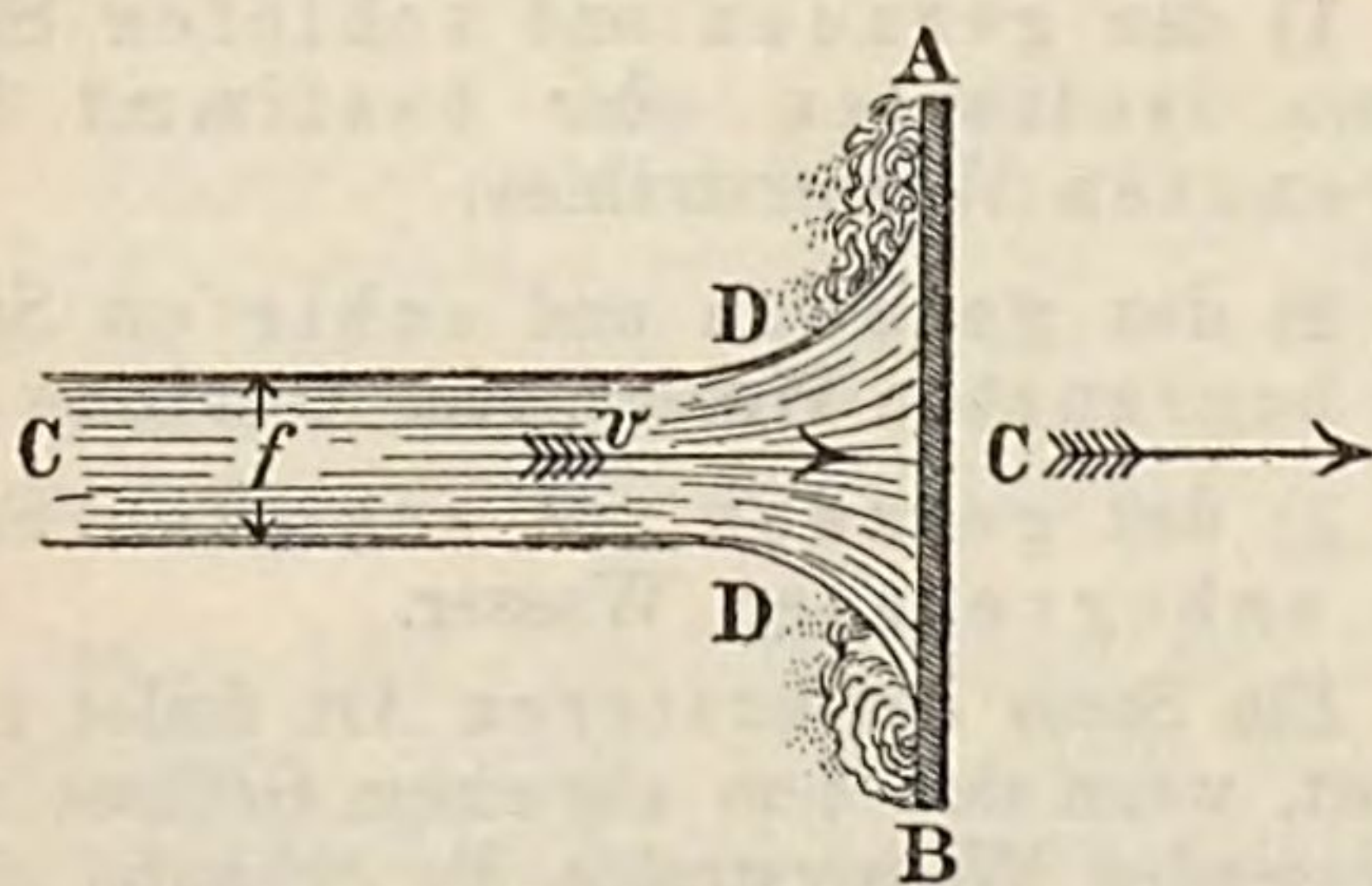
oder die Geschwindigkeitshöhe:

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Antwort. Der durch den senkrechten Stoss eines Wasserstrahles gegen eine ruhende Ebene hervorgebrachte Druck ist gleich dem Gewicht einer Wassersäule, die den Querschnitt des Wasserstrahles zur Grundfläche und die doppelte Geschwindigkeitshöhe zur Höhe hat.

Frage 151. Wie lässt sich dieses Gesetz auf theoretischem Wege beweisen?

Figur 81.



Erkl. 190. Nach Antwort auf Frage 188 in R. Klimpert, Lehrbuch der allgemeinen Physik, ist das einem bewegten Körper vom Gewicht G und der Geschwindigkeit v innewohnende Arbeitsvermögen:

$$1) \dots A \text{ oder } Ps = \frac{Gv^2}{2g}$$

Diese mechanische Arbeit vermag eine bewegte Masse aber nur zu verrichten, wenn sie aus der Geschwindigkeit v in den Ruhezustand übergeht; wenn dagegen bei der Arbeitsleistung des bewegten Körpers die Geschwindigkeit desselben von v auf c herabsinkt, so ist in diesem Falle die geleistete Arbeit:

$$2) \dots A \text{ oder } Ps = \frac{G(v^2 - c^2)}{2g}$$

Antwort. Denken wir uns, der Wasserstrahl CD (siehe Figur 81) treffe die ebene Fläche AB senkrecht, der Querschnitt desselben sei f und seine Geschwindigkeit v , während sich die Ebene in gleicher Richtung des Strahles mit der Geschwindigkeit c fortbewegt, so ist die Wirkung des Stosses oder der Druck P des Wassers gegen die Ebene AB zu bestimmen. Unter den gemachten Voraussetzungen bewegt sich in dem Strahle in jeder Sekunde ein Wassercylinder von dem Volumen vf um die Strecke v fort, und diese Wassermasse würde in jeder Sekunde gegen AB stossen, wenn diese Ebene feststände. Da sich dieselbe aber, wie angenommen, mit der Geschwindigkeit c in der Richtung des Strahles CD fortbewegt, so muss zunächst, wenn überhaupt ein Stoss stattfinden soll, die Geschwindigkeit v des Flüssigkeitsstrahles grösser sein als die der bewegten Ebene oder $v > c$, und ferner kommt jetzt nicht mehr die gesamte Wassermenge:

$$M = fv$$

zum Stosse, weil, indem die gestossene Fläche in jeder Sekunde um den Weg c weitergeht, das mit der Geschwindigkeit v nachfolgende Wasser fc um den Weg c zurückbleibt, also nur die Wassermasse:

$$M_1 = f(v - c)$$

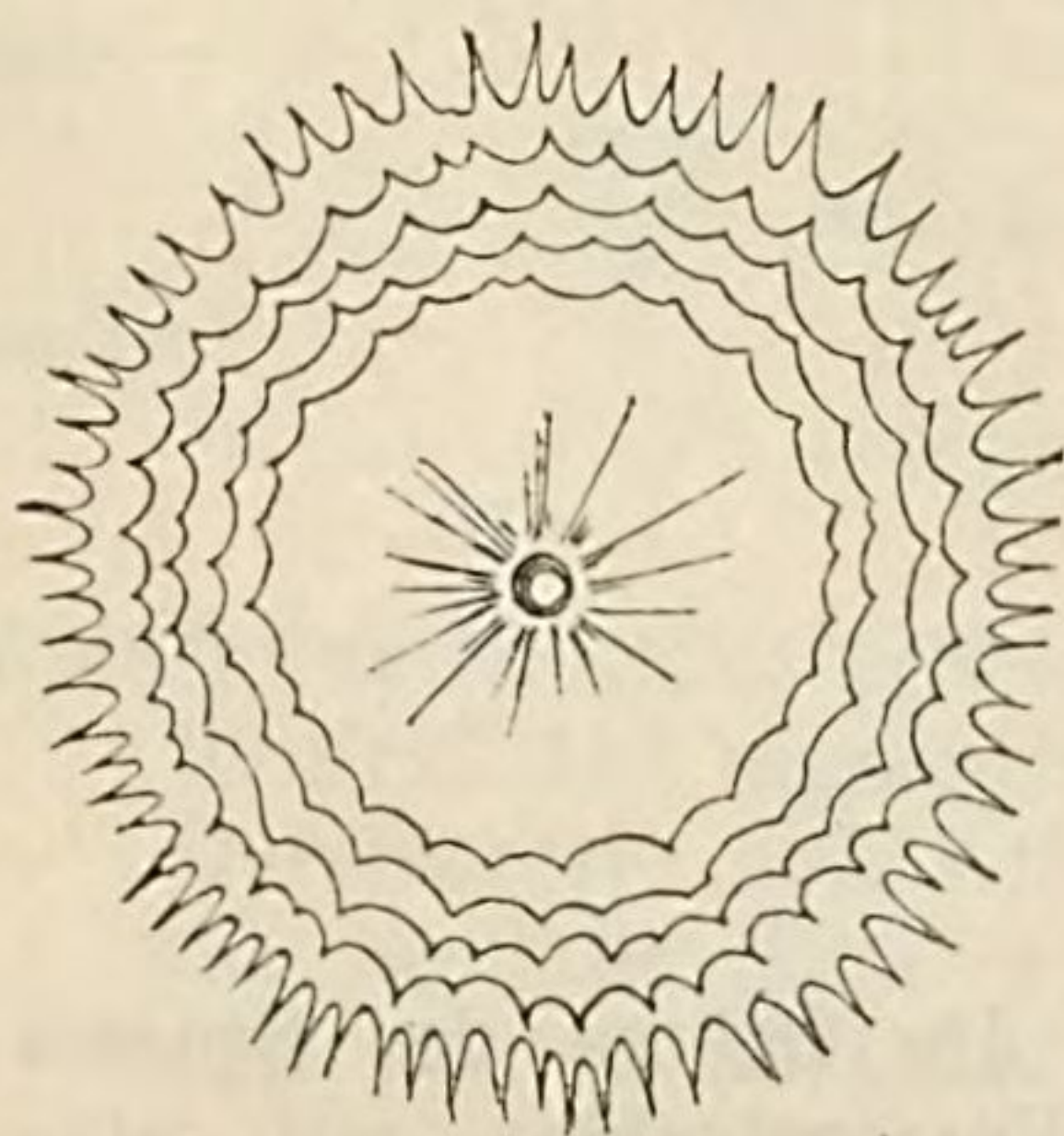
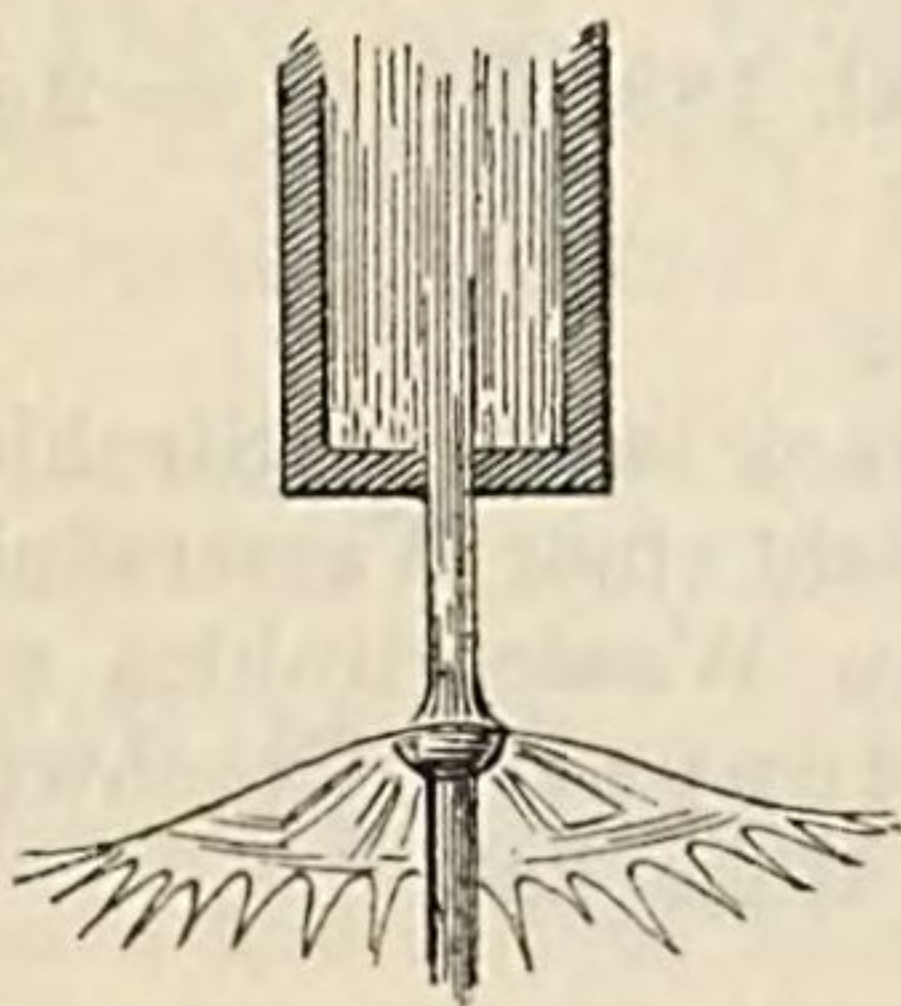
zum Stosse gelangen kann.

Erkl. 191. Die Dimensionen der gestossenen Fläche sind von wesentlichem Einfluss auf die Grösse des Druckes, den dieselbe vom Flüssigkeitsstrahl erleidet. Da dieser Druck von der Rückwirkung der einzelnen Flüssigkeitsfäden herrührt, die gezwungen werden, ihre Richtung zu ändern, so ist derselbe um so grösser, je grösser die Richtungsänderung ist. Ist die gestossene Fläche nicht grösser als der Querschnitt des Wasserstrahles, so biegen sich zwar die Wasserfäden um und gehen um die Fläche herum weiter fort, aber ihre Richtungsänderung ist in diesem Falle nicht so bedeutend, als wenn die Fläche grösser ist. Ist die Fläche aber so gross, dass die Flüssigkeitsfäden derselben parallel werden, so üben dieselben zugleich den grössten Druck aus, den sie auszuüben vermögen. Dieser Fall tritt ein, wenn die Fläche 6- bis 8 mal so gross ist als der Querschnitt des Flüssigkeitsstrahles.

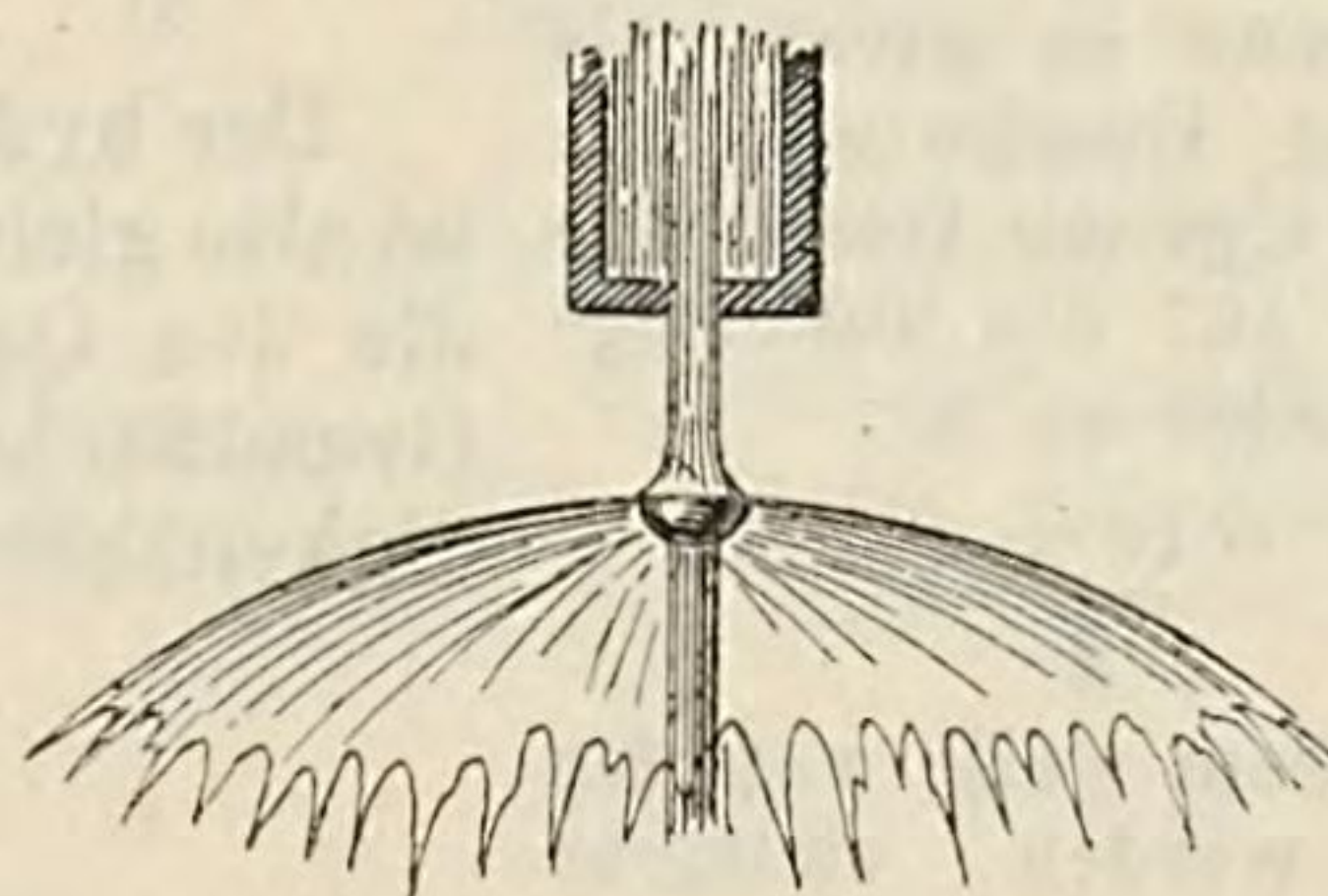
Erkl. 192. Die Gestalten, welche Flüssigkeitsstrahlen beim Auftreffen auf feste Körper annehmen, und die zuerst von Savart und später vielfach untersucht worden sind, zeichnen sich durch grosse Mannigfaltigkeit aus. Es seien hier nur die Formen angegeben, welche sich darbieten, wenn ein senkrecht nach unten fliessender Strahl eine horizontale Kreisscheibe im Mittelpunkt trifft.

Figur 82 gilt für starken Druck und zwar von der Seite, sowie von oben gesehen, Figur 83 für mittleren und Figur 84 für kleinen Druck (siehe die folgende Anmerkung 7).

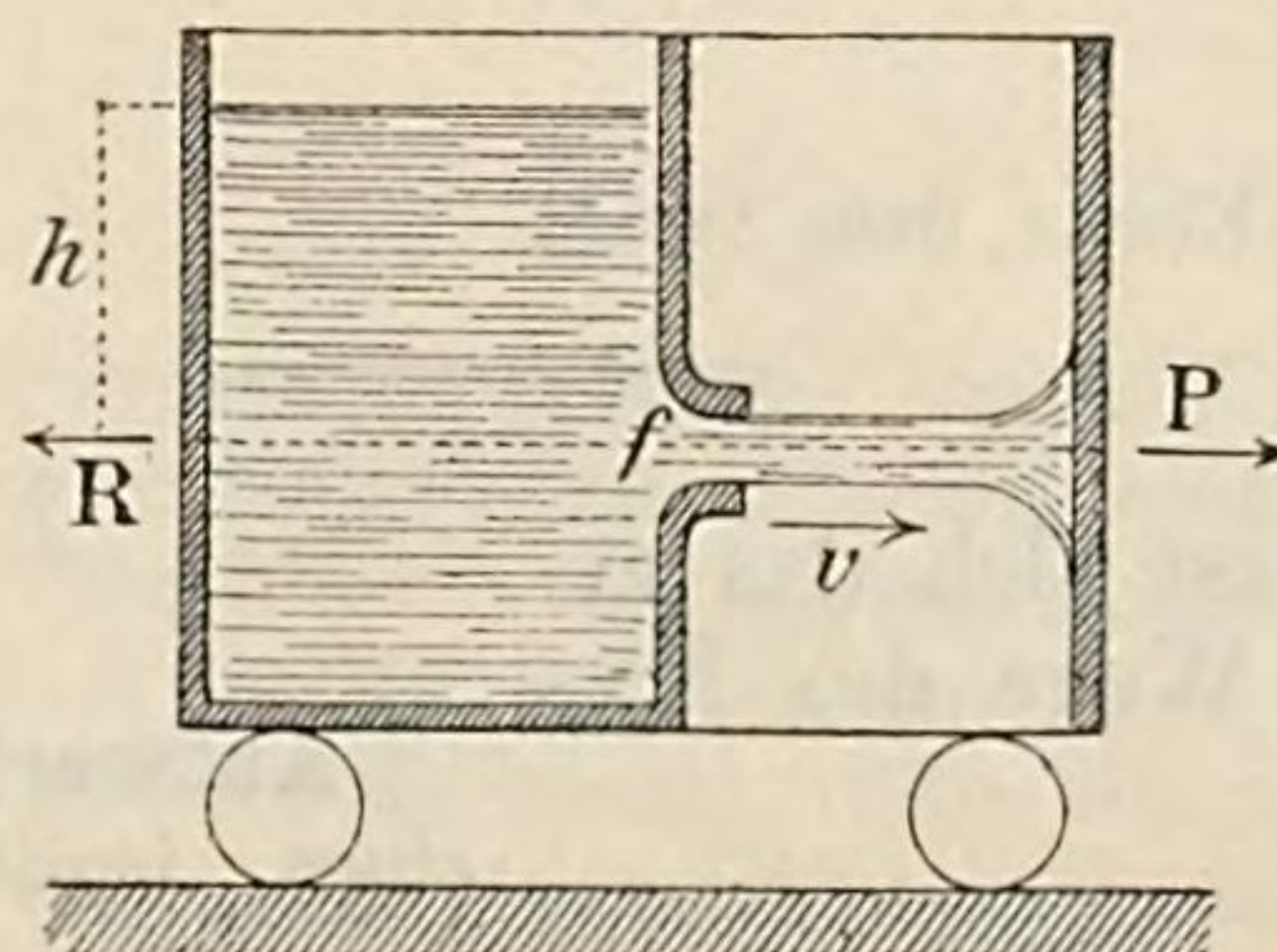
Figur 82.



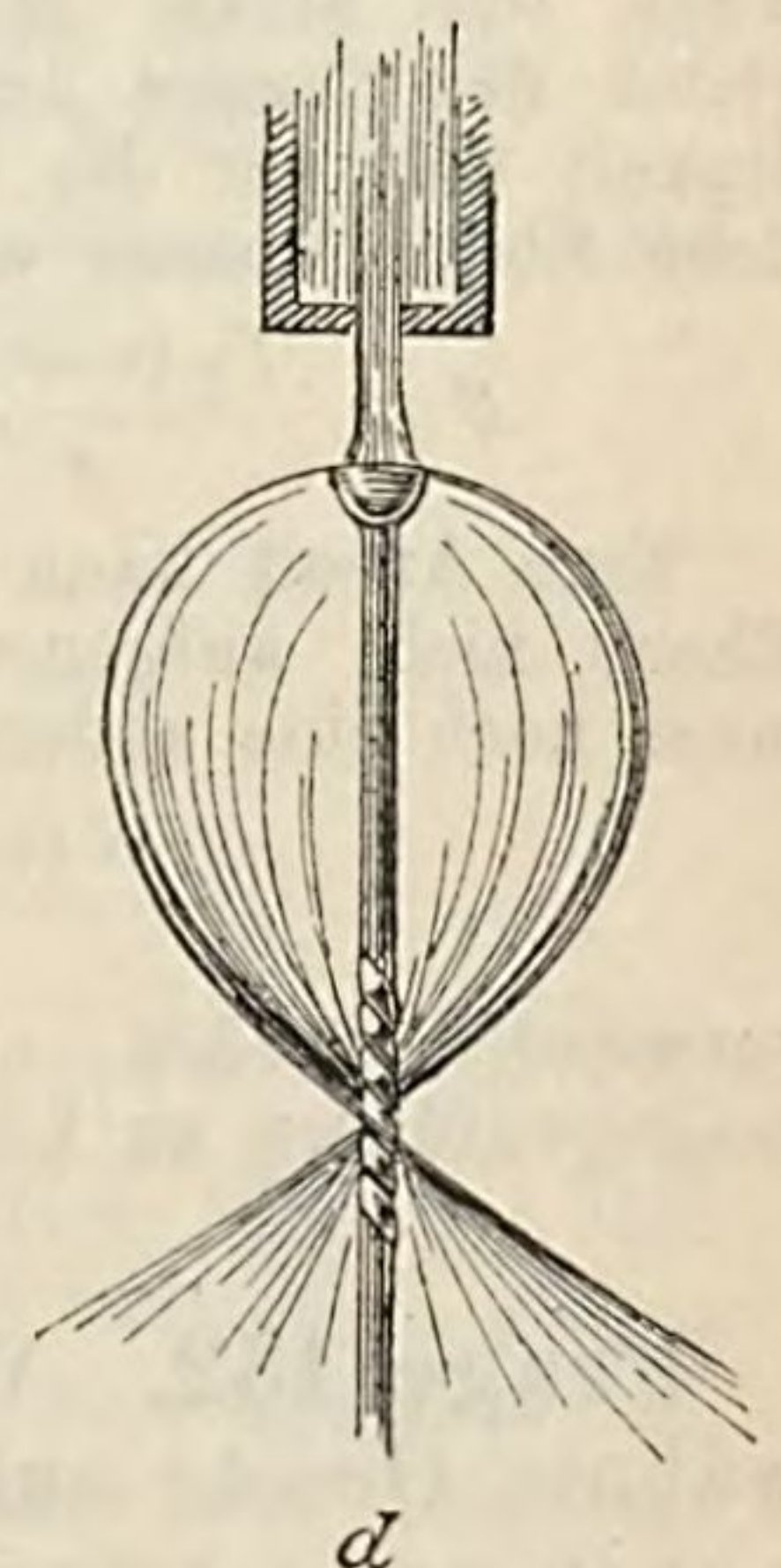
Figur 83.



Figur 85.



Figur 84.



Nennen wir nun das Gewicht der Volumeneinheit (1 Kubikmeter resp. 1 Kubikcentimeter) $= \gamma$, so ist das Gewicht der in der Zeiteinheit zum Stoss kommenden Wassermenge:

$$G = f\gamma(v - c)$$

und da deren Geschwindigkeit v beträgt, so ist das in dem anstossenden Wasser enthaltene Arbeitsvermögen (siehe Erkl. 190):

$$A_0 = \frac{Gv^2}{2g}$$

oder für G den obigen Wert eingesetzt:

$$A_0 = f\gamma(v - c) \frac{v^2}{2g}$$

Da aber jedes Wasserteilchen, sowie es die Ebene erreicht, seine Geschwindigkeit von v auf c herabsetzen muss, so ist mit diesem Geschwindigkeitsverlust zugleich der Arbeitsverlust:

$$V_1 = \frac{G(v - c)^2}{2g}$$

oder:

$$V_1 = f\gamma(v - c) \frac{(v - c)^2}{2g}$$

verknüpft. Da überdies nach dem Stosse das Wasser noch dieselbe Geschwindigkeit c wie die bewegte Ebene, also auch noch die derselben entsprechende lebendige Kraft:

$$V_2 = G \frac{c^2}{2g} = f\gamma(v - c) \frac{c^2}{2g}$$

besitzt, so ist das noch übrig bleibende Arbeitsvermögen:

$$A = A_0 - (V_1 + V_2)$$

oder:

$$A = f\gamma(v - c) \frac{v^2}{2g} - \left[f\gamma(v - c) \frac{(v - c)^2}{2g} + f\gamma(v - c) \frac{c^2}{2g} \right]$$

Erkl. 193. Denkt man sich den in waagrechter Richtung ausfliessenden Wasserstrahl aufgefangen durch eine demselben senkrecht entgegenstehende Wand, welche mit den Wänden des Ausflussgefässes in fester Verbindung steht, so ergibt sich aus dem Gesetz von der Erhaltung des Schwerpunktes:

„Durch den geraden zentralen Stoss wird die Bewegung des gemeinschaftlichen Schwerpunktes der zum Stoss gelangenden Körper nicht geändert“ (s. R. Klimpert, Lehrbuch der Perkussion, Frage 47 u. folg.), dass der vom Wasserstrahl auf diese Wand übertragene hydraulische Druck P dem rückwirkenden Drucke R gleich und entgegengesetzt sein muss, also bestimmt ist durch die Gleichung:

$$P = 2fh\gamma = \frac{f\gamma v^2}{g}$$

Wenn eine von diesen beiden Kräften grösser wäre als die andere, so würde der Schwerpunkt des in horizontaler Richtung frei beweglich gedachten Gefässes in der Richtung der grösseren Kraft eine beschleunigte Bewegung ausführen müssen. Eine solche Beschleunigung kann aber deshalb nicht stattfinden, weil

1) der Schwerpunkt des ganzen Systems, bestehend aus Gefäss und Wasser zusammengekommen, die Horizontalbeschleunigung Null hat, insofern in Bezug auf dieses System keine äusseren Horizontalkräfte vorhanden sind, und weil

2) die Horizontalbeschleunigung des Schwerpunktes der Wassermasse ebenfalls gleich Null ist, insofern bei dem vorausgesetzten Beharrungszustande stets gleiche Wassermassen die Horizontalgeschwindigkeit v in der Richtung der Strahlachse annehmen und verlieren.

Erkl. 194. Wenn sich die vom Wasserstrahl gestossene Ebene in der Achse des Strahles demselben entgegenbewegt, so ist der Druck des Strahles gegen die Ebene so gross, als wenn der Strahl mit einer Geschwindigkeit gleich der Summe aus der eigenen Geschwindigkeit und der der Ebene auf die unbewegliche Ebene stossen würde, oder es ist:

$$P = \frac{f\gamma(v+c)^2}{g} = \frac{G(v+c)}{g}$$

Eine Arbeit kann in diesem Falle von der Ebene nicht aufgenommen werden, vielmehr muss noch eine andere Arbeit:

$$\frac{G(v+c)c}{g}$$

verwendet werden, um die Ebene dem Strahl entgegenzuführen zu können.

Frage 152. Wie lässt sich das erwähnte Gesetz auf dem Wege des Experiments beweisen?

oder:

$$A = f\gamma(v-c) \left[\frac{v^2 - (v-c)^2 - c^2}{2g} \right]$$

oder:

$$A = f\gamma(v-c) \cdot \frac{2c(v-c)}{2g}$$

oder:

$$A = f\gamma(v-c)^2 \cdot \frac{c}{g}$$

auf die gestossene Ebene übergegangen. Da nun diese Ebene eine Geschwindigkeit c besitzt, das heisst in der Sekunde den Weg c zurücklegt, so ist, wenn P den hydraulischen Druck des Wassers gegen die Fläche AB bezeichnet:

$$A = Pc = f\gamma(v-c)^2 \cdot \frac{c}{g}$$

oder:

$$1a) \dots P = \frac{f\gamma(v-c)^2}{g}$$

oder setzt man die in der Zeiteinheit zum Stoss kommende Wassermenge $= G$, so ist:

$$1b) \dots P = \frac{G(v-c)}{g}$$

Befindet sich nun die Ebene AB im Zustande der Ruhe, ist also $c=0$, dann erhält man durch Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung 1b):

$$2) \dots \left\{ \begin{array}{l} P = \frac{Gv}{g} \\ \text{oder durch Einführung} \\ \text{in Gleichung 1a):} \\ P = \frac{f\gamma v^2}{g} \end{array} \right.$$

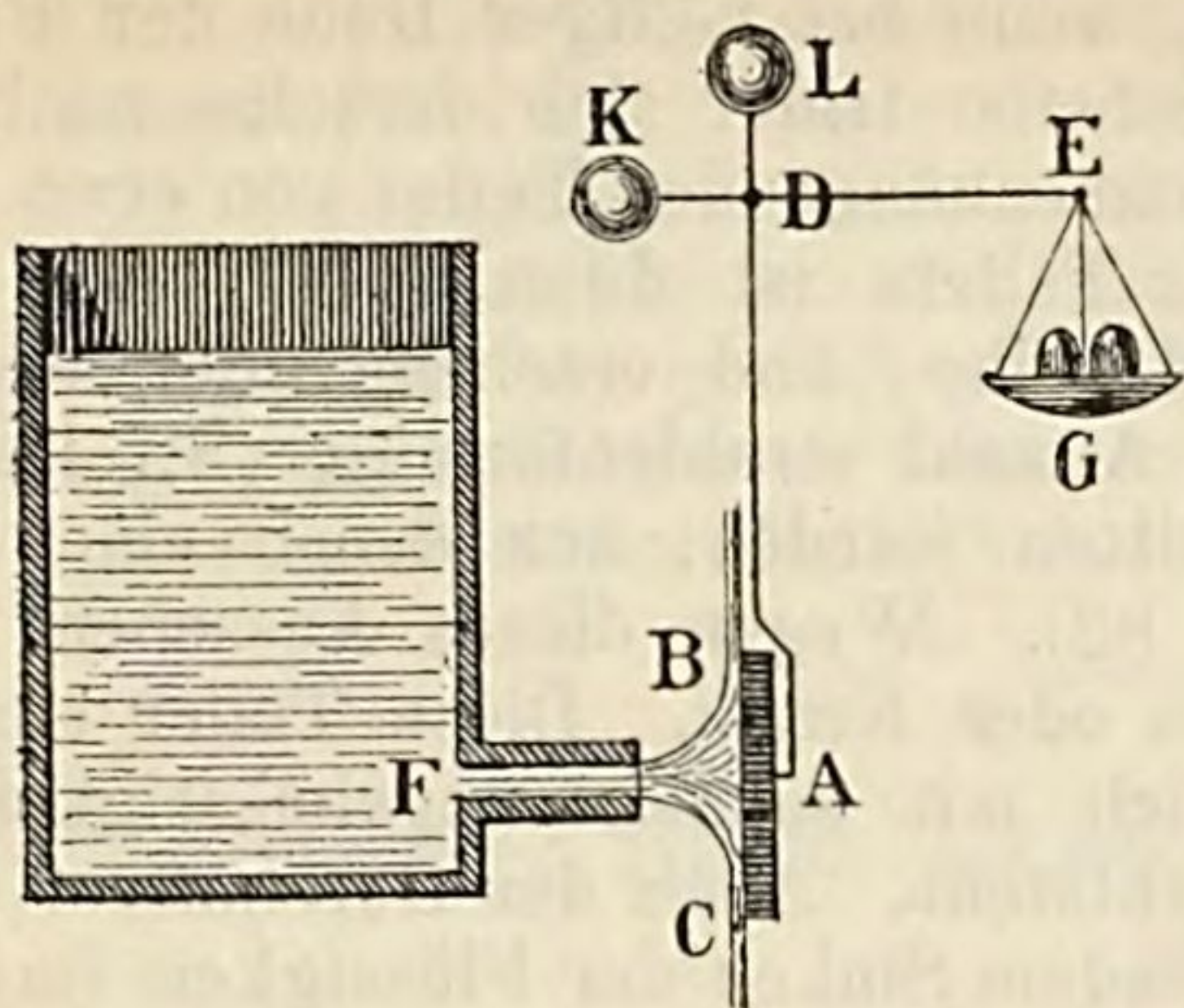
oder da man nach Erkl. 189 für $v^2 = 2gh$ einsetzen kann, so ist:

$$3) \dots P = 2fh\gamma$$

Der hydraulische Druck isolierter Strahlen ist also gleich dem Gewicht einer Wassersäule, die den Querschnitt des Wasserstrahles zur Grundfläche und die doppelte Geschwindigkeitshöhe ($2h$) zur Höhe hat.

Antwort. Um die Grösse des Stosses eines isolierten Wasserstrahles auf eine

Figur 86.



Erkl. 195. Die von Michelotti, Vince, Langsdorf, Bossut, Morosi und Bidone angestellten Versuche haben das Gesetz ziemlich gut bestätigt, wenn der Querschnitt der gestossenen Fläche mindestens sechsmal so gross war als der des Strahles, und wenn diese Fläche mindestens zweimal so weit von der Ebene der Ausflussmündung abstand, als die Strahldicke mass.

J. Weisbach hat durch Versuche gefunden, dass der wirkliche Stoss eines isolierten Wasserstrahles gegen eine normale Ebene 92 bis 96% des theoretischen Stosses:

$$P = \frac{Gv}{g}$$

ist, dass dagegen der Stoss eines solchen Strahles gegen eine hohle Rotationsfläche, welche die Richtung des aufschlagenden Strahles um

$$\delta = 134^\circ$$

abändert, nur zu 83 bis 88% der theoretischen Kraft ausfüllt.

Frage 153. Welche Folgerung ergibt sich aus der auf solche Weise bestätigten Formel:

$$P = \frac{Gv}{g}?$$

Erkl. 196. Fliesst das Wasser aus derselben Oeffnung f mit den verschiedenen Geschwindigkeiten v und v_1 aus, so wird:

$$G = f\gamma v \text{ und } G_1 = f\gamma v_1$$

daher:

$$P = \frac{f\gamma v^2}{g} \text{ und } P_1 = \frac{f\gamma v_1^2}{g}$$

also ist:

$$P : P_1 = v^2 : v_1^2$$

ruhende Fläche auf experimentellem Wege zu bestimmen, befestige man nahe an der Ausflussöffnung eines Gefässes (s. Figur 86) eine Fläche oder Tafel, an welche der ausfliessende Wasserstrahl stossen soll. Diese Fläche sei bei D beweglich und mit einem Hebel KE unter rechtem Winkel verbunden; zugleich werde durch das Gewicht K das Gleichgewicht am unbelasteten Hebel hergestellt. Beträgt nun die Entfernung AD vom Umdrehungspunkte bis zur Mitte der Ausflussöffnung des Wassers ebensoviel als DE , oder die Entfernung, auf welcher das Gewicht G , womit der Stoss gemessen wird, angebracht ist, und wird, nachdem die Oeffnung des mit Wasser gefüllten Gefässes geöffnet worden, nach und nach bei E soviel Gewicht zugelegt, bis die Fläche BC unbeweglich und senkrecht stehen bleibt, so wird auch das Gewicht G den jedesmaligen Stoss oder Druck des Wassers gegen die Fläche anzeigen und das oben angegebene Gesetz bestätigen.

Antwort. Hieraus folgt, dass die Kraft des Wasserstosses abhängig ist:

1) von der Wassermenge G , welche pro Sekunde gegen die Fläche stösst, und

2) von der Geschwindigkeit v , mit welcher das Wasser die Fläche trifft.

Anmerkung 7. Man nehme (nach Savarts Anweisung), um sich eine klare Idee von den in Erkl. 192 angedeuteten Erscheinungen zu machen, eine Röhre von etwa 10 cm Durchmesser und 2 m Höhe, verschliesse ihr unteres Ende durch eine Metallplatte, die in ihrer Mitte mit einem 5 bis 15 mm weitem Loch versehen ist. Befestigt man nun diese Röhre in senkrechter Richtung, füllt sie mit Wasser und stellt bis 2 cm unter ihrer Oeffnung eine von einem dünnen Stabe getragene horizontale

Scheibe von etwa 27 mm Durchmesser so auf, dass deren Mittelpunkt genau unter dem Mittelpunkt der Oeffnung liegt, so wird, wenn bei völliger Ruhe der Flüssigkeit im Rohre der ausfliessende Strahl die Scheibe trifft, sich derselbe nach allen Seiten ausbreiten und einen kreisrunden zusammenhängenden Teller von etwa 60 cm Durchmesser bilden. Der mittlere Teil dieses Tellers ist dünn, glatt und durchsichtig, allein am Umfange ist er dicker und trübe, und erscheint hier wie eine ringförmige Zone, bedeckt mit einer grossen Anzahl strahlenförmiger Streifen, die von anderen kreisrunden Streifen durchschnitten werden, aus denen eine Menge Tröpfchen weit hervorschiessen (siehe Figur 82). Wegen dieses Aussehens nennt Savart den äusseren Teil des Tellers Aureole oder Kranz. Diese Teller sind niemals ruhig, sondern steigen und senken sich mit solcher Regelmässigkeit und Schnelligkeit, dass dadurch ein dumpfer Ton entsteht. Auch der Durchmesser nimmt abwechselnd etwas ab und zu. Bei fortwährendem Sinken der Flüssigkeit im Rohre vergrössert sich der Teller allmählich, wobei zugleich der Kranz, durchsichtiger und schmaler werdend, sich mit breiten Rippen bedeckt und endlich ganz verschwindet, sobald der Wasserstand auf ca. 60 cm gesunken ist. Alsdann erreicht der Teller gegen 80 cm Durchmesser und hat die Form einer grossen vollkommen glatten Schale, deren hohle Seite sich nach unten kehrt (siehe Figur 83), deren freier Umfang schwach gezähnt ist und aus den hervorspringenden Winkeln dieser Zähnungen eine grosse Anzahl von Tröpfchen fortschleudert.

Nimmt der Wasserstand noch mehr ab, so wird der eben beschriebene Teller kleiner, krümmt sich zugleich an seinem unteren Ende und biegt sich gegen den Stab, welcher die Scheibe trägt. Bei 32 bis 33 cm Druck schliesst er sich gänzlich und nimmt die Form eines etwa 45 cm hohen und 40 cm weiten Umdrehungskörpers an (siehe Figur 84), dessen Oberfläche vollkommen glatt ist. Die Grösse nimmt allmählich ab, bei nur 10 bis 12 cm Druck wird der obere Teil plötzlich konkav, um sofort wieder die erste Gestalt anzunehmen, und diese Formänderungen wiederholen sich regelmässig 7- bis 8 mal, bis der Teller, fortwährend kleiner werdend, endlich ganz verschwindet.

Die nähere Untersuchung der auf Grösse und Form des Tellers verändernd einwirkenden Ursachen hat Savart zu folgenden Resultaten geführt:

1) Sobald der Teller glatt wird, ist sein Durchmesser am grössten und nimmt ins Unbestimmte ab, der Druck mag stärker oder schwächer werden. Zum Maximum gelangt der Teller durch um so schwächere Drucke, je grösser der Durchmesser der Ausflussöffnung ist; je kleiner letztere, um so kleiner ist auch der Teller. Im allgemeinen ist der Druck, bei dem die Teller sich schliessen, halb so gross als der, bei welchem sie ihren grössten Durchmesser erreichen.

2) Wird der Abstand der Scheibe von der Oeffnung von 2 cm ab vermindert, so treten Erscheinungen auf, welche denen bei abnehmender Druckhöhe ähnlich sind. Entfernt man dagegen die Scheibe von der Oeffnung, so entsprechen die auftretenden Erscheinungen einer Druckvermehrung in Verbindung mit Verkleinerung der Oeffnung.

3) Bei starkem Druck hat die Schwere keinen merklichen Einfluss auf die Gestalt des Tellers, wohl aber bei geringem Druck, wo der Teller starke Krümmungen erleidet.

4) Nimmt man bei konstantem Druck an, dass der Durchmesser der Scheibe, anfänglich dem des Strahles gleich, ins Unbestimmte wachse, so vergrössert sich der Durchmesser des Tellers von Null bis zu einer gewissen Grenze; darauf nimmt er ab, bis schliesslich der freie Teller ganz verschwindet und wo der Strahl, nachdem er sich nach allen Richtungen hin in Gestalt einer dünnen und kreisrunden Scheibe entfaltet hat, plötzlich in eine Art von Wulst verwandelt, in welcher die Ausflussgeschwindigkeit ganz vernichtet zu sein scheint. Der untere Durchmesser dieses dicken Tellers ist um so grösser, je stärker der Druck ist.

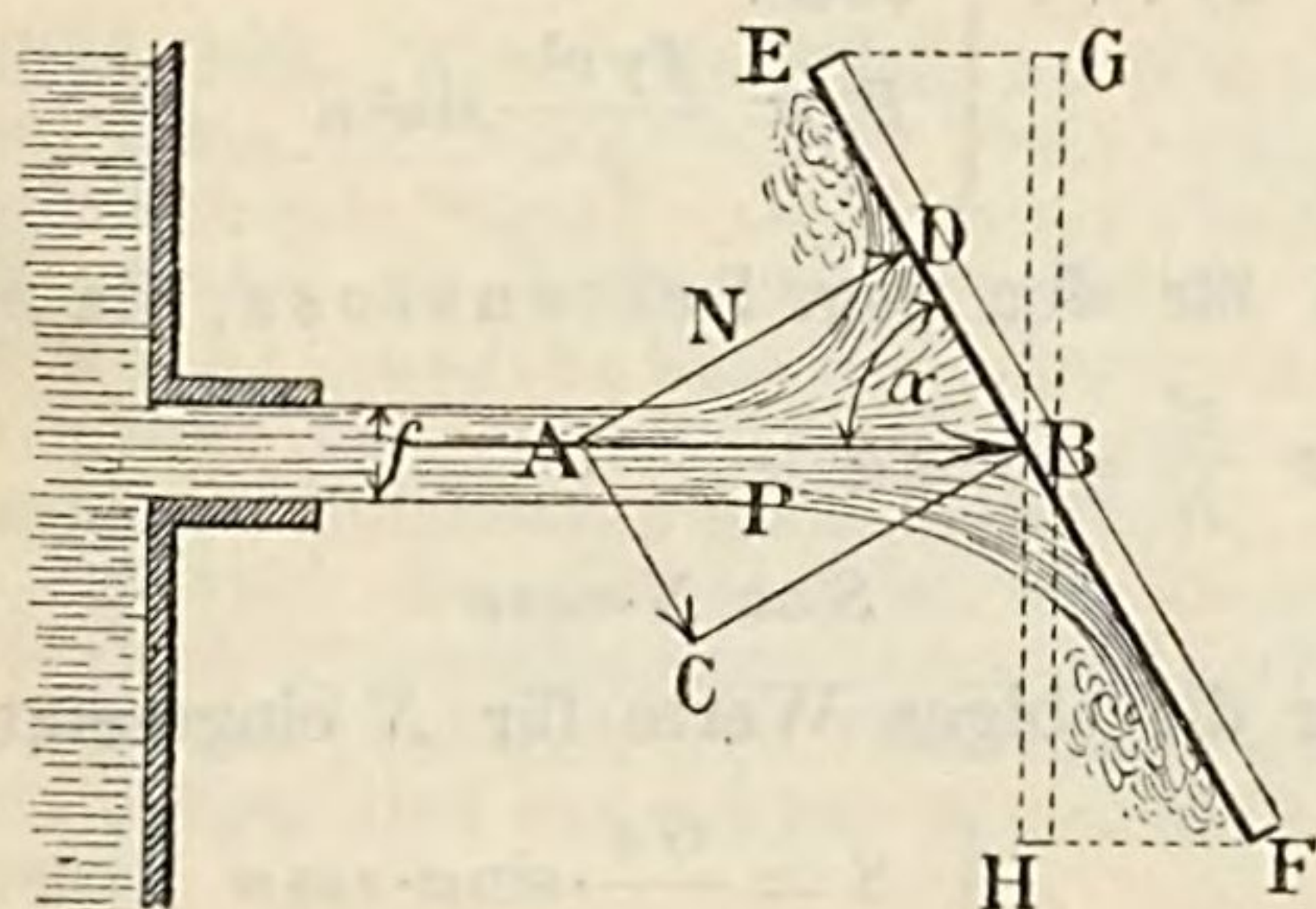
5) Die flüssigen Teller zeigen zu der Oberfläche fester Körper eine sehr starke Adhärenz, so dass die Substanz der Scheiben, besonders bei geringer Ausflussgeschwindigkeit, eine wesentliche Formänderung des Teller bewirkt.

6) Auf die Bildung der Teller ist die Temperatur der Flüssigkeit von grossem Einfluss. Bei konstantem Durchmesser der Oeffnung und der Scheibe wird der Durchmesser des Tellers am grössten bei der grössten Dichte des Wassers, während er beim Siedepunkte desselben Null wird; bei 1° oder 2° C. ist er kleiner als bei 0° und vor allem als bei 4° . Die Natur der Flüssigkeit übt einen ähnlichen Einfluss aus, so dass der geschlossene Teller bei einer Flüssigkeit z. B. einen um die Hälfte kleineren Durchmesser haben kann als bei einer anderen. Die Molekularkraft spielt also eine wichtige Rolle bei der Bildung der Teller.

β) Schiefer Stoss eines isolierten Wasserstrahles gegen eine ebene Fläche.

Frage 154. Wie lässt sich die Kraft des Stosses eines isolierten Wasserstrahles gegen eine unbewegliche feste Ebene ermitteln, wenn er dieselbe mit der Geschwindigkeit v in schiefer Richtung trifft?

Figur 87.



Erkl. 197. Bewegt sich die gestossene Fläche infolge des Stosses mit der Geschwindigkeit c in der Richtung des stossenden Wasserstrahles fort, so erhält man, wenn man aus Gleichung 1a) und 1b) in Antwort auf Frage 151 die Werte für P in die nebenstehende Bestimmungsgleichung für den Normalstoss einsetzt:

$$4) \dots \left\{ \begin{array}{l} N = \frac{G(v-c)}{g} \cdot \sin \alpha \\ \text{oder:} \\ N = \frac{f\gamma(v-c)^2}{g} \cdot \sin \alpha \end{array} \right.$$

Bewegt sich aber die gestossene Fläche mit der Geschwindigkeit c dem Wasserstrahle entgegen, so ist nach Erkl. 194:

$$5) \dots \left\{ \begin{array}{l} N = \frac{G(v+c)}{g} \cdot \sin \alpha \\ \text{oder:} \\ N = \frac{f\gamma(v+c)^2}{g} \cdot \sin \alpha \end{array} \right.$$

Antwort. Ist EF (siehe Figur 87) die unbewegliche feste Ebene, gegen welche der Wasserstrahl vom Querschnitt f in der Richtung AB stösst, die mit EF den Winkel α bildet, und stellt AB die Kraft P vor, mit welcher die Wasserelemente sämtlich infolge ihrer Geschwindigkeit v gegen eine normal stehende Ebene GH rechtwinklig treffen würden, so lässt sich diese Kraft nach dem Gesetz vom Kräfteparallelogramm (siehe R. Klimpert, Lehrbuch der Statik und Dynamik) in zwei Seitenkräfte zerlegen, deren eine AD senkrecht gegen die Fläche EF gerichtet ist, während die andere AC parallel mit der Stossfläche läuft. Die erstere übt den sog. Normalstoss N gegen die Ebene aus, während die andere, in der Richtung der Ebene liegend, die Flüssigkeitsteilchen in dieser Richtung weiter treibt und auf den Druck gegen EF ohne Einfluss ist. Da nun:

$$\frac{AD}{AB} \text{ oder } \frac{N}{P} = \sin \alpha$$

so ist:

$$N = P \cdot \sin \alpha$$

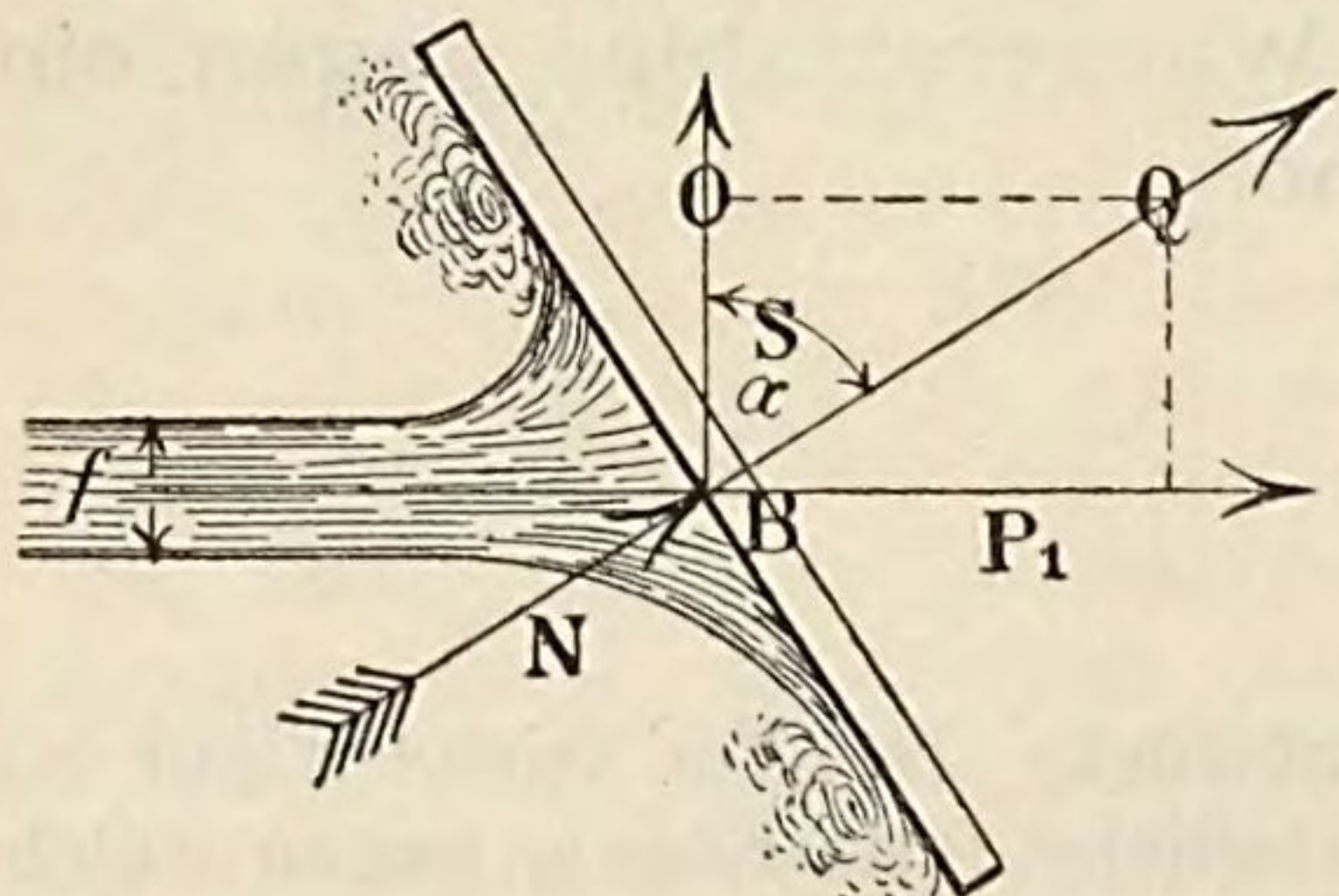
oder wenn man für P den betreffenden Wert aus Gleichung 2) in Antwort auf Frage 151 einsetzt, so ist:

$$1) \dots \left\{ \begin{array}{l} N = \frac{Gv}{g} \cdot \sin \alpha \\ \text{oder:} \\ N = \frac{f\gamma v^2}{g} \cdot \sin \alpha \end{array} \right.$$

Frage 155. Wenn sich aber die mit der Kraft N gestossene Fläche nicht in der Richtung dieser Kraft, sondern

nur in der Richtung des anstossenden Wasserstrahles fortbewegen kann, was hat man dann weiter vorzunehmen, um für diesen Fall die Grösse des zur Wirkung kommenden hydraulischen Druckes zu ermitteln?

Figur 88.



Erkl. 198. Bewegt sich die gestossene Fläche mit der Geschwindigkeit c in der Richtung des Wasserstrahles, so ist nach der vorhergehenden Erklärung der Parallelstoss:

$$6) \dots P_1 = \frac{G(v-c)}{g} \cdot \sin^2 \alpha = \frac{f\gamma(v-c)^2}{g} \cdot \sin^2 \alpha$$

sowie der Seitenstoss:

$$7) \dots S = \frac{G(v-c)}{2g} \cdot \sin^2 \alpha = \frac{f\gamma(v-c)^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha$$

Bewegt sich die Fläche aber dem Wasserstrahl entgegen, dann ist:

$$8) \dots P_1 = \frac{G(v+c)}{g} \cdot \sin^2 \alpha = \frac{f\gamma(v+c)^2}{g} \cdot \sin^2 \alpha$$

sowie:

$$9) \dots S = \frac{G(v+c)}{2g} \cdot \sin^2 \alpha = \frac{f\gamma(v+c)^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha$$

Antwort. Kann die gestossene Ebene nicht in Richtung des Normalstosses N , sondern nur in Richtung des anstossenden Wasserstrahles ausweichen, so muss die vorige Normalkraft N abermals in zwei Komponenten, in eine P_1 parallel zur Strahlachse und in eine S darauf senkrechte zerlegt werden (siehe Figur 88). Man erhält auf diese Weise für den sog. Parallelstoss, da $\frac{OQ}{BQ}$ oder $\frac{P_1}{N} = \sin \alpha$ ist:

$$P_1 = N \cdot \sin \alpha$$

oder für N die Werte aus Gleichung 1) eingesetzt:

$$2) \dots \left\{ \begin{array}{l} P_1 = \frac{Gv}{g} \cdot \sin^2 \alpha \\ \text{oder:} \\ P_1 = \frac{f\gamma v^2}{g} \cdot \sin^2 \alpha \end{array} \right.$$

und für den sog. Seitenstoss, da $\frac{OB}{BQ}$ oder $\frac{S}{N} = \cos \alpha$ ist:

$$S = N \cdot \cos \alpha$$

oder die obigen Werte für N eingesetzt:

$$3) \dots \left\{ \begin{array}{l} S = \frac{Gv}{g} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ S = \frac{Gv}{2g} \cdot \sin 2\alpha \\ \text{oder:} \\ S = \frac{f\gamma v^2}{g} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ S = \frac{f\gamma v^2}{2g} \cdot \sin 2\alpha \end{array} \right.$$

Frage 156. In welcher Weise ist hiernach die Grösse

des Normalstosses,
des Parallelstosses, sowie
des Seitenstosses

von der Grösse des Winkels abhängig,
unter welchem der Wasserstrahl gegen
die Ebene trifft?

Antwort. Es wächst

der Normalstoss wie der Sinus,
der Parallelstoss wie das Quadrat
des Sinus des Einfallswinkels und

der Seitenstoss wie der Sinus
vom Doppelten dieses Winkels.

Frage 157. Wenn nun durch den Parallelstoss P_1 der gestossenen Fläche die Geschwindigkeit c erteilt worden ist, wie gross ist dann die von dieser Fläche aufgenommene Arbeit?

Antwort. Die von der gestossenen Fläche aufgenommene Arbeit (s. Erkl. 190 u. 198) ist:

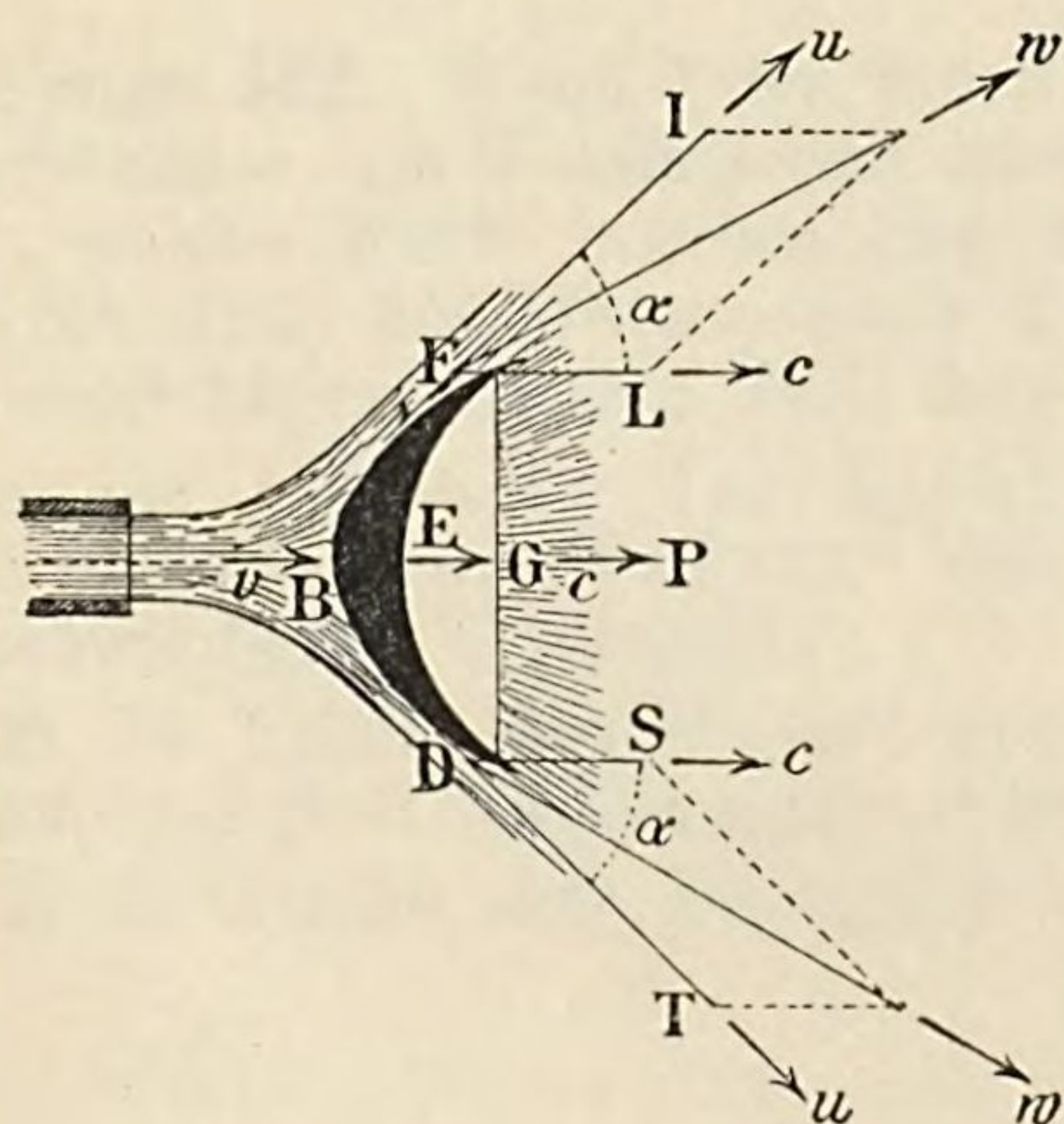
$$10) \dots \left\{ \begin{array}{l} A \text{ oder } P_1 c = \frac{G(v-c)c}{g} \cdot \sin^2 \alpha \\ \text{oder:} \\ A = \frac{f\gamma(v-c)^2 \cdot c}{g} \cdot \sin^2 \alpha \end{array} \right.$$

γ) Der Stoss isolierter Wasserstrahlen gegen Rotations- und andere, nicht ebene Flächen.

Frage 158. Wie lässt sich die Kraft des Wasserstosses für den Fall ermitteln, dass der Flüssigkeitsstrahl gegen eine Rotationsfläche trifft?

Erkl. 199. Wenn eine Fläche um eine feste gerade Linie, die Rotations- oder Drehungsachse, eine Drehungsbewegung oder Rotation ausführt, so beschreibt die Randkurve der Fläche eine sog. Rotationsfläche. So erzeugt z. B. eine Ellipse bei ihrer Drehung um eine ihrer Achsen ein Rotationsellipsoid (Sphäroid); der eine Schenkel eines Winkels bei der Drehung um den andern Schenkel einen Rotationskegel etc. Alle auf der Drehbank und Drehscheibe gefertigten Körper sind von solchen Rotationsflächen begrenzt.

Figur 89.



Erkl. 200. Die mechanische Arbeit (Ps), welche eine Masse in sich aufnimmt, wenn sie aus dem Zustand der Ruhe in eine Geschwindigkeit v versetzt wird, oder welche eine bewegte Masse zu verrichten imstande ist, wenn sie aus der Geschwindigkeit v in den Ruhezustand

Antwort. Um die Kraft des Stosses eines isolierten Wasserstrahles gegen eine Rotationsfläche (siehe Erkl. 199) zu ermitteln, welche sich in ihrer eigenen, mit der Bewegungsrichtung des Strahles zusammenfallenden Achse bewegt, giebt Weisbach folgende, auf das Prinzip von der Erhaltung der Kraft (siehe R. Klimpert, Lehrbuch der allgemeinen Physik) gegründete Theorie.

Es sei $DEFG$ ein dem stossenden Strahle ausgesetztes Konoid (siehe Figur 89), also FBD die in der Richtung ihrer Achse gestossene Rotationsfläche, welche sich mit der Geschwindigkeit c in dieser Richtung fortbewegt, während der Wasserstrahl die Geschwindigkeit v besitzt. Es sei ferner:

$$\angle JFL = \angle TDS = \alpha$$

der Winkel, welchen die Tangente DT am Ende D der Erzeugungskurve oder ein jeder die Fläche verlassender Wasserfaden mit der Achsenrichtung einschliesst. Endlich wird noch angenommen, dass das Wasser beim Hinlaufen an der Fläche durch Reibung an lebendiger Kraft nichts verliert. Das Wasser trifft die Fläche unter den gemachten Voraussetzungen mit der Geschwindigkeit $v - c = u$ und geht daher auch mit dieser an der Fläche hin, entfernt sich also auch mit derselben in der Tangentialrichtung FJ , DT von der Fläche. Aus dieser Tangentialgeschwindigkeit:

$$FJ = v - c = u$$

sowie aus der Geschwindigkeit c ergibt sich nach dem Kräfteparallelogramm die absolute Geschwindigkeit w des Wassers nach dem Zusammenstosse mit der Fläche durch die Formel:

$$w = \sqrt{u^2 + 2cu \cdot \cos \alpha + c^2}$$

übergeht, ist gleich dem Produkt aus dem Gewicht dieser Masse und dem Quadrat ihrer Geschwindigkeit, dividiert durch die doppelte Beschleunigung der Schwere oder A oder $P_s = \frac{Gv^2}{2g}$ (siehe R. Klimpert, Lehrbuch der allgemeinen Physik).

Erkl. 201. Setzen wir in die Bestimmungsgleichung für Pc anstatt $u = v - c$ ein, so ist:

$$Pc = \frac{v^2 - c^2 - 2c(v - c) \cdot \cos \alpha - (v - c)^2}{2g} \cdot Q\gamma$$

oder:

$$Pc = \frac{v^2 - c^2 - 2c(v - c) \cos \alpha - v^2 + 2cv - c^2}{2g} \cdot Q\gamma$$

oder:

$$Pc = \frac{2cv - 2c^2 - 2c(v - c) \cos \alpha}{2g} \cdot Q\gamma$$

oder:

$$Pc = \frac{cv - c^2 - c(v - c) \cos \alpha}{g} \cdot Q\gamma$$

oder:

$$Pc = \frac{c(v - c) - c(v - c) \cos \alpha}{g} \cdot Q\gamma$$

oder:

$$Pc = \frac{c(v - c) \cdot (1 - \cos \alpha)}{g} \cdot Q\gamma$$

oder:

$$P = (1 - \cos \alpha) \frac{v - c}{g} \cdot Q\gamma$$

Erkl. 202. Daniel Bernoulli war es, welcher zuerst das Gesetz des sog. Stosses isolierter Flüssigkeitsstrahlen gegen feste, unbewegliche, ebene Flächen richtig darstellte, d. h. auf theoretischem Wege zeigte, dass dieser Stoss (richtiger Druck) stets gleich ist „dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule“, welche den Querschnitt des Strahles zur Basis und zur Höhe die doppelte Höhe der Geschwindigkeit hat, womit der Ausfluss erfolgt.

Daniel Bernoulli bewies letzteren Satz bereits 1736 in den „Petersburger Commentarien“, darauf gestützt, dass jede krummlinige Bewegung, welche in einer Ebene vor sich geht, aus der Wirkung zweier Kräfte entstanden, angenommen werden kann, wovon die eine in der Richtung der Tangente der Kurve, die andere normal auf letzterer, also in der Richtung des Krümmungshalbmessers thätig ist.

Daniel Bernoullis Endausdruck hat folgende Gestalt:

$$P = \frac{\gamma A}{g} \cdot v^2 \left(1 - \cos \delta \sqrt{\frac{h}{H}} \right)$$

Hierin bezeichnen H und h die Geschwindigkeitshöhen, erstere die von v , letztere die, welche der Geschwindigkeit an der Stelle entspricht, wo der Tangentenwinkel der durch die Ablenkung der Flüssigkeitsstrahlen gebildeten Kurve mit der ursprünglichen Strahlachse $= \delta$ und $h < H$ ist. Mit A wird der Querschnitt des Flüssigkeitsstrahles in der Gefässmündung bezeichnet.

(siehe R. Klimpert, Lehrbuch der Statik fester Körper).

Nun kann aber die Wassermenge Q vom spez. Gewicht γ , also vom absoluten Gewicht $G = Q\gamma$, durch ihre lebendige Kraft (nach Erkl. 200) die mechanische Arbeit:

$$A_0 = \frac{v^2}{2g} Q\gamma$$

leisten, wenn sie hierbei ihre Geschwindigkeit v vollkommen verliert; da aber das Wasser noch die Geschwindigkeit w beibehält, mit der es die Fläche verlässt, so ist auch das in demselben noch zurückbleibende Arbeitsvermögen:

$$A_1 = \frac{w^2}{2g} Q\gamma$$

folglich ist die auf die Fläche übergegangene Arbeit:

$$A = A_0 - A_1 = \frac{v^2 - w^2}{2g} \cdot Q\gamma$$

oder für w^2 den oben erhaltenen Wert eingesetzt:

$$A \text{ oder } Pc = \frac{v^2 - c^2 - 2cu \cdot \cos \alpha - u^2}{2g} \cdot Q\gamma$$

oder nach nebenstehender Erkl. 201 ist:

$$Pc = (1 - \cos \alpha) \frac{c(v - c)}{g} \cdot Q\gamma$$

und folglich die Kraft des Wasserstosses in der Achsenrichtung:

$$1) \dots P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q\gamma$$

Für $\delta = 90^\circ$ erhält man:

$$P = \gamma A \frac{v^2}{g} = \gamma A \cdot 2 \left(\frac{v^2}{2g} \right)$$

d. h. den vorher angegebenen Satz, wenn sämtliche Flüssigkeitsfäden die gestossene (richtiger gedrückte) ebene Fläche senkrecht treffen und der Abfluss parallel zu letztgedachter Fläche erfolgt.

Frage 159. Was folgt hieraus für den Fall, dass sich die Rotationsfläche dem Wasser mit der Geschwindigkeit c entgegen bewegt?

Antwort. In diesem Falle ist die Wasserkraft:

$$2) \dots P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v + c}{g} \cdot Q \gamma$$

Frage 160. Welche Grösse hat aber der Wasserstoss, wenn sich die gestossene Fläche im Zustande der Ruhe befindet?

Antwort. In diesem Falle ist $c = 0$, also:

$$3) \dots P = (1 - \cos \alpha) \frac{v}{g} \cdot Q \gamma$$

Frage 161. Es folgt hieraus, dass der Stoss einer und derselben Wassermasse unter übrigens gleichen Umständen welcher Grösse proportional ist?

Antwort. Es folgt hieraus, dass der Stoss derselben Wassermasse unter übrigens gleichen Umständen der resp. relativen Geschwindigkeit $v - c$, $v + c$ oder v proportional ist.

Frage 162. Wenn f den Inhalt des Querschnitts vom Wasserstrahle bezeichnet, welche Werte ergeben sich dann für die Kraft des Wasserstosses in der Achsenrichtung, für den Fall, dass

a) die Fläche in der Richtung des stossenden Wassers mit der Geschwindigkeit c fortgeht,

b) die Fläche dem Wasser mit der Geschwindigkeit c entgegen geht,

c) die Fläche ohne Bewegung ist?

Antwort. Das zum Stoss gelangende Wasserquantum ist:

$$a) \quad Q = f(v - c)$$

$$b) \quad Q = f(v + c)$$

$$\text{und } c) \quad Q = f v$$

und daher ist die Stosskraft:

$$4) \dots \left\{ \begin{array}{l} a) \quad P = (1 - \cos \alpha) \frac{(v - c)^2}{g} \cdot f \gamma \\ b) \quad P = (1 - \cos \alpha) \frac{(v + c)^2}{g} \cdot f \gamma \\ \text{und} \\ c) \quad P = (1 - \cos \alpha) \frac{v^2}{g} \cdot f \gamma \end{array} \right.$$

Frage 163. Aus der letzten Formel folgt, dass bei gleichem Querschnitt und gleichem Einfallswinkel des Strahles die Stosskraft in welcher Weise von der Geschwindigkeit abhängig ist?

Antwort. Bei gleichem Querschnitt und gleichem Einfallswinkel des Strahles wächst die Kraft des Stosses gegen eine ruhende Fläche wie das Quadrat der Geschwindigkeit des Wassers.

Frage 164. Was ergibt sich für die drei in Frage 162 erwähnten Fälle, wenn $\alpha = 90^\circ$, also $\cos \alpha = 0$ beträgt?

Antwort. Ist $\alpha = 90^\circ$, dann ist:

$$a) \quad P = \frac{(v - c)^2}{g} f\gamma$$

$$b) \quad P = \frac{(v + c)^2}{g} f\gamma$$

$$\text{und } c) \quad P = \frac{v^2}{g} f\gamma = 2fh\gamma$$

Frage 165. Da diese Formel genau mit der in Antwort auf Frage 151 entwickelten Formel übereinstimmt, so lässt sich hieraus welcher interessante Satz erkennen?

Antwort. Der Druck, der durch Ablenkung eines Wasserstrahles um 90° erzeugt wird, ist gleich dem Druck, den ein senkrechter Stoss desselben Strahles gegen eine ebene Fläche hervorbringt, nämlich gleich dem Gewichte einer Wassersäule, die den Querschnitt des Strahles zur Grundfläche und die doppelte Geschwindigkeitshöhe zur Höhe hat, oder mit andern Worten: jeder dieser beiden Drucke ist doppelt so gross als der entsprechende hydrostatische Druck.

Erkl. 203. Wenn die Fläche, welche von einem Flüssigkeitsstrahle einen Stoss erhält, nicht eben ist, so hängt die Grösse des Druckes, den sie erleidet, auch noch von der Gestalt der Fläche ab. Je nachdem diese Gestalt die Richtung der einzelnen Flüssigkeitsfäden mehr oder weniger abändert, ist auch der Druck des Strahles gegen die Fläche grösser oder kleiner.

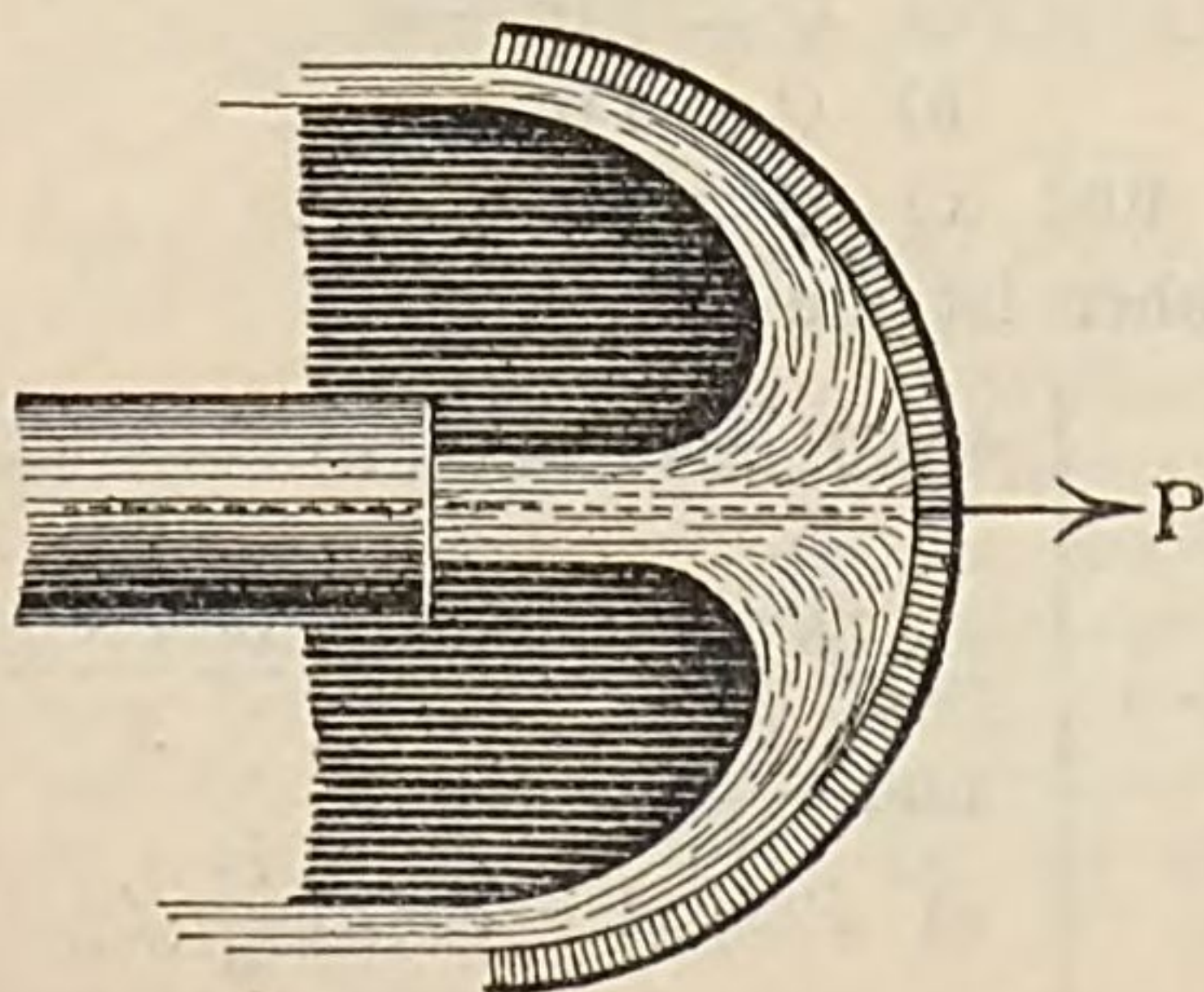
Frage 166. Welche Resultate erhalten wir aus obigen Formeln, wenn wir dem Ablenkungswinkel α den Wert 180° geben, also $\cos 180 = -1$ einsetzen?

Antwort. Dann ist:

$$5) \dots \left\{ \begin{array}{l} a) \quad P = \frac{2(v - c)^2}{g} f\gamma \\ b) \quad P = \frac{2(v + c)^2}{g} f\gamma \\ \text{und} \\ c) \quad P = \frac{2v^2}{g} f\gamma = 4fh\gamma \end{array} \right.$$

d. h. die Wirkungen einer Ablenkung eines Wasserstrahles um 180° (siehe Figur 90) sind überall doppelt so gross als bei der Ablenkung um 90° , und bei einer ruhenden Fläche viermal so gross als der entsprechende hydrostatische Druck.

Figur 90.



Frage 167. Was gilt überhaupt in Bezug auf die Stosskraft eines und desselben Wasserstrahles bei konkaven und konvexen Flächen?

Antwort. Der Stoss ist im allgemeinen bei konkaven Flächen grösser als bei konvexen, weil dort der Winkel stumpf, also der Cosinus negativ ausfällt.

Frage 168. Die Grösse des Wasserstosses oder die von demselben geleistete Arbeit hängt weniger von der Form als vielmehr von welchem andern Zustande der gestossenen Fläche ab?

Antwort. Wie aus der in Antwort auf Frage 158 gegebenen Formel:

$$Pc = (1 - \cos \alpha) \frac{(v - c) \cdot c}{g} \cdot Q\gamma$$

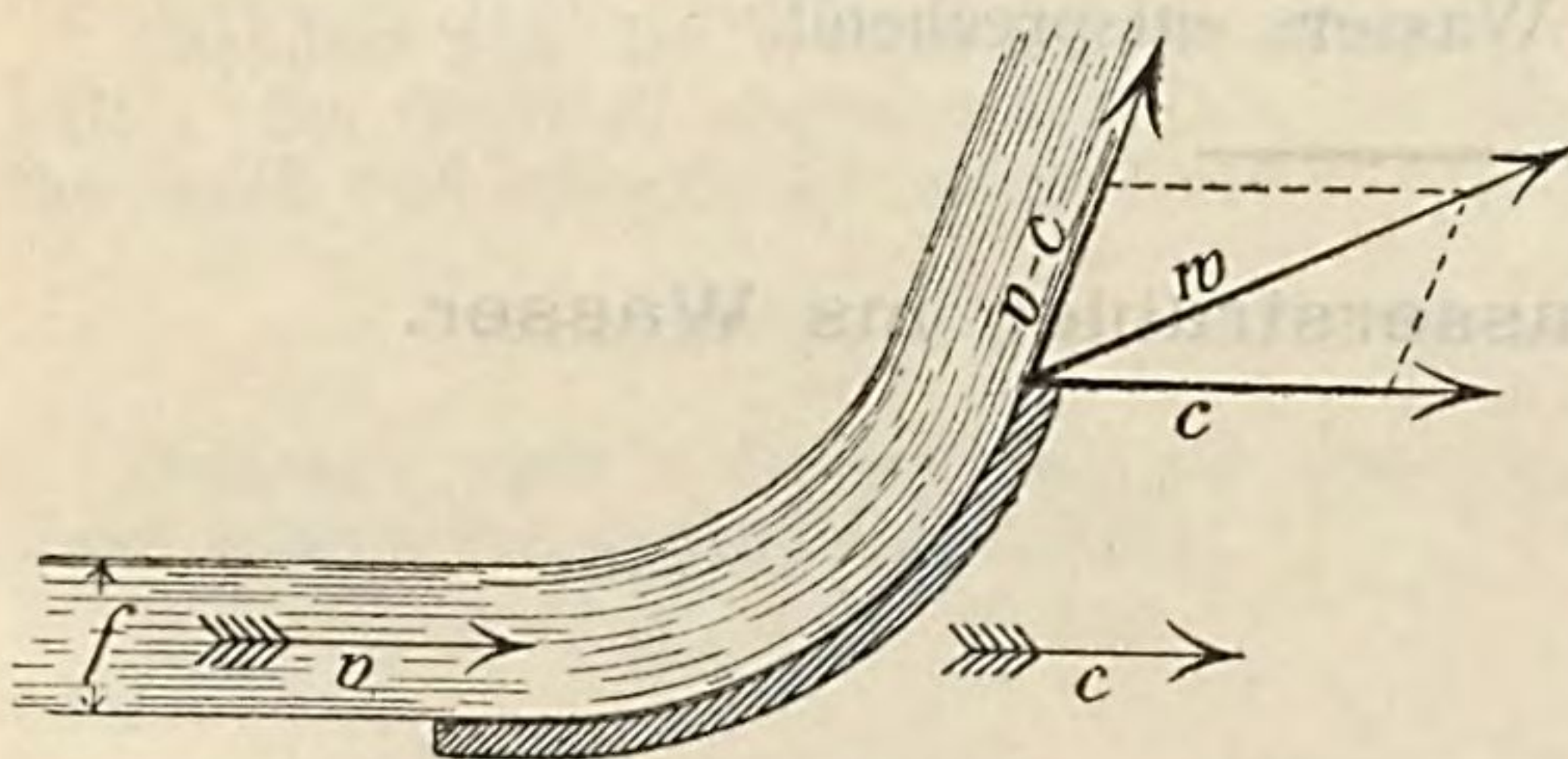
ersichtlich ist, hängt die Grösse der mechanischen Arbeit vorzüglich von der Geschwindigkeit c der gestossenen Fläche ab.

Frage 169. Was gilt für den Fall, dass $c = v$ oder $c = 0$ ist?

Antwort. In jedem dieser Fälle ist die mechanische Arbeit gleich Null.

Frage 170. Welchen Wert zwischen v und 0 muss c erhalten, wenn die Arbeit des Stosses ein Maximum werden soll?

Figur 91.



Erkl. 204. Denkt man sich in Figur 91 den horizontalen Wasserstrahl so gegen eine konkave Fläche fliessend, dass er in ihr aufwärts bis zu einem höchsten Punkte fließen muss, von wo er infolge seiner Schwere wieder zurückfliesst, so lässt sich untersuchen, welche Wirkung eine gewisse Wassermenge:

$$Q = f\gamma(v - c)$$

auf die gestossene Fläche ausübt. Denken wir uns wieder, die Geschwindigkeit des Wassers sei v , die der Fläche in gleicher Richtung c , so hat das Wasser für seine Bewegung auf der Fläche die relative Anfangsgeschwindigkeit $v - c$, erlangt aufsteigend eine Höhe von $\frac{(v - c)^2}{2g}$ (siehe R. Klimpert, Dynamik, die

Gesetze des senkrechten Wurfes) und herabsinkend abermals eine Geschwindigkeit von

Klimpert, Hydrodynamik. II.

Antwort. Sieht man v als den halben Umfang eines Rechtecks und c als die Grundlinie desselben an, so ist die Höhe desselben $v - c$ und der Inhalt desselben $(v - c) \cdot c$. Nun hat unter allen Rechtecken das Quadrat bei gegebenem Umfang den grössten Inhalt, und es ist daher auch $(v - c) \cdot c$ am grössten, wenn:

$$v - c = c \text{ oder } v = 2c \text{ oder } c = \frac{1}{2}v$$

gemacht wird, d. h. die grösste mechanische Arbeit leistet der Wasserstrahl, wenn die gestossene Fläche demselben mit der halben Geschwindigkeit des Wassers ausweicht, und zwar ist dann:

$$Pc = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{\left(v - \frac{1}{2}v\right) \cdot \frac{1}{2}v}{g} \cdot Q\gamma$$

oder:

$$Pc = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{1}{2} \frac{v^2}{2g} \cdot Q\gamma$$

oder da $\frac{v^2}{2g} = h$, so ist:

$$6) \dots Pc = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{1}{2} Qh\gamma$$

$(v - c)$, mit welcher es die krumme Fläche in einer der ursprünglichen Bewegung entgegengesetzten Richtung verlässt. Da aber die krumme Fläche mit der Geschwindigkeit c zurückweicht, so ist die absolute Geschwindigkeit des die Fläche verlassenden Wasserstrahles:

$$c - (v - c) = 2c - v$$

Vergleichen wir nun das ursprüngliche Arbeitsvermögen des Wassers mit dem übrigen, so ist:

$$Pc = \frac{Qv^2}{2g} - \frac{Q(2c - v)^2}{2g} = \frac{2Q(v - c)c}{g}$$

und

$$P = \frac{2Q(v - c)}{g}$$

[siehe Formel a) in Antwort auf Frage 166].

Frage 171. Was gilt demnach für den Fall, dass der Einfallswinkel:

a) $\alpha = 180^\circ$, b) $\alpha = 90^\circ$

beträgt und sich die Fläche mit der halben Geschwindigkeit des Wasserstrahles in der Richtung desselben fortbewegt?

Antwort. Ist $\alpha = 180^\circ$ wie in Figur 90, dann ist:

$$7) \dots Pc = Qh\gamma$$

Ist aber $\alpha = 90^\circ$ wie beim Stoss gegen eine Ebene, dann ist:

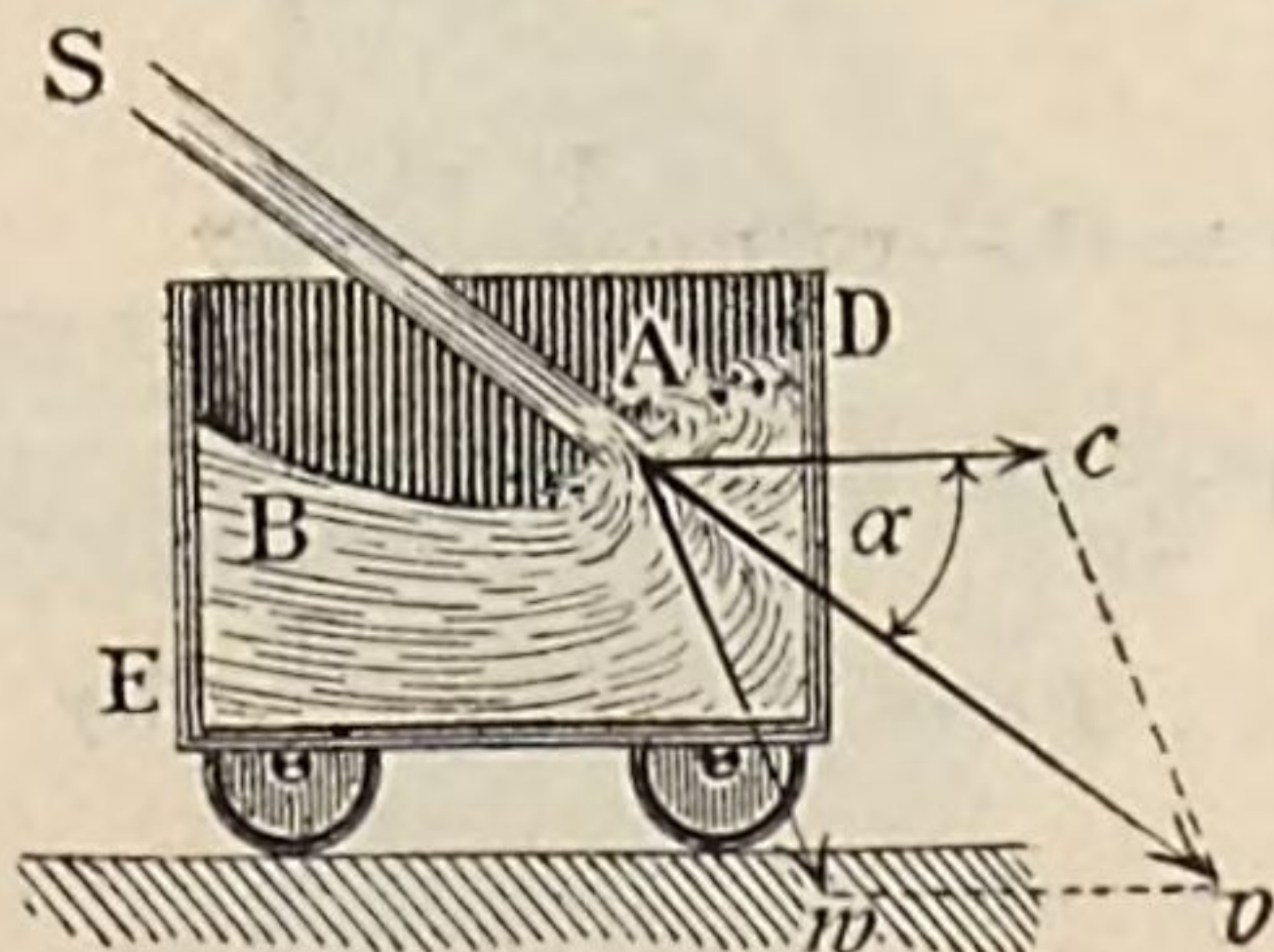
$$8) \dots Pc = \frac{1}{2} Qh\gamma$$

also nur der halben lebendigen Kraft des Wassers entsprechend.

δ) Der Stoss isolierter Wasserstrahlen ins Wasser.

Frage 172. Wie lässt sich die mechanische Arbeit ermitteln, welche auf ein Gefäss übergeht, wenn wir jetzt annehmen, dass der Wasserstrahl nicht gegen eine Fläche stösst, sondern mit einer gewissen Geschwindigkeit in ein mit Wasser gefülltes, bewegbares Gefäss eintritt?

Figur 92.



Antwort. Wenn die in der Zeiteinheit mit der Geschwindigkeit v in das Gefäss ED (siehe Figur 92) einströmende Wassermenge Q dieses bewegbare Gefäss in die Geschwindigkeit c versetzt, so wird von dem Arbeitsvermögen:

$$A_0 = \frac{Qv^2}{2g} \gamma$$

dieser Wassermenge (siehe Erkl. 200) ein der Geschwindigkeit w entsprechender Teil:

$$A_1 = \frac{Qw^2}{2g}$$

nach dem Parallelogrammgesetz für die Bewegung des Gefässes verloren gehen, und nur zur Bildung und Erhaltung der Wasserwirbel AB beitragen, indem sich das Gefäss

Erkl. 205. In jedem Dreieck ist der Cosinus eines Winkels gleich den Quadraten der beiden ihn einschliessenden Seiten, weniger dem Quadrate der ihm gegenüberliegenden Seite, dividiert durch das doppelte Produkt der beiden ihn einschliessenden Seiten.

Es ist also in Bezug auf den Winkel α , da $Ac = c$, $Av = v$ und $cv = w$ gesetzt werden kann:

$$\cos \alpha = \frac{c^2 + v^2 - w^2}{2cv}$$

oder:

$$2cv \cdot \cos \alpha + w^2 = c^2 + v^2$$

oder:

$$w^2 = c^2 + v^2 - 2cv \cdot \cos \alpha$$

Erkl. 206. Nimmt man zunächst an, dass sich das Gefäss im Ruhezustand befindet und gross genug ist, um das während einer gewissen Zeit einströmende Wasserquantum aufzunehmen, so wird die ganze lebendige Kraft des Wasserstrahles:

$$A_0 = \frac{Qv^2}{2g} \gamma$$

durch die Reibung und durch die im Gefässe entstehenden Wasserwirbel verzehrt.

Bewegt sich hierauf das Gefäss mit der Geschwindigkeit c genau in der Richtung des Wasserstrahles, so ist die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen das Gefäss $v - c$, und die durch Reibung und Wirbel in der Zeiteinheit verlorene Arbeit ist folglich:

$$A_1 = \frac{(v - c)^2}{2g} \cdot Q\gamma$$

Nachdem nun das Wasser die Geschwindigkeit c des Gefässes angenommen hat, ist die ihm noch verbleibende lebendige Kraft:

$$A_2 = \frac{c^2}{2g} Q\gamma$$

Demnach wird in diesem Falle die dem Gefässe mitgeteilte dynamische Arbeit:

$$A = A_0 - (A_1 + A_2)$$

oder:

$$A = \frac{Qv^2}{2g} \gamma - \frac{(v - c)^2}{2g} \cdot Q\gamma - \frac{c^2}{2g} Q\gamma$$

oder:

$$3) \dots A = \frac{Q\gamma}{g} \cdot c(v - c)$$

sein.

Frage 173. Was ergiebt sich hieraus für den Fall, dass das Gefäss stillsteht, also $c = 0$ ist?

Erkl. 207. Da $\frac{v^2}{2g} = h$, so kann man für $\frac{v^2}{g}$ auch $2h$ setzen.

nur in der horizontalen Richtung Ac zu bewegen vermag, während doch der Wasserstrahl die hiervon abweichende Bewegungsrichtung Av besitzt.

Nun ist aber nach dem Cosinussatz (siehe Erkl. 205):

$$w^2 = c^2 + v^2 - 2cv \cdot \cos \alpha$$

und daher die durch die Wasserwirbel verloren gehende mechanische Arbeit:

$$A_1 = \frac{c^2 + v^2 - 2cv \cdot \cos \alpha}{2g} Q\gamma$$

Da sich die Wassermenge nach dem Stosse mit der Geschwindigkeit c des Gefässes weiter bewegt, so behält dieselbe nach dem Stosse auch noch das dieser Geschwindigkeit entsprechende Arbeitsvermögen:

$$A_2 = \frac{c^2}{2g} Q\gamma$$

Demnach ist die mechanische Arbeit, welche auf das Gefäss übergeht und auf die Fortbewegung desselben verwendet wird:

$$A = A_0 - (A_1 + A_2)$$

oder:

$$A = Q\gamma \cdot \frac{v^2}{2g} - Q\gamma \cdot \frac{c^2 + v^2 - 2cv \cdot \cos \alpha}{2g} - \frac{c^2}{2g} \cdot Q\gamma$$

oder:

$$A = \frac{Q\gamma}{2g} \cdot v^2 - c^2 - v^2 + 2cv \cdot \cos \alpha - c^2$$

oder:

$$1) \dots A = \frac{(v \cdot \cos \alpha - c)c}{g} Q\gamma$$

und demnach ist die Kraft, mit welcher das Gefäss in seiner Bewegungsrichtung durch das einströmende Wasser fortgetrieben wird:

$$P = \frac{A}{c}$$

oder:

$$2) \dots P = \frac{v \cdot \cos \alpha - c}{g} \cdot Q\gamma$$

Antwort. In diesem Falle ist:

$$P = \frac{v \cdot \cos \alpha}{g} \cdot Q\gamma$$

oder wenn man den Querschnitt f des Wasserstrahles also für $Q = fv$ einführt:

$$4) \dots P = \frac{v^2 \cdot \cos \alpha}{g} f\gamma = 2fh\gamma \cdot \cos \alpha$$

Frage 174. Wenn erreicht die mechanische Arbeit ihren grössten Wert?

Erkl. 208. Nimmt man an, dass statt eines einzigen Gefässes in der Richtung des Wasserstrahles eine ganze Reihe von Gefässen nach und nach denselben Weg beschreiben, wie es bei den Zellen eines Wasserrades z. B. der Fall ist, so wird das Wasser, während es noch in das erste Gefäss einströmt, schon anfangen, das folgende zu füllen, und in einem genügend langen Zeitraume werden alle Gefässe zusammen die Wassermenge empfangen, welche in derselben Zeit an der Ausflussöffnung ausströmt. Es wird folglich, da $Q = fv$, den mit dem Wasserstrahle gleiche Richtung beschreibenden Gefässen die mechanische Arbeit:

$$A = \frac{f\gamma v}{g} \cdot c(v - c)$$

zu teil.

Frage 175. Wie gross ist die mechanische Arbeit, wenn man den Strahl in der Bewegungsrichtung des Gefässes in dasselbe einführt?

Antwort. Die mechanische Arbeit wird ein Maximum, wenn die Geschwindigkeit, mit welcher sich das Gefäss fortbewegt:

$$c = \frac{1}{2} v \cdot \cos \alpha$$

beträgt (siehe Antwort auf Frage 170).

Setzen wir diesen Wert in die vorige Formel 1) für c ein, so ergibt sich:

$$A = \frac{\left(v \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} v \cdot \cos \alpha\right) \cdot \frac{1}{2} v \cdot \cos \alpha}{g} Q\gamma$$

oder:

$$5) \dots A = \frac{1}{2} \frac{v^2 \cdot \cos^2 \alpha}{2g} Q\gamma = \frac{1}{2} Qh\gamma \cdot \cos^2 \alpha$$

Antwort. In diesem Falle ist:

$$\alpha = 0, \quad \cos \alpha = 1$$

also nach Gleichung 1):

$$A = \frac{(v - c) c}{g} Q\gamma \quad [\text{siehe Gleich. 3)]}$$

und im günstigsten Falle:

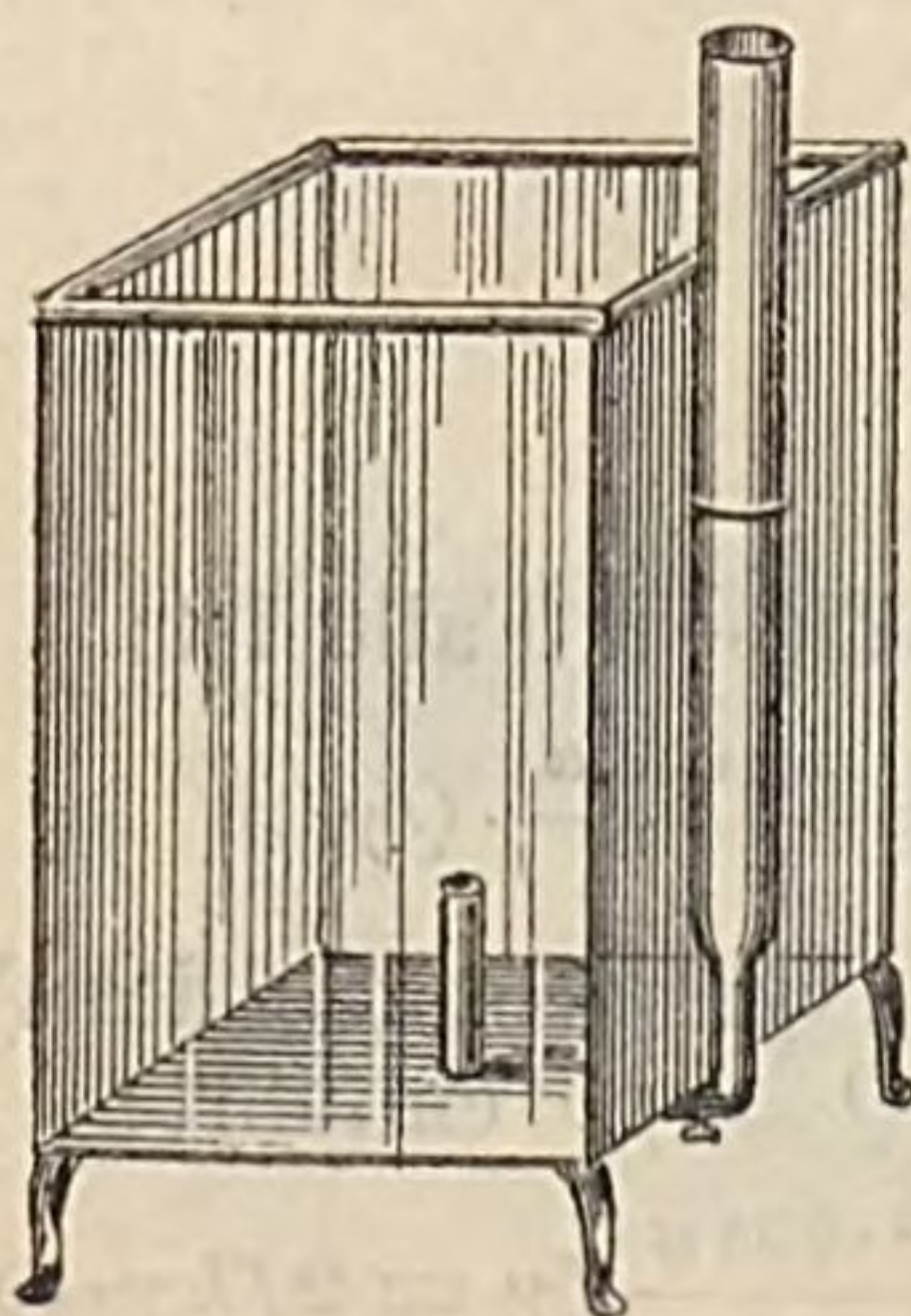
$$A = \frac{1}{2} Qh\gamma \quad [\text{siehe Gleichung 5)]}$$

Anmerkung 8. Ueber die durch einen in ruhendes Wasser strömenden Wasserstrahl entstehenden Flüssigkeitsfiguren hat G. Kötschau Untersuchungen angestellt und deren Resultate veröffentlicht, von denen hier nur folgendes erwähnt sein möge. Man nehme einen aus vier Glaswänden zusammengesetzten Behälter von quadratischem Querschnitt, etwa 60 cm hoch und 30 cm breit, an dessen Seite eine längere Glasröhre von 5 cm Durchmesser angebracht ist, die, sich nach unten verjüngend, in ein gekrümmtes Messingrohr übergeht, welches bei 1,5 cm Durchmesser in der Mitte des Bodens in das Gefäss (siehe Figur 93) einmündet und zum Aufsetzen verschiedener Ausflussöffnungen eingerichtet ist. Das Messingrohr muss noch mit einem

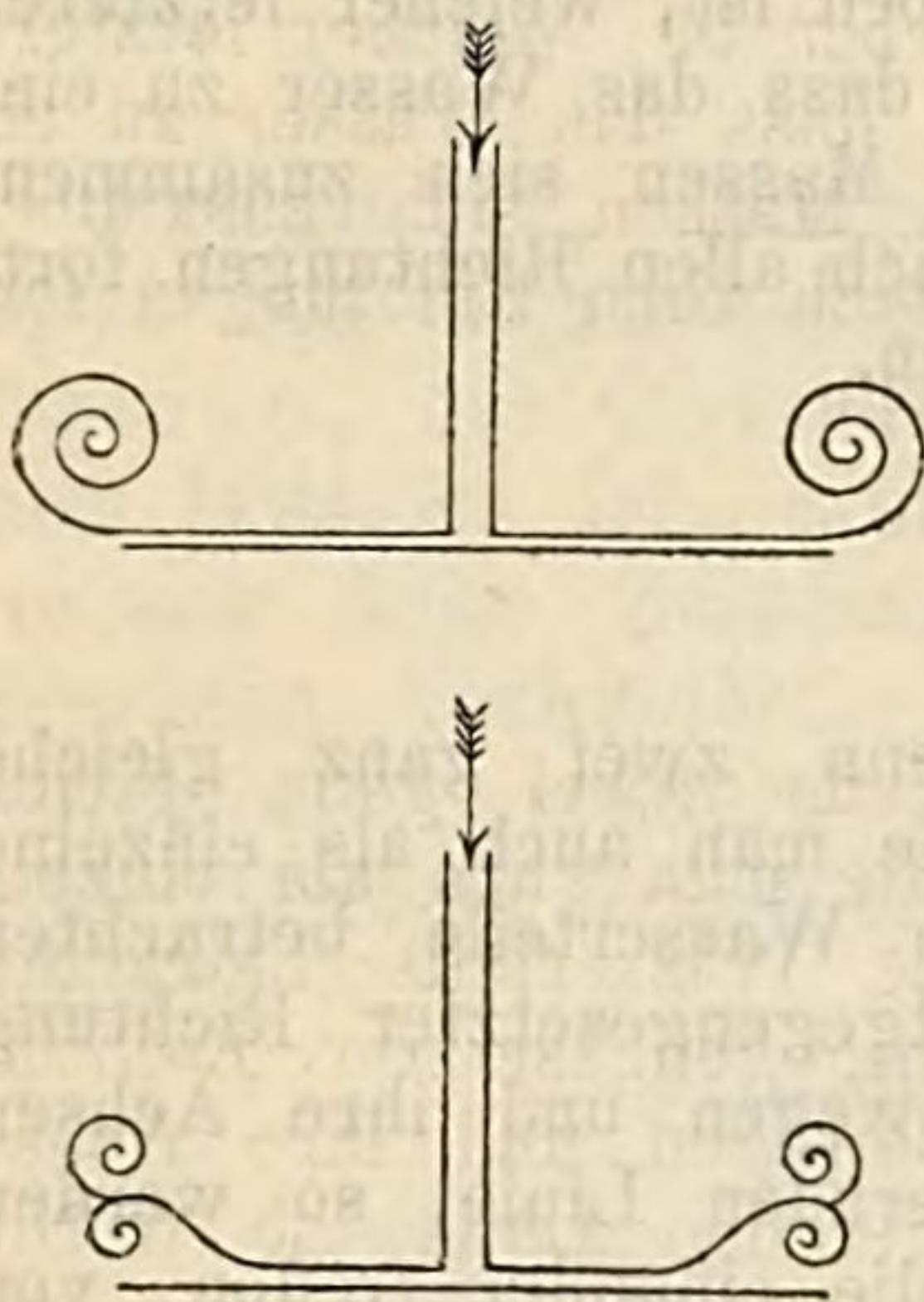
Hahn versehen sein, so dass die Verbindung zwischen Glasröhre und Behälter nach Belieben hergestellt und unterbrochen werden kann. Füllt man nun das Gefäss bei geschlossenem Hahne mit Wasser, die Glasröhre etwas höher mit rotgefärbtem Wasser, und lässt den Apparat zunächst eine Nacht hindurch im Zimmer stehen, damit sich das Wasser beruhigt und die Zimmertemperatur annimmt, dann entstehen, wenn man den Hahn längere oder kürzere Zeit öffnet, verschiedenartige Strahl- und Ringbildungen.

Stellt man dem Ausflusstrahle horizontal ebene Scheiben gegenüber, so geht der Strahl nach seiner Ausbreitung am unteren Rande, je nach der Ausflussgeschwindigkeit, in zweiseitige (siehe Figur 94a) oder einseitige Wirbelflächen über. Besonders schön werden die Figuren, wenn man ebene Scheiben in Form

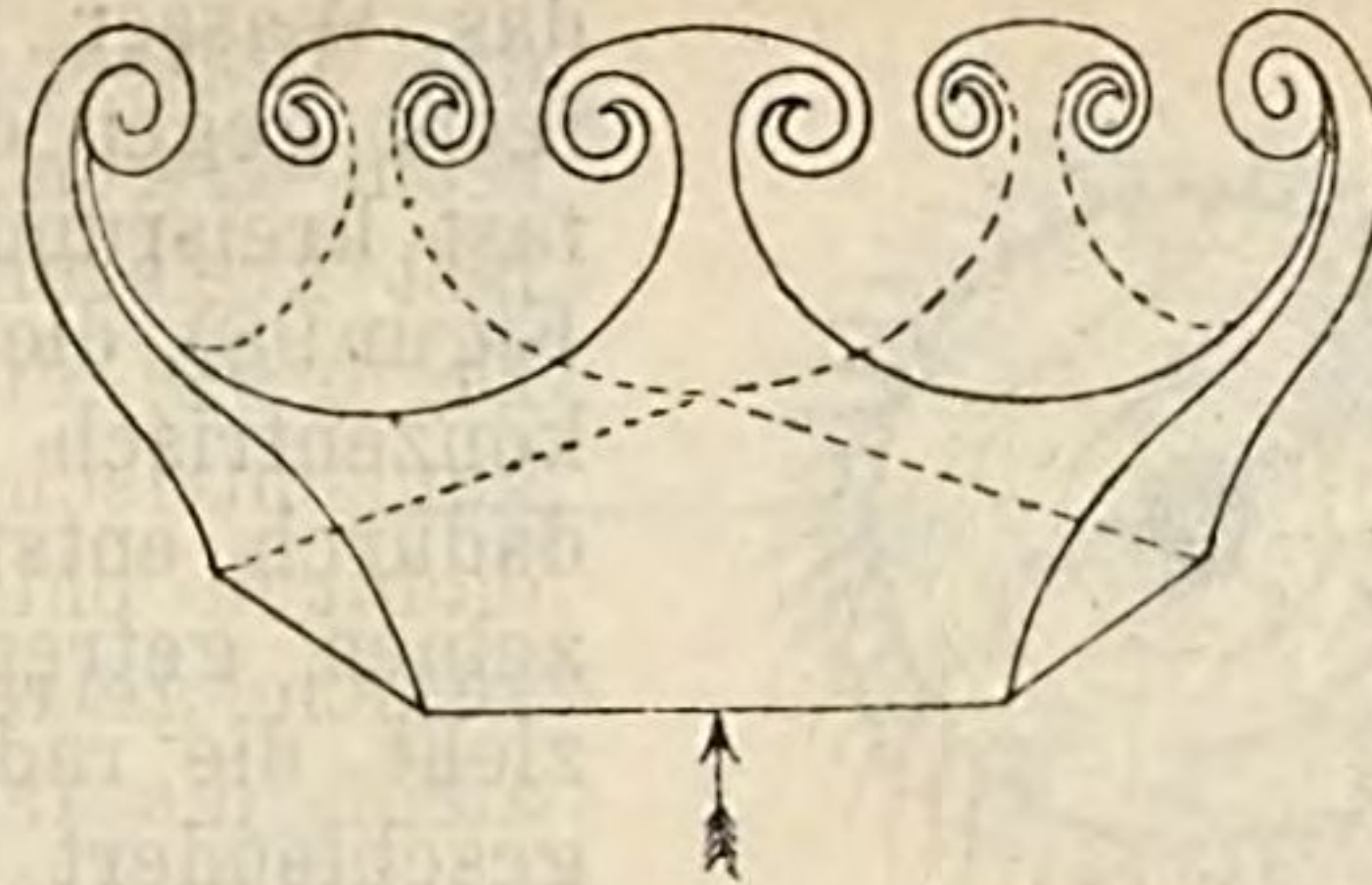
Figur 93.



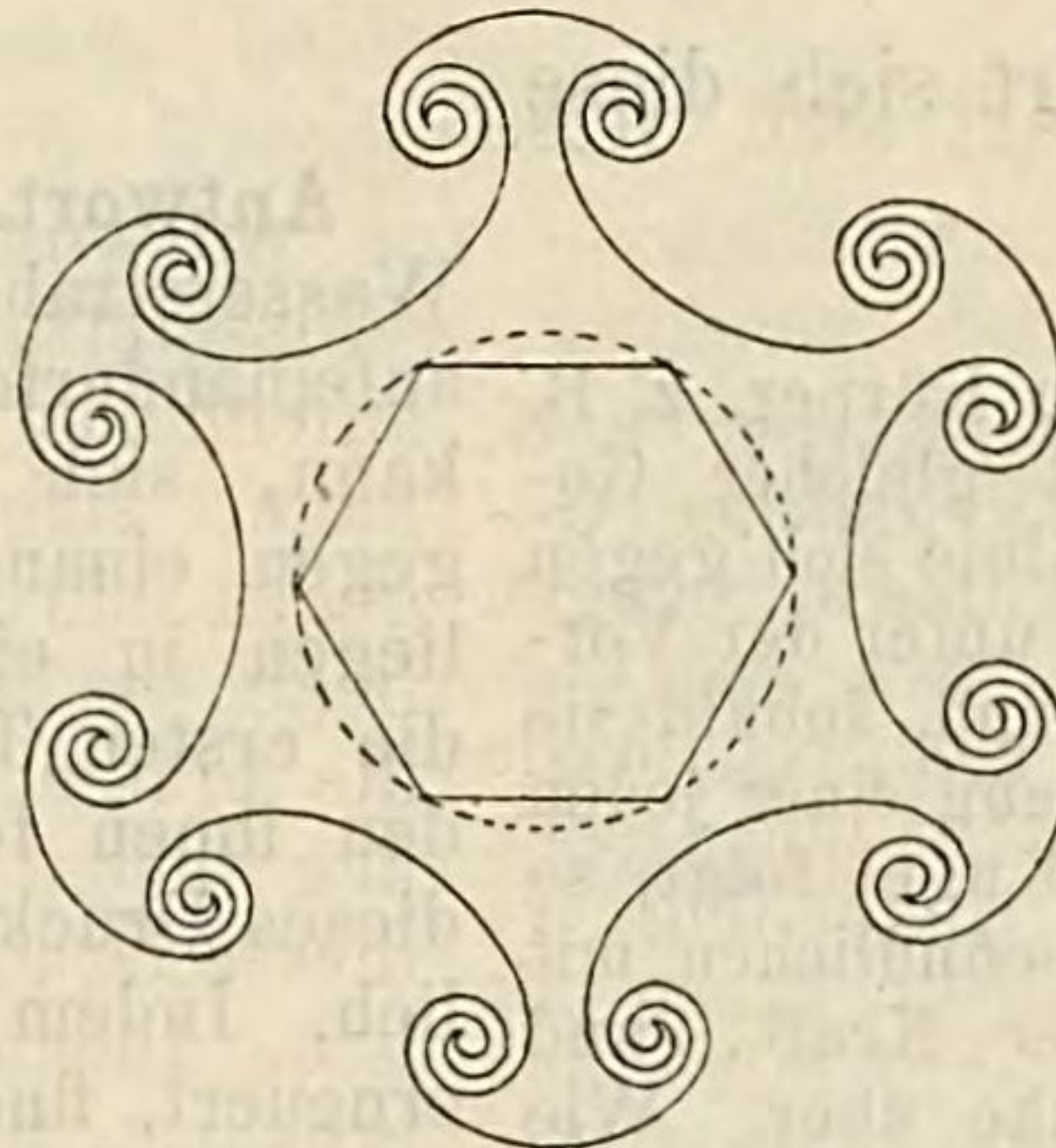
Figur 94a und b.



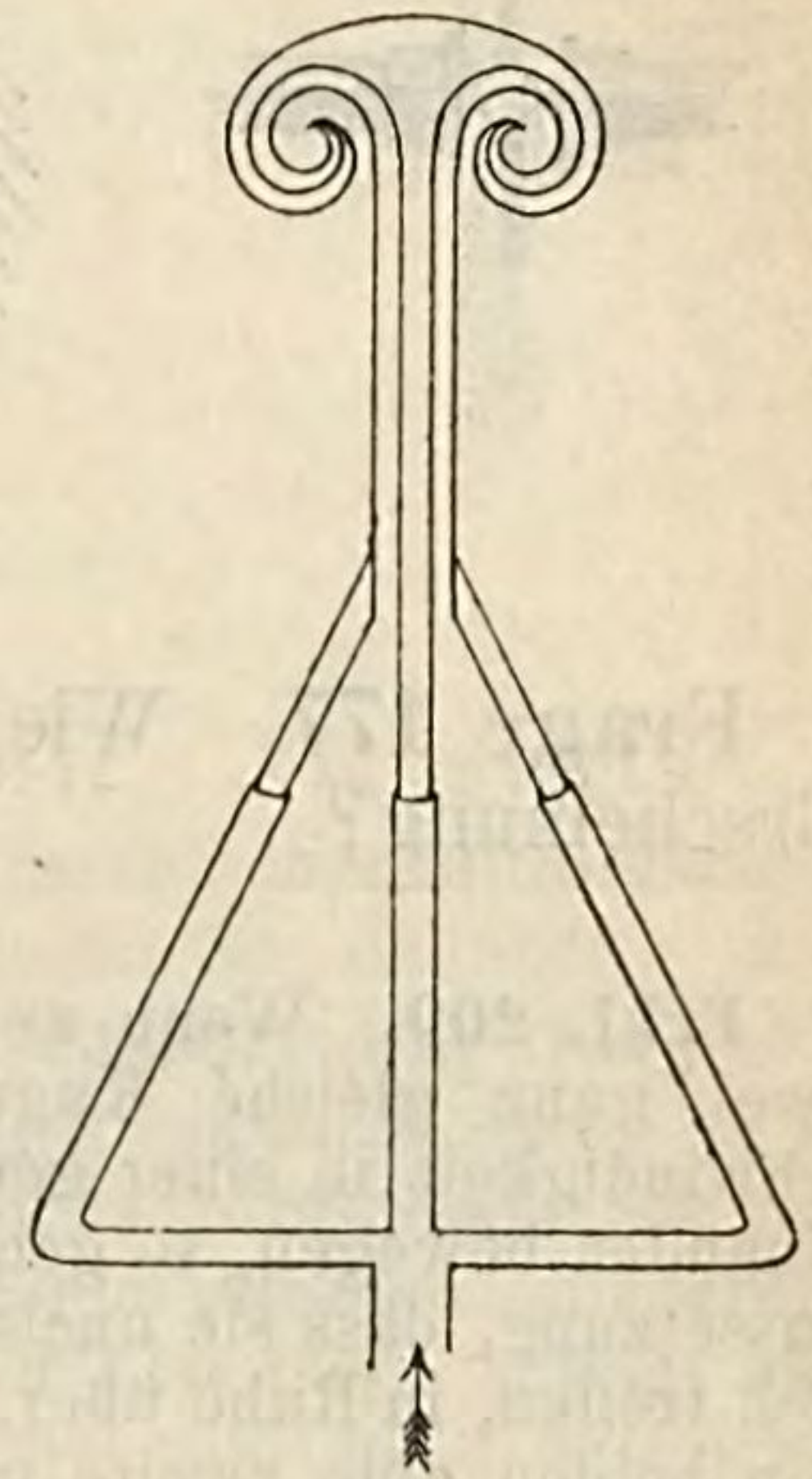
Figur 95.



Figur 96.



Figur 97.



regelmässiger Vielecke dem Strahle wagrecht entgegenstellt. Die ausströmende Flüssigkeit erhebt sich alsdann über die Vielecksseiten früher als über die Ecken; dadurch entstehen ebensoviel Einsenkungen, als Ecken vorhanden sind, während an den Stellen grösserer Erhebung durch die Reibung ebensoviel Wirbelflächen entstehen, als Seiten vorhanden sind. Die Stromflächen sind fortwährenden Aenderungen unterworfen und gehen von konvexer zu konkaver Krümmung über. Figur 95 zeigt z. B. eine solche Stromfigur für ein gleichseitiges Fünfeck, Figur 96 eine solche für ein gleichseitiges Sechseck, von oben gesehen.

Neben der Ausflussgeschwindigkeit entscheidet wesentlich die Lage und Krümmung der Flächen, ob und wie weit die durch Adhäsion anhaftende Flüssigkeitsschicht durch den auftreffenden Strahl verdrängt wird.

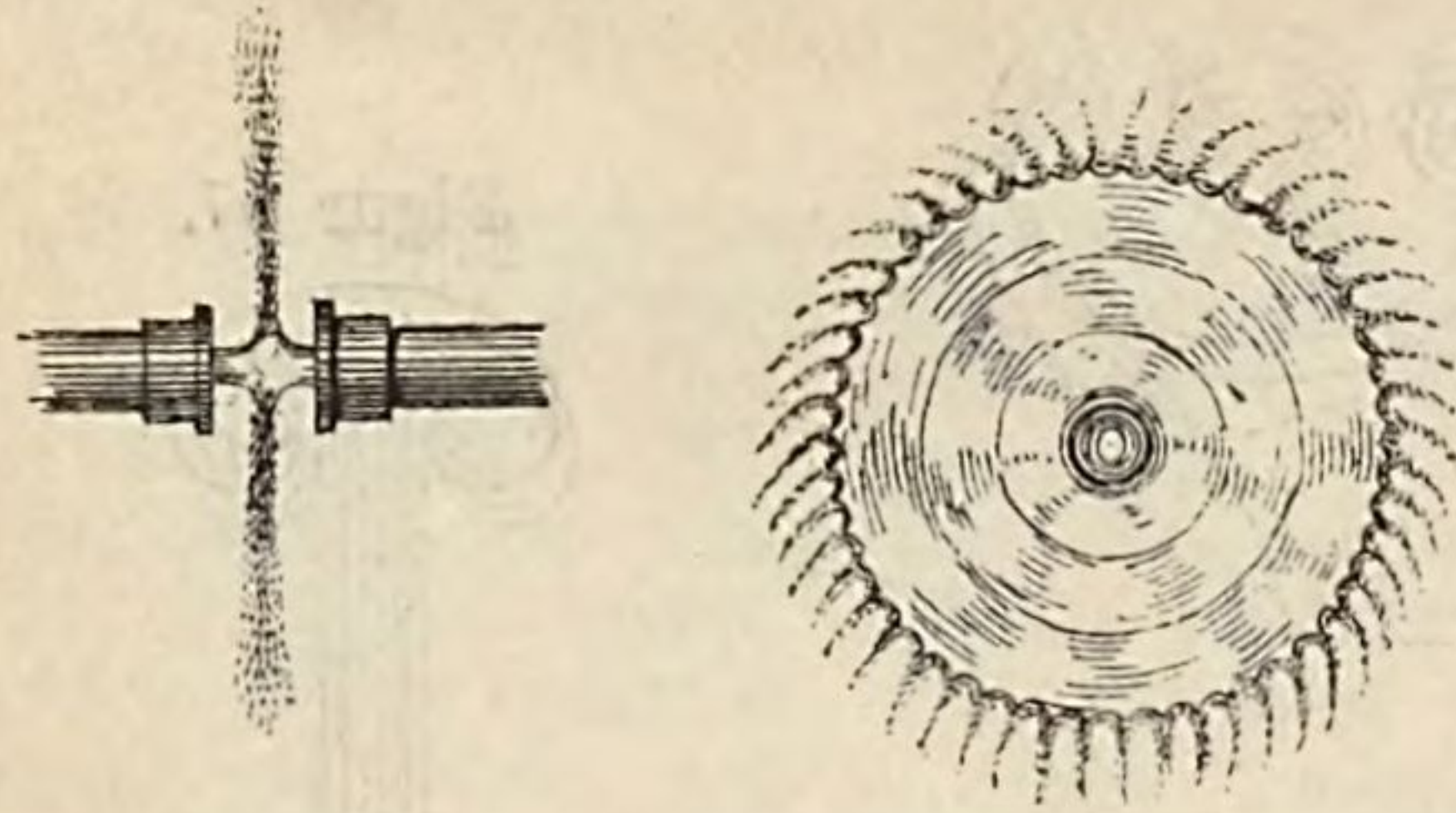
Setzt man auf die Ausflussöffnung eine Glasgabel in Form eines Dreizacks (siehe Figur 97), so geht trotz gleichgrosser Ausflussöffnungen der mittlere Strahl den beiden andern weit voraus, weil hier die strömende Flüssigkeit einen längeren Weg zurückzulegen hat; kommen nun die seitlichen Strahlen langsam in die nächste Nähe des mittleren, so sieht man sie plötzlich ihre Wirbelköpfe verlieren und mit grosser Geschwindigkeit sich in einem dünnen Faden (von der Seite gesehen) unter den Wirbelkopf des mittleren ziehen, ohne dass die dünne Zwischenschicht ungefärbten Wassers beseitigt wird.

c) Ueber den Stoss zweier Wasserstrahlen gegen einander.

Frage 176. Welche Erscheinung nehmen wir wahr, wenn zwei Wasserstrahlen, die aus gleichen kreisrunden Oeffnungen mit gleicher Geschwindigkeit hervorgehend, so gegen einander stossen, dass ihre Achsen zusammenfallen und sie sich an solcher Stelle treffen, wo jeder von beiden noch vollkommen zusammenhängend ist?

Antwort. Wenn zwei Wasserstrahlen von gleichem Durchmesser und gleichem Druck, aber entgegengesetzter Richtung, einander so treffen, dass sie eine gemein-

Figur 98.



schaftliche Achse haben, so bewegt sich das Wasser in einer Ebene, welche senkrecht gegen diese Achse ist, und bildet eine fast kreisrunde durchsichtige Scheibe (siehe Figur 98), die von einem durchsichtigen Rande konzentrisch umgeben ist, welcher letzterer dadurch entsteht, dass das Wasser zu einzelnen getrennten Massen sich zusammenzieht, die radial nach allen Richtungen fortgeschleudert werden.

Frage 177. Wie erklärt sich diese Erscheinung?

Erkl. 209. Wenn zwei feste Körper, z. B. zwei ganz gleiche Kugeln mit gleicher Geschwindigkeit in einer geraden Linie sich gegen einander bewegen, so gehen sie, unter der Voraussetzung, dass sie unelastisch sind, sobald sie sich treffen, in Ruhe über, und wenn einer jeden von beiden eine zweite gleiche Kugel folgt, so treffen diese die schon in Ruhe befindlichen mit gleicher, aber entgegengesetzter Kraft, und gehen deshalb gleichfalls in Ruhe über. Wie aus der nebenstehenden Betrachtung hervorgeht, verhält es sich mit tropfbar flüssigen Massen anders.

Erkl. 210. Obgleich die Wirkung des ersten Stosses beider Wasserstrahlen nach allen Seiten die gleiche ist, so kann doch die Schwere auf die spätere Bewegung des Wassers und die Form der schwebenden Masse nicht ohne Einfluss bleiben.

Erkl. 211. Nach Savarts Beobachtungen ist der Radius der Scheibe im äussersten Falle, nämlich bei geringer Geschwindigkeit und grosser Dicke der Strahlen, nur etwa der halben Druckhöhe gleich, er bleibt aber gewöhnlich sogar unter dem vierten Teil derselben. Der Weg, den die rings umher abfallenden Tropfen verfolgen, zeigt deutlich, dass die lebendige Kraft, welche das Wasser in den Strahlen besass, am Rande der Scheibe grösstenteils zerstört ist.

Wenn der Wasserdruck und mit demselben die Geschwindigkeit der Strahlen nach und nach verstärkt wird, so vergrössert sich die Scheibe nicht fortwährend, sie erreicht vielmehr bei einer gewissen Geschwindigkeit der Strahlen ihr Maximum, und bei noch grösserer Geschwindigkeit wird sie sogar kleiner, als sie früher war. Die äussere Erscheinung lässt diesen Uebergang leicht erkennen. Die Scheibe verliert nämlich im letzten Falle das solide Aussehen, welches sie bisher hatte; sie gleicht einem dünnen Häutchen, welches, wie vom Winde bewegt, zahllose feine Fältchen schlägt, die sich fortwährend verändern. Besonders auffallend ist es aber, dass an ihrem Umfange das Wasser sich nicht mehr in grossen Massen an-

Antwort. Wenn zwei ganz gleiche Wasserstrahlen, die man auch als einzelne aufeinanderfolgende Wasserteile betrachten kann, sich in entgegengesetzter Richtung gegen einander bewegen und ihre Achsen liegen in einer geraden Linie, so werden die ersten Teile, die einander treffen, von den ihnen folgenden gedrückt, und infolge dieses Druckes bewegt sich das Wasser seitlich. Indem dieser Vorgang sich fortwährend erneuert, findet auch eine fortwährende seitliche Bewegung des Wassers von der Stelle des Zusammentreffens der Strahlen statt und zwar nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit.

Infolge der Kohäsion bildet das sich seitlich fortbewegende Wasser eine zusammenhängende kreisrunde Fläche, die in dem Masse dünner wird, als sich die Flüssigkeit in ihr von dem Zentrum entfernt, bis sie endlich reisst. Dann ziehen sich die getrennten kleinen Wassermassen zu Tropfen zusammen und fliegen in der Richtung der Radien weiter.

Solange die Wasserfläche zusammenhängend ist, wirken zwei Kräfte auf die Teile derselben, nämlich:

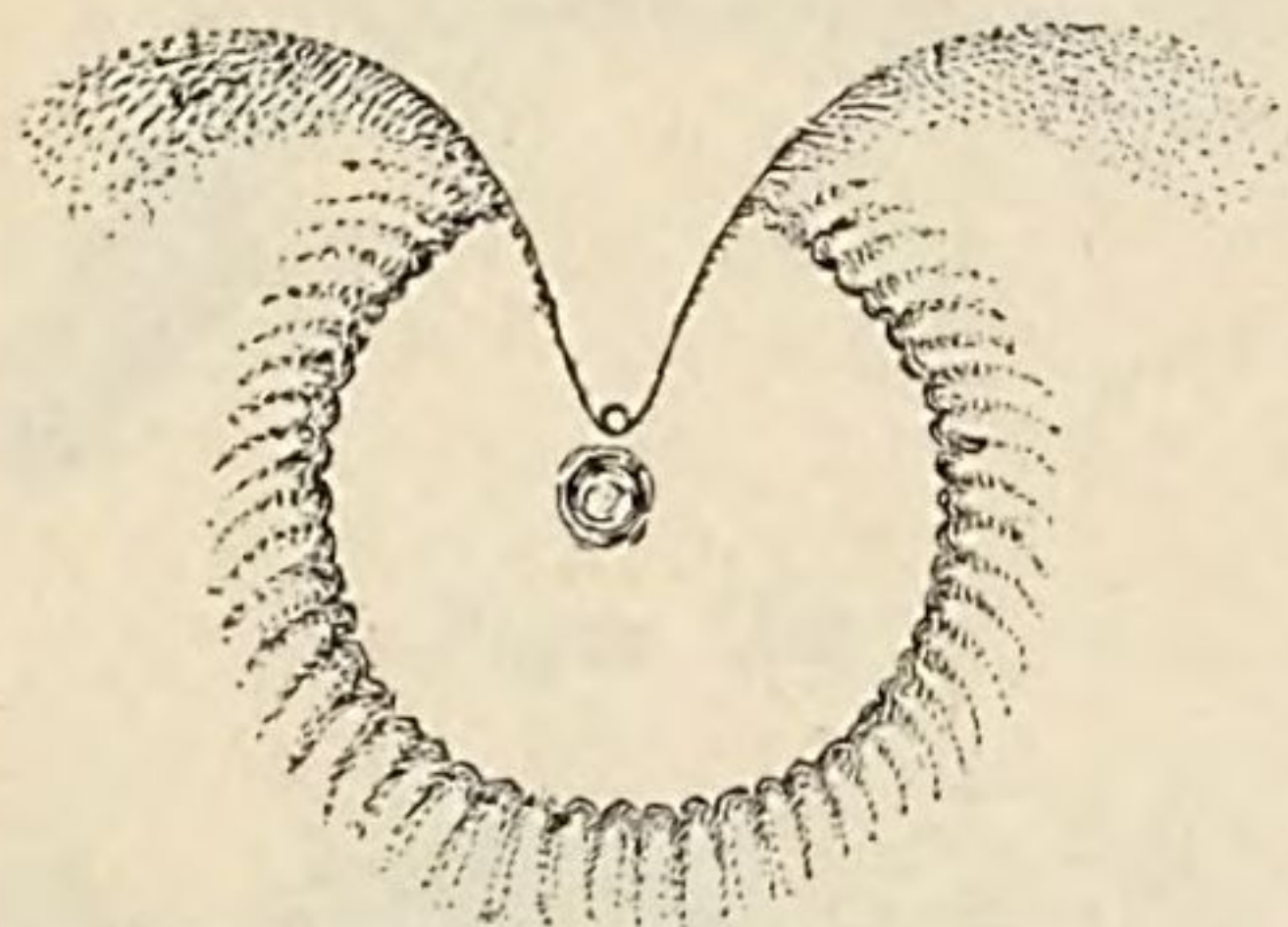
1) der Druck der ankommenden Wassermasse, welcher sie in der Richtung des Radius forttreibt, und

2) die Kohäsion, welche sie in Zusammenhang mit den nebenliegenden Teilchen erhält. Infolge der letzteren vermindert sich die Geschwindigkeit in der Richtung des Radius, denn es wird von der Kraft, welche in dieser Richtung wirksam ist, ein Teil auf die Ausbreitung des Wassers verwendet.

sammelt und in einzelnen starken Tropfen abfällt, die ganze Scheibe erscheint vielmehr unregelmässig begrenzt, als ob sie abgerissen wäre, und die feinen Tröpfchen fliegen überall umher und werden bei zunehmender Geschwindigkeit immer feiner, bis sie endlich einen Staubregen bilden.

Frage 178. Durch welchen Versuch lässt sich nachweisen, dass es die Kohäsion, die Oberflächenspannung des Wassers ist, welche die Wassermassen beim Zusammenstossen beider Strahlen verhindert, sich in Tropfen aufzulösen, sondern sie vielmehr zur regelmässigen kreisförmigen Scheibe vereinigt?

Figur 99.



Erkl. 212. „Die Spannung in der Richtung des Radius ist ohne Einfluss auf die Bewegung des Wassers, weil sie in jedem Ringe, der in die Scheibe tritt, schon vorhanden ist, und sich während der Bewegung desselben nicht merklich verändert. Diese Spannung würde allerdings, wenn der Wasserdruck aufhörte, die Masse der Scheibe nach der Achse hinziehen: während der Erscheinung wird ihr aber durch den dauernden Druck das Gleichgewicht gehalten, und wie eine Feder, die gleichmässig gespannt bleibt, gar nicht als Feder wirkt, so kann auch diese Spannung keinen mechanischen Effekt äussern. Das Verhältnis ist ganz demjenigen analog, welches sich darstellt, wenn die Oeffnung, aus der ein Wasserstrahl tritt, nicht unmittelbar in dem festen Reservoir angebracht, vielmehr durch einen elastischen Schlauch damit verbunden ist. Während man das Reservoir anfüllt und der Druck sich vergrössert, wird der Schlauch zwar gespannt und ausgedehnt, wozu allerdings ein Teil der lebendigen Kraft des Wassers verwandt wird, so dass der inzwischen austretende Strahl etwas schwächer ist, als er bei fester Verbindung der Ausflussöffnung mit dem Gefässe sein würde. In gleicher Art wird der Strahl während der Verminderung des Druckes etwas verstärkt werden. Von solchen Uebergängen ist hier aber nicht die Rede, es handelt sich vielmehr nur um den Beharrungszustand und während dieses bleibt die Spannung des Schlauches unverändert: seine Elastizität ist daher voll-

Antwort. Unterbricht man den Zusammenhang der Wasserfläche dadurch, dass man an einer vom Mittelpunkte nicht sehr entfernten Stelle einen festen Körper, z. B. einen Draht in dieselbe hineinhält, so vereinigen sich die durch denselben getrennten Wasserfäden nicht wieder. Es bildet sich vielmehr ein Ausschnitt, der nicht durch gerade Linien oder Radien begrenzt ist, sondern es wird der Winkel, dem dieser Ausschnitt entspricht, nach dem Rande hin immer grösser (siehe Figur 99), so dass es scheint, als ob die äusseren Wasserfäden durch eine Seitenkraft nach dem zusammenhängenden Teile der Scheibe hingezogen werden. Der Richtung der Schwere entgegen fliegen sie in tangentialer Richtung viel weiter fort, als die in der Wasserfläche sich bewegenden Teile in radialer Richtung sich fortbewegen.

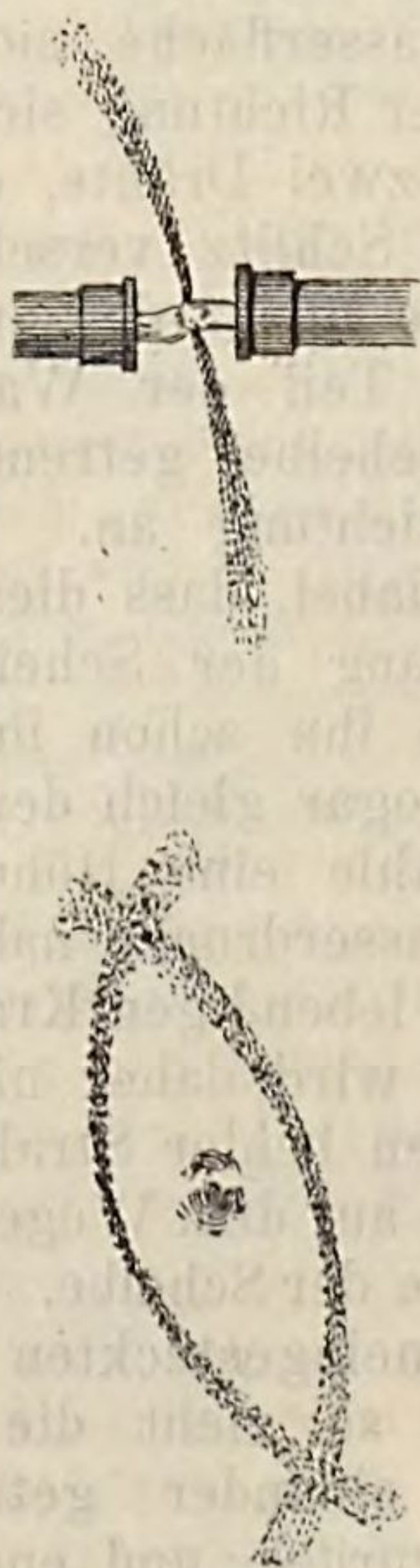
Wenn man zwei Drähte, oder ein Blech, das mit einem Schlitz versehen ist, in die Scheibe hält, so bleibt der zu beiden Seiten abgeschnittene Teil der Wassermasse von der übrigen Scheibe getrennt und nimmt eine radiale Richtung an. Besonders auffallend ist es dabei, dass dieser Strahl weit über den Umfang der Scheibe herausgeht, und wenn man ihn schon in der Nähe der Achse bildet, sogar gleich dem gewöhnlichen steigenden Strahle eine Höhe erreicht, die dem ganzen Wasserdrucke nahe kommt. Die Zerstörung der lebendigen Kraft des Wassers in der Scheibe wird daher nicht durch das Zusammenstossen beider Strahlen veranlasst, sondern erfolgt auf dem Wege von der Achse nach dem Rande der Scheibe. Sobald letztere durch den hineingesteckten Draht unterbrochen wird, so zieht die Kohäsion die äusseren von einander getrennten Fäden immer weiter zurück, und endlich ist sie es allein, welche die lebendige Kraft der radial strömenden Wasserteilchen zerstört, indem jedes hinzutretende Element der Wassermasse einen Ring bildet, der bei zuneh-

ständig aufgehoben, und der Wasserstrahl wird sich genau in gleicher Weise bilden, wie wenn der Schlauch absolut fest wäre und keine Elastizität besässe.“

„Anders verhält es sich mit der in der Richtung des Bogens wirkenden Spannung der Oberflächen. Es leidet keinen Zweifel, auch kann man sich durch Aufstreuen feiner Körnchen leicht davon überzeugen, dass die äusseren Teilchen, welche die Oberfläche bilden, sich mit den inneren zusammen bewegen. Denkt man aber beide Oberflächen in konzentrische Ringe zerlegt, so wird jeder Ring, der Bewegung der innern Masse folgend, sehr schnell von dem Umfange der zusammenstossenden Strahlen nach dem Rande der Scheibe laufen, und indem er sich in entsprechender Weise erweitert, muss seine Spannung immer aufs neue überwunden werden, was ohne Kraftverlust nicht geschehen kann. Die Spannung eines solchen Ringes in der Richtung des Bogens verursacht einen Druck in radialer Richtung und dieser wirkt als verzögernde Kraft der Bewegung des Wassers entgegen.“ (G. Hagen.)

Frage 179. Welche Erscheinung zeigt sich, wenn die Achsen beider Strahlen von gleichem Durchmesser und gleicher Geschwindigkeit nicht zusammenfallen, aber doch einander parallel sind, wenn sie sich treffen?

Figur 100.



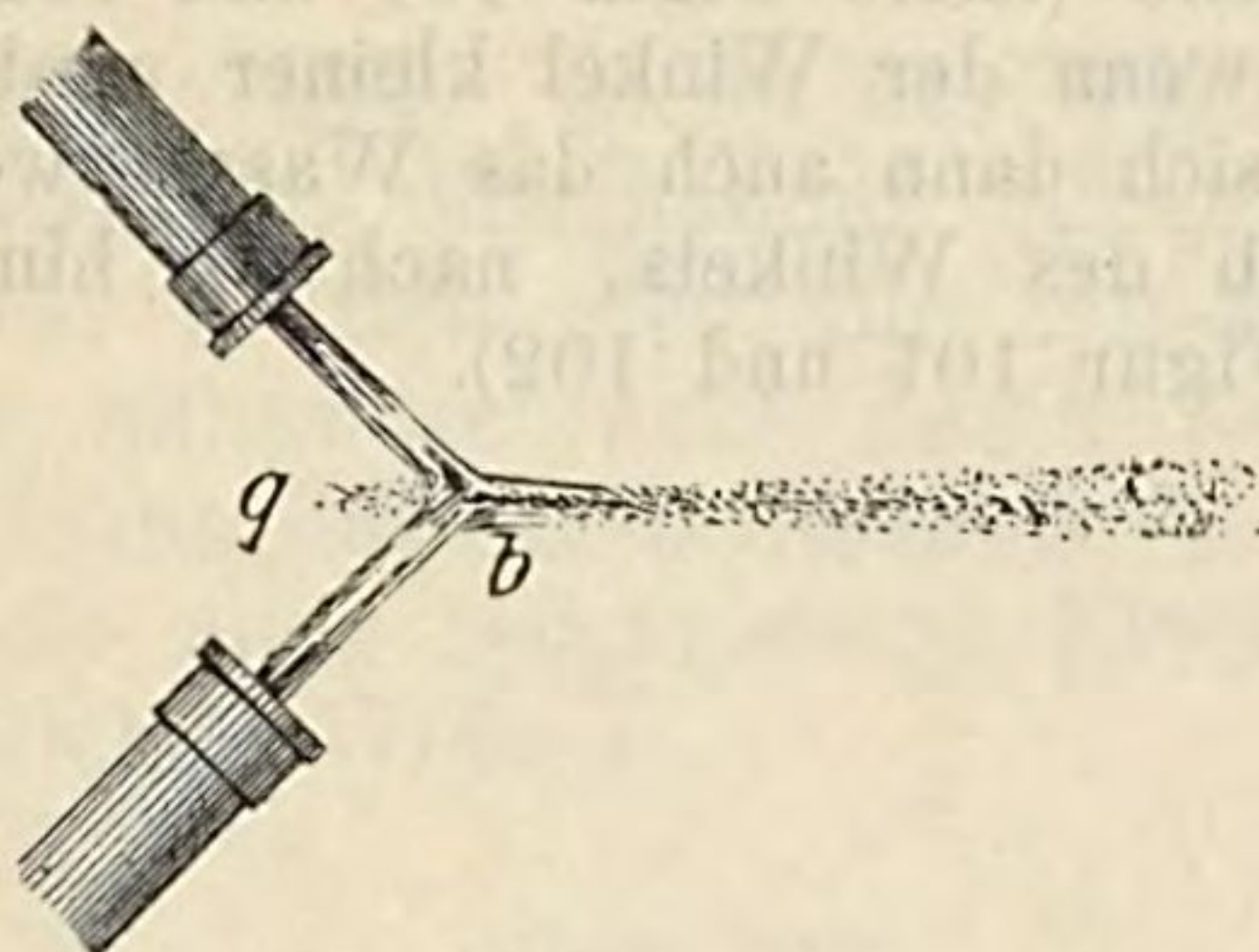
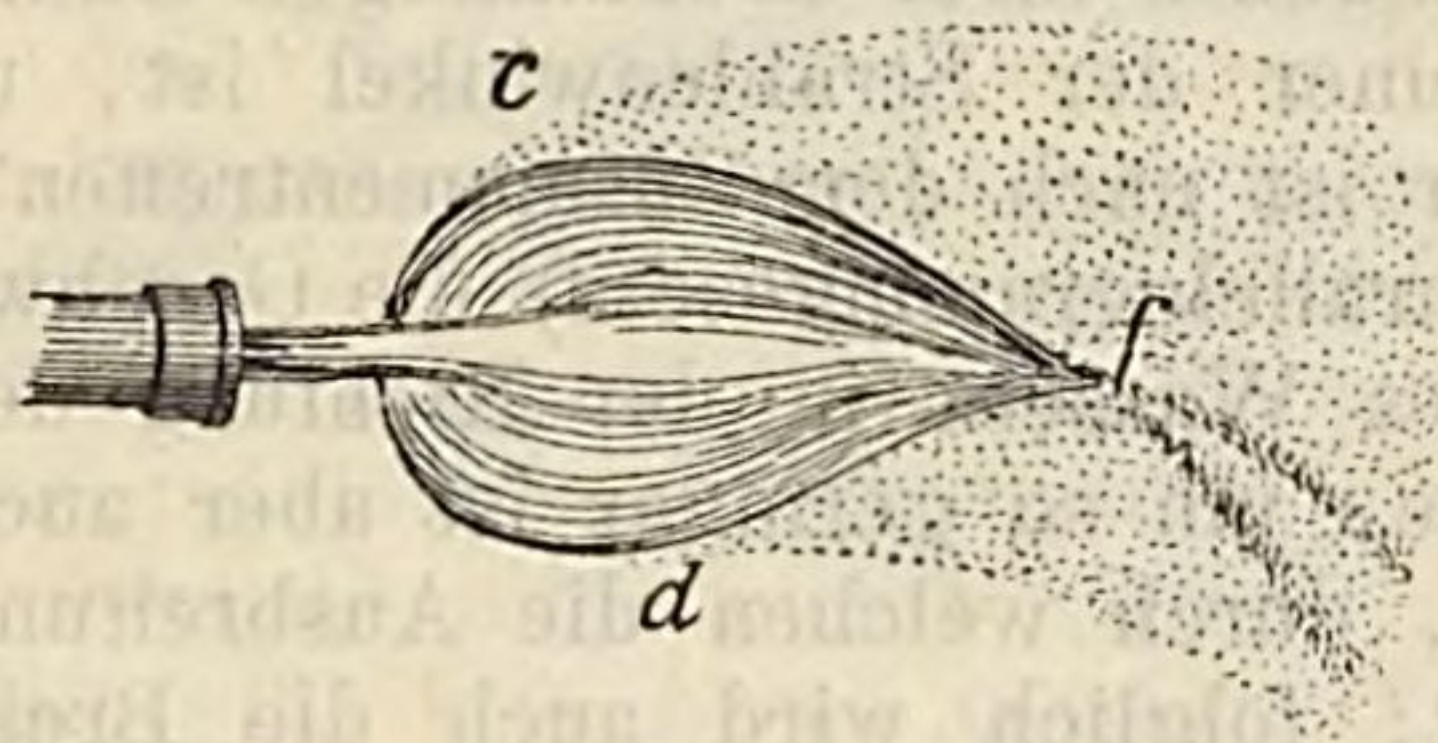
Frage 180. Welche Erscheinung nimmt man wahr, wenn zwei Wasserstrahlen von gleichem Durchmesser und

mender Entfernung von der Achse auf beiden Seiten eine grössere Oberfläche annimmt und sonach in jedem Augenblicke aufs neue gespannt werden muss.

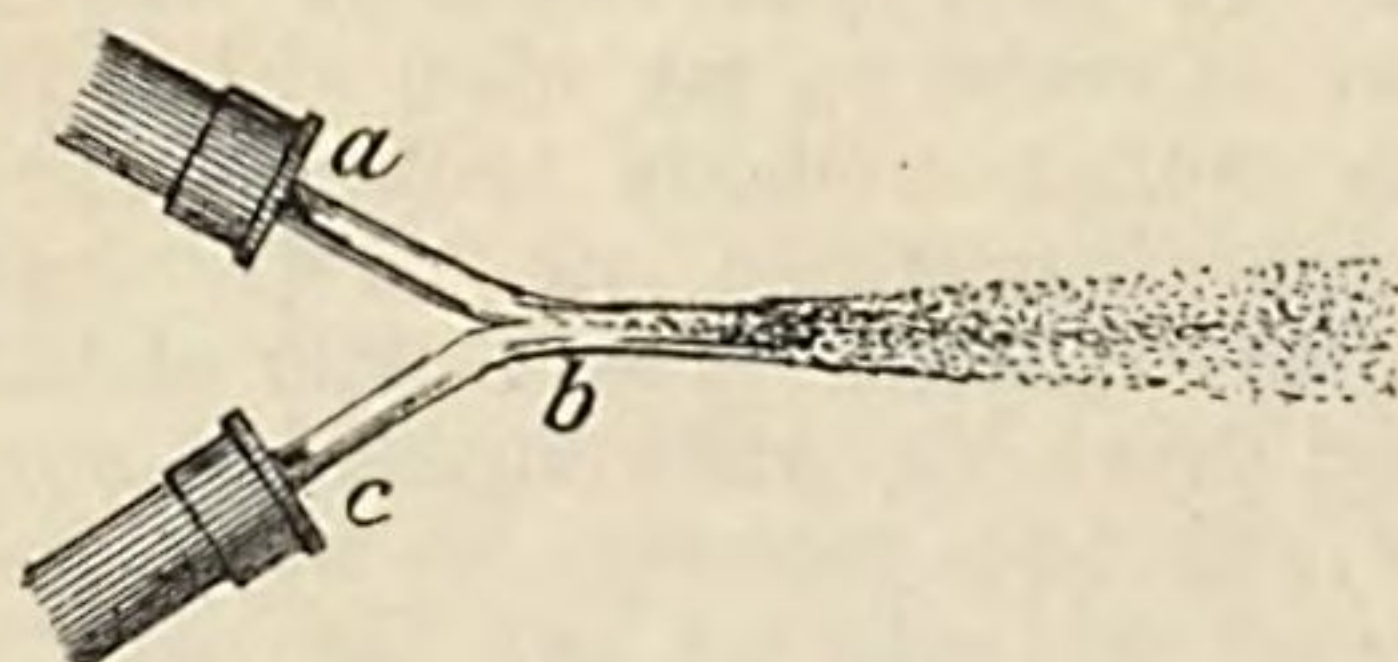
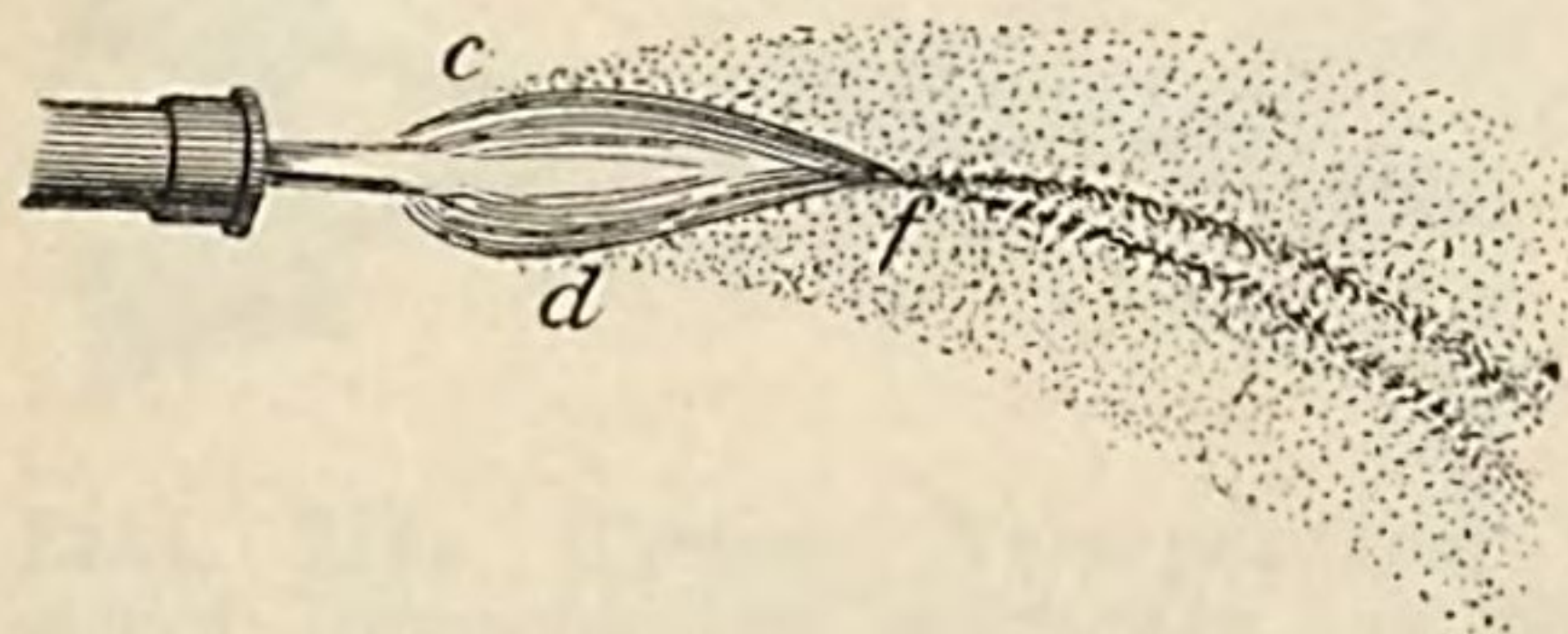
Antwort. In diesem Falle ist die Wasseroberfläche geneigt gegen die Richtung der Strahlen, und nicht mehr eben, sondern etwas gekrümmt, auch nicht mehr kreisförmig (siehe Figur 100), sondern in der Richtung vorzugsweise ausgedehnt, in welcher sie von einer durch die Achsen beider Strahlen gehenden Ebene geschnitten wird.

gleicher Geschwindigkeit, deren Achsen in einer Ebene liegen, unter einem Winkel miteinander zusammentreffen?

Figur 101.



Figur 102.



Frage 181. Wie erklärt sich diese Erscheinung?

Erkl. 213. Auch die Dicke der Fläche ist nicht in allen ihren Punkten dieselbe. Zunächst der Stelle, wo die Strahlen zusammentreffen, findet infolge des Druckes, den sie gegen einander ausüben, die seitliche Bewegung des Wassers mit der grössten Geschwindigkeit statt, deshalb ist die Fläche hier am wenigsten dick. Mit der Entfernung von der Stelle des Zusammentreffens beider Strahlen wird die Geschwindigkeit des Wassers in der Richtung cd geringer und deshalb zieht sich dasselbe infolge der Kohäsion mehr zusammen. Diese Zusammenziehung findet vorzugsweise an den Rändern der Fläche statt.

Antwort. In diesem Falle entsteht eine Wasserfläche, die senkrecht gegen die durch beide Achsen gehende Ebene gerichtet ist und den Winkel halbiert, den die Strahlen miteinander bilden. Diese Fläche ist aber nicht rund um die Stelle des Zusammentreffens gleichmässig verteilt, sondern vorzugsweise in der Richtung ausgedehnt, nach der die Strahlen sich bewegen, so dass sie bei Anwendung von wagrechten Strahlen die in Figur 101 dargestellte Form zeigt.

Je spitzer der Winkel ist, den die Strahlenachsen miteinander bilden, um so geringer ist das Stück bq der Fläche, das sich innerhalb dieses Winkels befindet. Haben z. B. die Strahlen 3 mm Durchmesser und bilden ihre Achsen einen rechten Winkel, so ergibt sich die Form der Figur 101. Beträgt aber der Winkel nur 60° oder noch weniger, so ist nichts mehr von der Fläche innerhalb des Winkels abc wahrnehmbar (s. Figur 102).

Auch die Breite cd der Wasserfläche (siehe Figur 101 und 102) ändert sich mit der Grösse des Winkels, den die Strahlen miteinander bilden, und zwar ist dieselbe um so geringer, je kleiner der Winkel ist. Bei unverändertem Winkel nimmt aber die Breite der Wasserfläche mit der Ausflussgeschwindigkeit des Wassers ab.

Antwort. Es findet auch hier ein zentrales Zusammenstossen der beiden Wasserstrahlen statt und die Ursachen der sich bildenden Wasserfläche sind wieder die in Antwort auf Frage 178 angegebenen. Auch ist es einleuchtend, dass diese Fläche nicht nach allen Richtungen gleich ausgedehnt sein kann. Wenn sich das Wasser nicht ausbreitete, so würde es seinen Weg in der Richtung der Resultante aus den beiden Strahlen fortsetzen. Wenn nun ausserdem jedes Wasserteilchen in radialer Richtung von der Stelle des Zusammenstosses fortgedrückt wird, so bewegen sich die einzelnen Teilchen in krummen Linien, die der Rich-

Weshalb die Fläche vorzugsweise an ihren Rändern sich zusammenzieht, ist leicht zu erklären: Nimmt man nämlich an, dass die Teilchen in derselben sich alle parallel nebeneinander fortbewegen, und betrachtet zunächst die Wirkung der gegenseitigen Anziehung der Teilchen, welche in einer gegen die Richtung ihrer Bewegung senkrechten Linie liegen. Nimmt man ferner an, dass die Teilchen getrennt von einander sich befinden und dass sie alle gleichweit von einander entfernt sind, so nähert sich infolge der Anziehungskraft zwischen zwei Teilchen a und b , von denen a am äussersten Rande der Fläche liegen mag, das Teilchen a dem Teilchen b ; ebenso nähert sich dieses dem folgenden Teilchen c ; allein b kann sich c nur dann nähern, wenn gleichzeitig auch a dem c sich nähert, denn sonst würde die Entfernung zwischen a und b sich vergrössern. Die Anziehung zwischen b und c muss also a und b in Bewegung versetzen, weshalb b und c sich nicht um ebensoviel nähern können als a und b . Diese Betrachtung lässt sich auf sämtliche Teile anwenden, die in einem gegen die Richtung der Fortpflanzung senkrechten Querschnitte der Wasserfläche sich befinden, und sie ist auch noch gültig, wenn die in einem solchen Querschnitt befindlichen Teile einander unmittelbar berühren; nur nähern sie sich dann nicht einander, sondern sie verschieben sich so gegen einander, dass der Querschnitt der Fläche an dem Rande dicker als in der Mitte wird. Dieses Dickerwerden der Fläche an ihren Rändern erzeugt häufig ganz scharf begrenzte Wulste.

Nicht nur die Ränder, sondern auch die ganze Wasserfläche wird dicker und dadurch schmaler; die Ränder nähern sich und so entsteht die eigentümlich zugespitzte Form der Fläche *dcf*.

Frage 182. Welche Erscheinung tritt ein, wenn zwei Strahlen von gleichem Durchmesser und gleicher Geschwindigkeit wieder unter einem Winkel zusammenstossen, wenn ihre Achsen aber nicht in einer Ebene liegen?

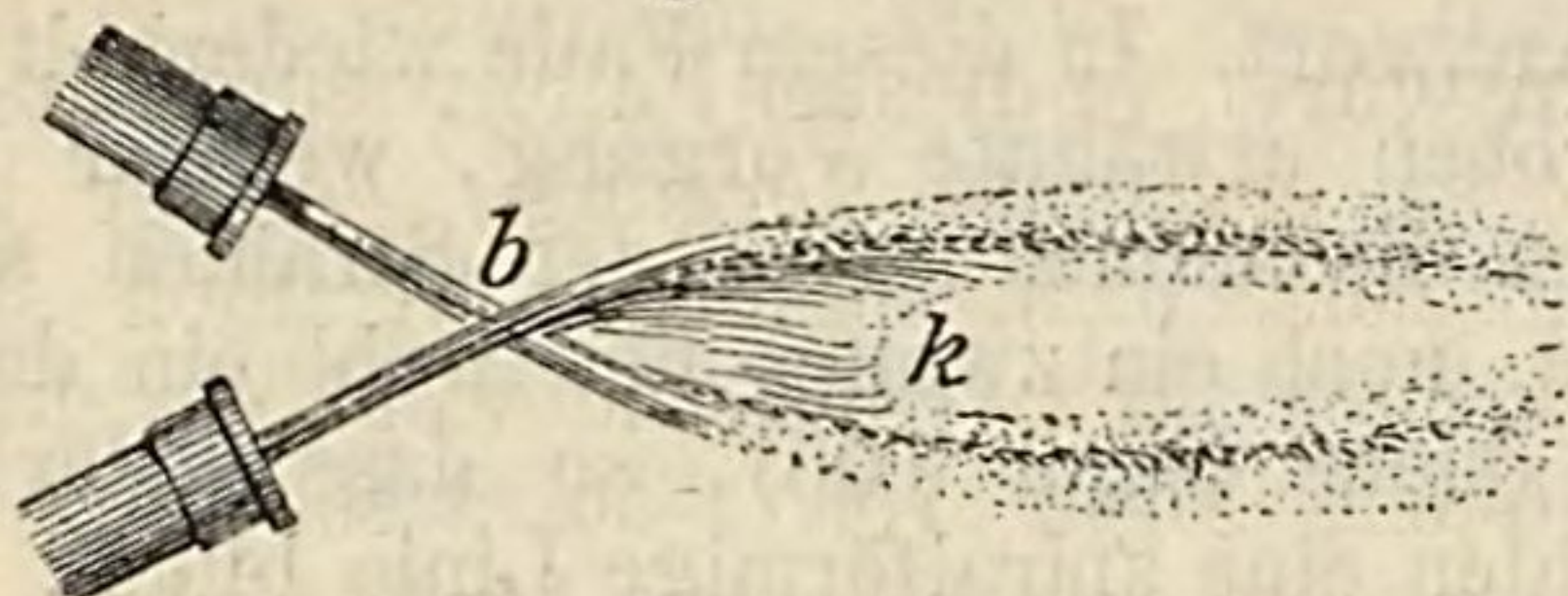
tung jener Resultante immer mehr parallel werden. Deshalb ist die Fläche vorzugsweise nach dieser Richtung ausgedehnt. Die kleinen Wassermassen, welche sich von ihrem Rande lostrennen, fliegen in der Richtung der Tangente ihrer krummlinigen Bahn fort. Je kleiner der Strahlenwinkel ist, um so grösser ist nach dem Zusammentreffen (nach dem Parallelogrammgesetz) die Geschwindigkeit des Wassers in der Richtung der Resultante, um so geringer ist aber auch der Druck, durch welchen die Ausbreitung geschieht; folglich wird auch die Breite cd der Fläche (siehe Figur 101 und 102) geringer, wenn der Winkel kleiner wird, und breitet sich dann auch das Wasser weniger innerhalb des Winkels, nach bq hin, aus (siehe Figur 101 und 102).

Antwort. Die in diesem Falle eintretende Erscheinung zeigt sich verschieden, je nachdem die Achsen der Strahlen mehr oder weniger von einander entfernt sind.

Frage 183. Welche Form zeigen die Wasserstrahlen z. B. nach ihrem Zusammenstoss, wenn der von ihnen gebildete Winkel nicht mehr als 60 bis 70° beträgt und sie so weit von einander abstehen, dass nur die Strahlenränder einander treffen?

Antwort. In diesem Falle setzt jeder von beiden Strahlen seinen Weg fort, nachdem sie sich getroffen haben, doch werden beide von ihrer Richtung abgelenkt und nähern sich einander, so dass sie in einiger Entfernung von der Stelle ihres Zusammentreffens fast parallel neben einander fort-

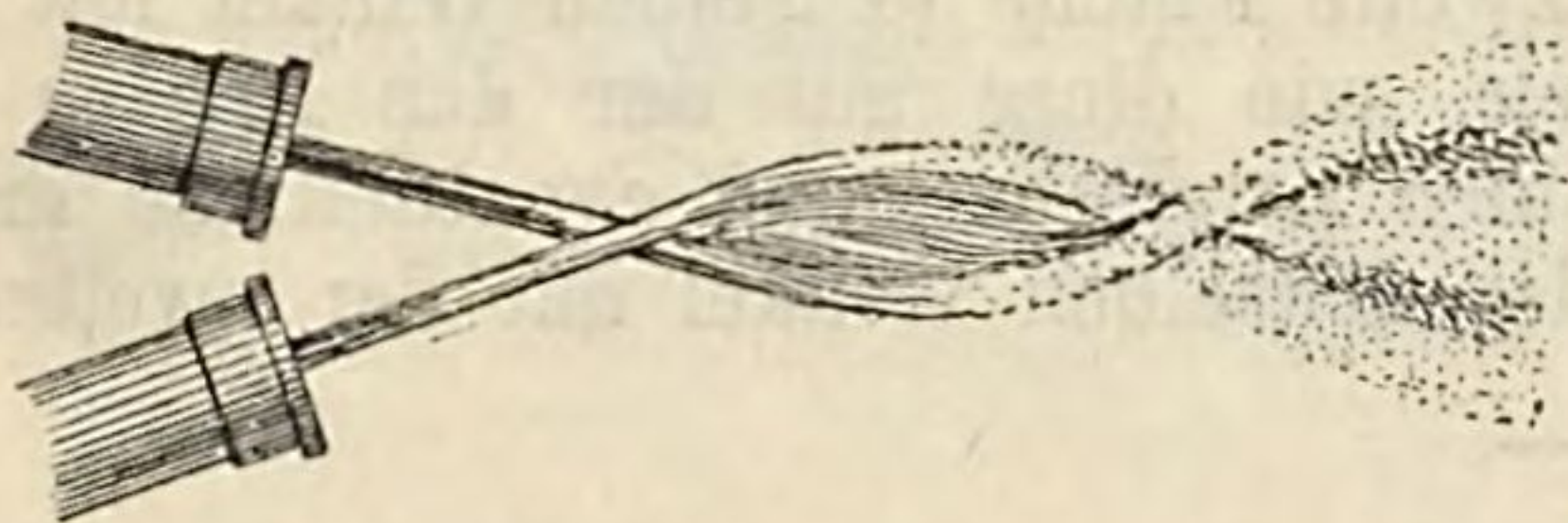
Figur 103.



gehen. Zugleich entsteht zwischen ihnen eine Wasserfläche $b k$ (siehe Figur 103), die bei k in unregelmässiger Gestalt endet. Die beiden Strahlen würden sich immer weiter von einander entfernen, wenn der Zusammenhang mit dieser Wasserfläche sie nicht daran hinderte. Indem diese Fläche sich immer mehr zusammenzieht, lenkt sie die Wasserstrahlen von ihrer Richtung ab, wird dabei immer dünner und reisst endlich; dann bewegen sich die Strahlen in der Richtung weiter, die sie bei k haben.

Frage 184. Bleibt der Winkel, den die Strahlen miteinander bilden, un geändert, werden aber ihre Achsen einander näher gebracht durch paralleles Vorrücken des einen Strahles, so ändert sich die eben beschriebene Erscheinung in welcher Weise?

Figur 104.

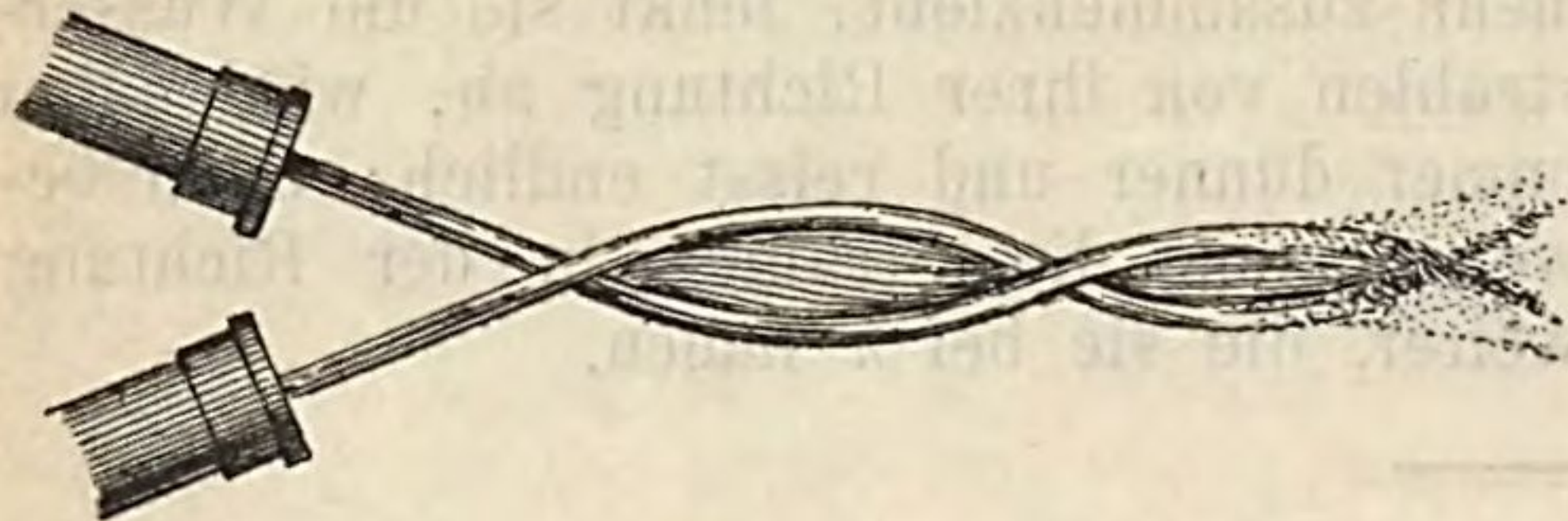


Erkl. 214. Treffen Wasserstrahlen von grösseren Querschnitten zusammen, so bleibt die sich zwischen denselben bildende Wasserfläche nicht mehr der zwischen beiden gedachten Ebene parallel, sondern ändert sich in ihrer Lage. Denn die zusammentreffenden Massen würden eine Fläche bilden, welche senkrecht gegen die Ebene wäre, die durch beide Strahlen geht, bevor sie einander getroffen haben, wenn sie nicht mit den Anteilen der Strahlen zusammenhängen, welche ihren Weg in dieser Ebene fortsetzen. Es ist aber einleuchtend, dass wenn die letzteren, die ihren Weg fortsetzenden Teile der Strahlen, eine, im Verhältnis zur Masse der Wasserfläche unbedeutende Masse haben, die Richtung der Wasserfläche die der Strahlen bedingt. Und da diese Fläche, wenn sie nicht mit den Strahlen zusammenhinge, senkrecht gegen die durch beide Achsen gehende Ebene wäre, so ist einleuchtend, dass die Wasserfläche einen um so grösseren Winkel mit jener Fläche bildet, je geringer die Masse der Strahlen im Verhältnis zu der die Fläche bildenden Wassermasse ist, bis dieser Winkel ein Rechter wird. Ebenso ist einleuchtend, dass die Wasserfläche einen kleinen Winkel mit jener Ebene macht, wenn die Masse der Strahlen überwiegt, und dass, wenn die Strahlen sich nur an ihren Rändern treffen, jener Winkel fast gleich Null ist.

Antwort. In diesem Falle dient ein grösserer Teil der Wasserstrahlen zur Erzeugung der Wasserfläche, während ein geringerer Teil derselben seinen Weg fortsetzt. Die Kraft der Strahlen reicht jetzt nicht mehr aus, die Wasserfläche zu zerreißen; dieselbe erscheint geschlossen, denn die Kohäsion derselben bringt die Strahlen einander immer näher (siehe Figur 104). Da aber die Strahlenachsen vor dem Zusammentreffen nicht in einer Ebene lagen, so ist solches auch nach dem Stosse nicht der Fall, sondern der, welcher vorher auf der einen Seite, z. B. rechts oder oben war, liegt bei dem neuen Zusammentreffen links oder unten. Denn denkt man sich eine Ebene parallel mit den beiden Strahlenachsen vor ihrem Zusammentreffen und gleichweit von beiden entfernt, so kann man sich die Kraft, welche die homologen Punkte beider Strahlen einander zu nähern sucht, in zwei gleiche Anteile zerlegen, von denen der eine in der erwähnten Ebene, der andere aber senkrecht dagegen wirksam ist. Der letztere nähert die beiden entsprechenden Punkte der Strahlen dieser Ebene und bewegt daher beide in entgegengesetzten Richtungen. Dadurch gelangen die Strahlen in jene Ebene, allein sie gehen infolge des Beharrungsvermögens auch wieder über dieselbe hinaus, und so kommt der Strahl, welcher auf der einen Seite der Ebene lag, nun auf die andere zu liegen, und der, welcher auf dieser letzteren Seite lag, auf jene (siehe Erkl. 214).

Frage 185. Welche Erscheinung tritt unter den oben erwähnten Umständen ein, wenn der Winkel, den die Strahlen bilden, nur etwa 30° beträgt?

Figur 105.

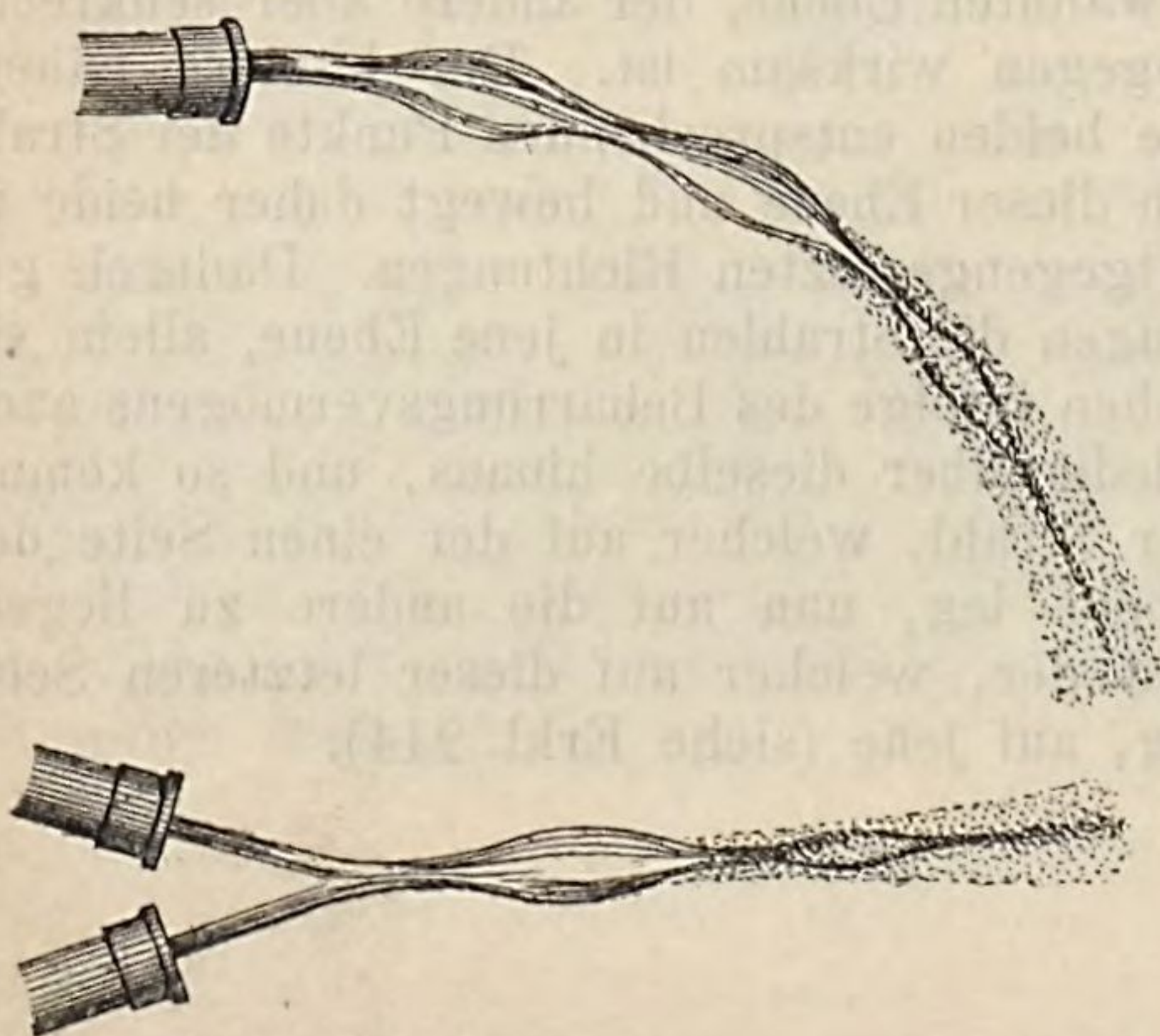


Erkl. 215. Um die in Figur 105 dargestellte Erscheinung beobachten zu können, darf die Ausflussgeschwindigkeit der Strahlen nicht zu gross sein, und ausserdem müssen sie einen geeigneten Durchmesser, z. B. von 3 mm haben, einen Winkel von 30° bilden und sich nur an ihren äussersten Rändern treffen. Will man mehrere solche hintereinander folgende Flächen erzeugen, so müssen die Ausflussöffnungen vollkommen rund sein; zugleich muss der ganze Apparat fest und namentlich müssen die Ausflussröhren unbeweglich sein.

Antwort. In diesem Falle wiederholt sich der oben erwähnte Vorgang, welcher beim ersten Zusammentreffen der Strahlen stattfindet, noch ein zweites und wohl ein drittes Mal (siehe Figur 105), so dass jeder der Strahlen eine spiralförmige Linie bildet. Die von beiden so gebildeten Hohlräume sind mit geschlossenen Wasserflächen erfüllt, deren jede gleich einer zwischen den Strahlen ausgespannten Membran erscheint. Dieselben sind daher nicht eben, sondern von doppelter Krümmung, und bilden sogen. windschiefe Flächen. Sieht man aber von dieser überhaupt nur geringen Krümmung ab, so sind, wenn die Strahlen sich nur an ihren äusseren Rändern treffen, die verschiedenen Flächen alle nahezu parallel mit den Strahlenachsen. Weil die Anteile der Strahlen, die sich an der zweiten Stelle treffen, in demselben Verhältnis zum ganzen Strahlenquerschnitt stehen wie bei dem ersten Zusammentreffen, so macht die zweite Fläche denselben Winkel mit der ersten, wie diese mit der den Achsen der Strahlen parallelen, und eventuell die dritte wieder denselben Winkel mit der zweiten.

Frage 186. Welche Form zeigen die sich bildenden Wasserflächen, wenn die Strahlenachsen in derselben Ebene liegen und sich einander zentral, aber unter einem kleinen Winkel und mit geringer Geschwindigkeit treffen?

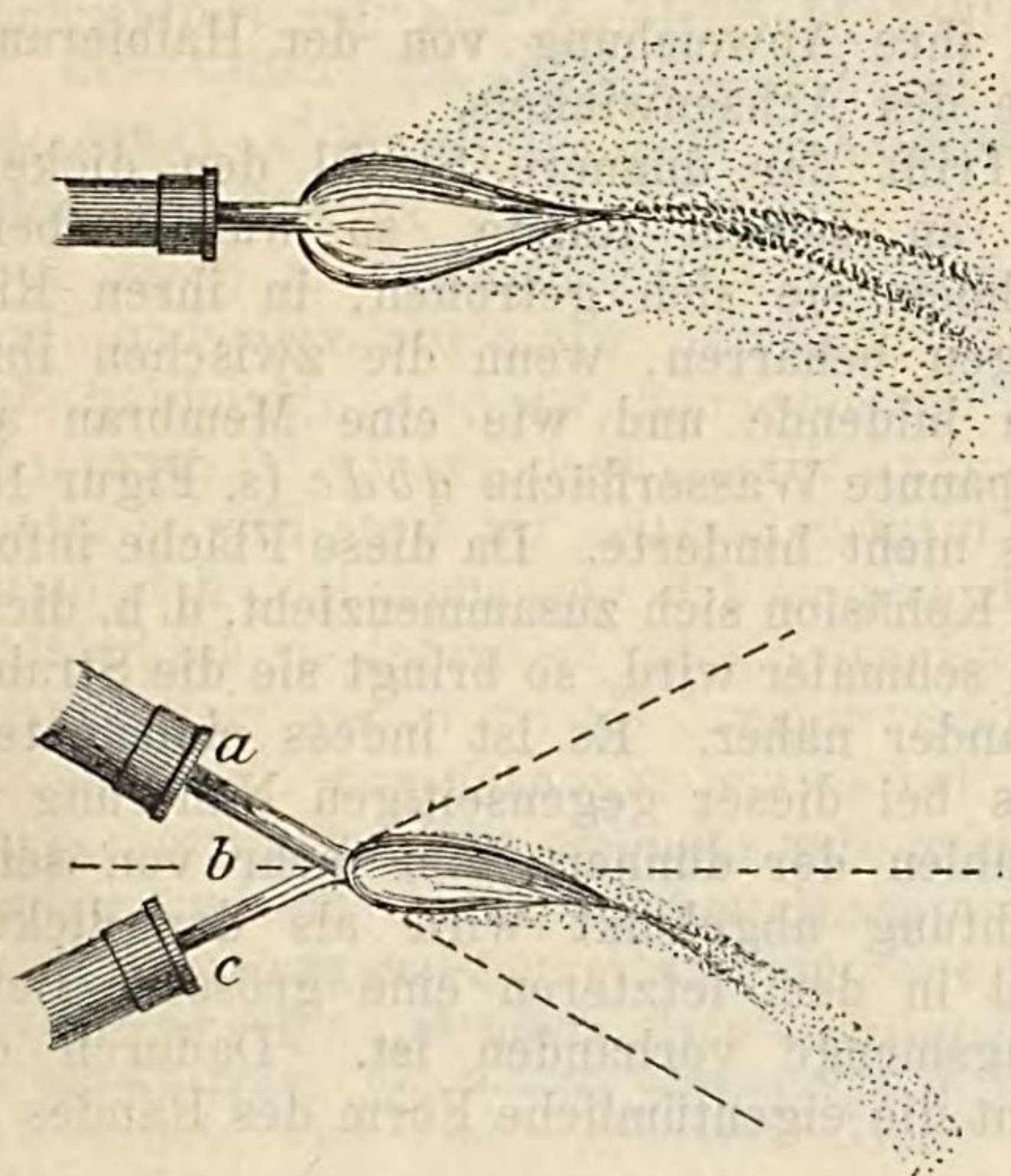
Figur 106.



Antwort. Dann ist die Ausdehnung der sich bildenden Wasserfläche, welche nun senkrecht gegen die ursprüngliche Ebene der Strahlen liegt, nur gering. Denn die Wasserteile werden in dieser Fläche nur mit geringer Kraft in radialer Richtung fortgedrückt. Es bilden sich vorzugsweise dicke Ränder, welche wie zwei Strahlen gegen einander wirken und durch ihr Zusammentreffen eine neue Wasserfläche erzeugen, die senkrecht gegen die Ebene der Ränder, d. i. senkrecht gegen die Richtung der ersten Wasserfläche ist. Dieser Vorgang wiederholt sich, bis durch die zur Ausbreitung des Wassers verwandte Kraft die Bewegung, mit welcher die Ränder gegen einander wirken, in der dritten oder vierten Fläche so gering geworden ist, dass keine wahrnehmbare Ausbreitung mehr stattfindet.

Frage 187. Bei den bisher erwähnten Versuchen hatten beide Strahlen gleiche Durchmesser. Welche Erscheinung tritt nun ein, wenn der Durchmesser des einen Strahles doppelt so gross ist als der des andern, wenn die Röhren horizontal gerichtet sind und einen Winkel von 60° miteinander bilden?

Figur 107.



Frage 188. Lässt man die Richtungen der horizontalen Röhren unverändert, hebt man aber die eine, z. B. die, welche den dünneren Strahl liefert, parallel mit ihrer früheren Stellung um so viel, dass die Strahlen sich nur an ihren Rändern treffen, so zeigt die sich bildende Wasserfläche welche eigentümliche Form?

Frage 189. Wie erklären sich die in den beiden vorhergehenden Antworten beschriebenen Erscheinungen, welche sich zeigen, wenn Strahlen von verschiedenem Durchmesser unter einem Winkel zusammentreffen?

Antwort. In diesem Falle zeigt sich die in Figur 107 dargestellte Erscheinung, von oben und von der Seite betrachtet. Die sich bildende Wasserfläche erscheint gekrümmt und hat ihre Konkavität auf der Seite, auf welcher der dünnere Strahl sich befindet. Auch hat sie nicht mehr die Richtung der Halbierungslinie des Winkels, den die beiden Strahlen bilden, sondern schliesst sich mehr an die Richtung des dickeren Strahles. Liegen die Achsen beider Strahlen nicht genau in einer Ebene, liegt z. B. die des dünneren Strahles ein wenig höher als die des dickeren, so ist die konvexe Seite etwas nach unten gewandt.

Antwort. Es bildet sich in diesem Falle eine fast ebene und horizontale Wasserfläche von der in Figur 108 dargestellten Form. Von ihrem Rande *ab* fliegen kleine Tropfen in tangentialen Richtungen in grosser Menge fort, wogegen an dem Rande *cd* solche nicht erscheinen.

Antwort. Treffen die Strahlen einander und liegen ihre Achsen in einer Ebene, so würden sie, wenn sie gleiche Durchmesser hätten, eine Wasserfläche erzeugen, welche (wie in Figur 101 und 102) senkrecht gegen die Ebene der Achsen *abc* (siehe Figur 107)

Erkl. 216. Zwischen der Form der Fläche (siehe Figur 107 und 108) kommen alle möglichen Formen vor, je nachdem die beiden Strahlen sich mehr oder weniger zentral schneiden. Ausserdem ändern sich diese Formen der Flächen, sowohl wenn das Verhältnis der Durchmesser beider Strahlen sich ändert, als auch, wenn der Winkel ein anderer wird, unter dem sie sich gegen einander bewegen, oder wenn sie in grösseren Entfernungen von den Ausflussöffnungen zusammentreffen. Aber alle diese Formen erklären sich in ähnlicher Weise.

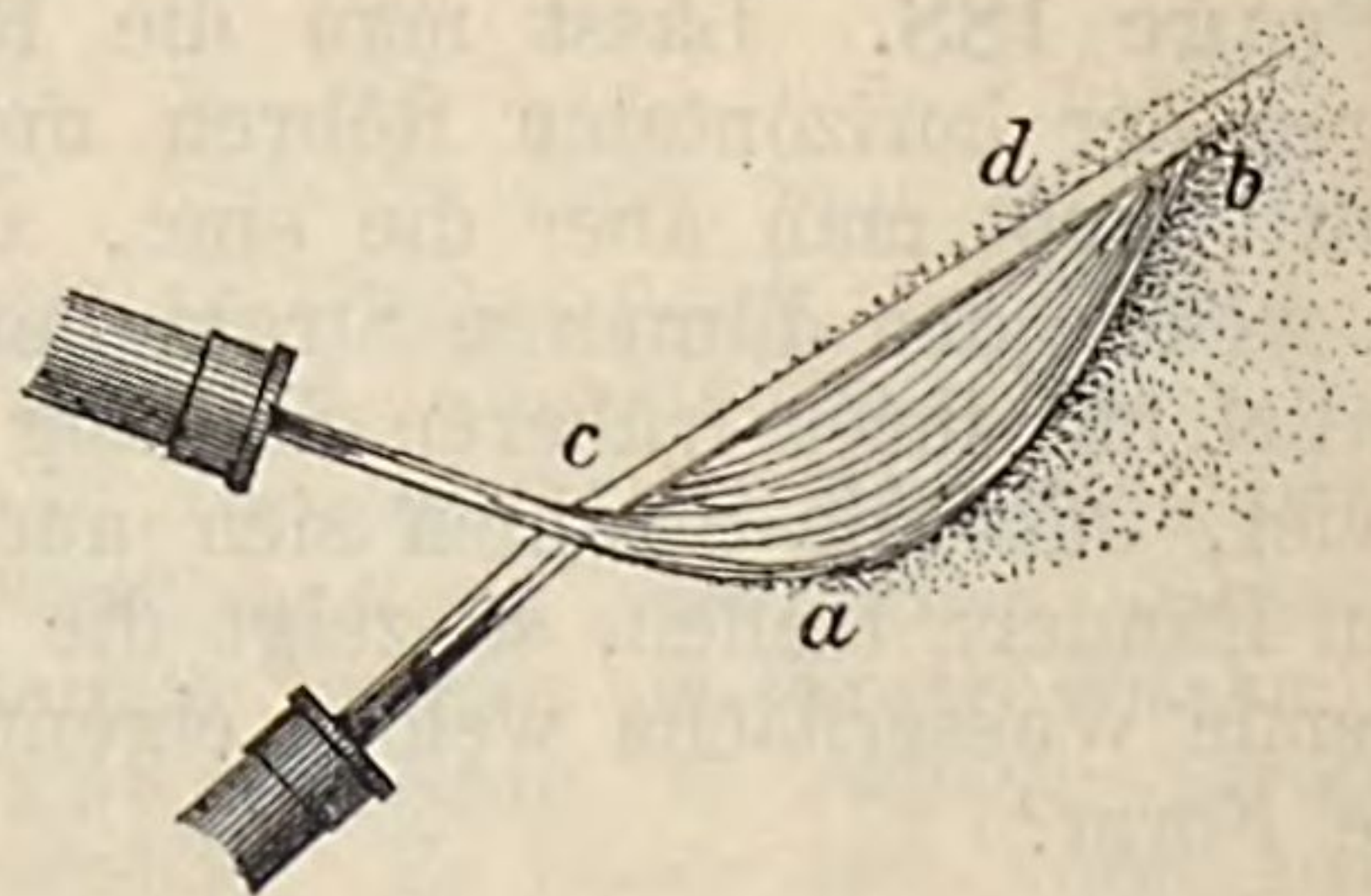
Erkl. 217. Sind die Querschnitte beider Strahlen dieselben, hat aber der eine eine grössere Geschwindigkeit als der andere, so bildet sich beim Zusammentreffen unter einem Winkel eine Wasserfläche, welche den Achsenwinkel nicht halbiert, sondern mehr der Richtung des mit grösserer Geschwindigkeit fliessenden Strahles folgt. Auch ist die Fläche nicht eben, sondern nach der Seite, auf welcher der Strahl mit der grösseren Geschwindigkeit sich befindet, ist sie konkav. Dies hat seinen Grund in folgendem: Denkt man sich jeden von beiden Strahlen durch Ebenen, die mit den Achsen parallel und senkrecht auf der durch beide Achsen gehenden Ebene sind, in Schichten von gleicher Dicke geteilt, so treffen von den entsprechenden Schichten beider Strahlen, die an der inneren Seite des Winkels befindlichen, früher zusammen als die übrigen. Es hat sich daher aus den inneren Schichten schon eine Fläche gebildet, bevor die nächsten Schichten zusammentreffen. Diese Stelle aber, in welcher die folgenden Schichten zusammentreffen, liegt nicht in der aus den vorhergehenden Schichten entstandenen Fläche, sondern mehr nach der Seite des Strahles von geringerer Geschwindigkeit. Daher wird die Mitte der bereits entstandenen Fläche nach dieser Stelle hinübergedrückt. Dieser Vorgang wiederholt sich für alle folgenden Schichten, und daher wird die von sämtlichen Schichten erzeugte Fläche konkav gegen die Seite, auf welcher der Strahl mit der grösseren Geschwindigkeit sich befindet.

Frage 190. Im Anfang dieses Abschnittes betrachteten wir zunächst die Erscheinungen, welche auftreten, wenn sich zwei Wasserstrahlen von gleichem Querschnitt und gleicher Geschwindigkeit treffen, deren Achsen zusammenfallen, was ergibt sich nun unter sonst gleichen Umständen, wenn sich der eine Strahl mit einer grösseren Geschwindigkeit bewegt als der andere?

gerichtet wäre und deren Richtung den Winkel dieser Achsen halbierte. Da aber die Masse des dickeren Strahles bedeutender ist als die des dünneren, so folgt auch die durch Vereinigung beider Strahlen gebildete Fläche mehr der Richtung des dickeren Strahls. Der Teil des letzteren, welcher von dem dünneren getroffen wird, erfährt die stärkste Ablenkung von seiner Richtung. Die Ränder hingegen, die nicht unmittelbar getroffen werden, erfahren auch eine geringere Ablenkung. Dadurch entsteht die konkave Form der Fläche und ihre Abweichung von der Halbierungslinie des Achsenwinkels.

Trifft der dünnere Strahl den dickeren nur an seinem Rande, so würden beide, nachdem sie sich getroffen, in ihren Richtungen beharren, wenn die zwischen ihnen sich bildende und wie eine Membran ausgespannte Wasserfläche *abcd* (s. Figur 108) dies nicht hinderte. Da diese Fläche infolge der Kohäsion sich zusammenzieht, d. h. dicker und schmaler wird, so bringt sie die Strahlen einander näher. Es ist indess einleuchtend, dass bei dieser gegenseitigen Näherung der Strahlen der dünnere viel mehr von seiner Richtung abgelenkt wird als der dickere, weil in dem letzteren eine grössere Bewegungsmenge vorhanden ist. Dadurch entsteht die eigentümliche Form des Randes *ab*.

Figur 108.



Antwort. In diesem Falle verwandelt sich die in Figur 98 dargestellte Ebene in eine gekrümmte Fläche, deren Konkavität nach der Seite des mit geringerer Kraft bewegten Strahles liegt. Wird der Druckunterschied grösser, so schliesst sich diese gekrümmte Fläche, und je grösser dieser Unterschied wird, um so stärker ist die Krümmung derselben an der Stelle, wo die beiden Strahlen zusammenstossen.

Frage 191. Welche Erscheinung tritt ein, wenn die Querschnitte beider Strahlen verschieden, aber die Geschwindigkeiten dieselben sind?

Antwort. Es bildet sich eine gekrümmte Fläche, deren Konkavität nach der Seite des Strahles von geringerem Durchmesser liegt.

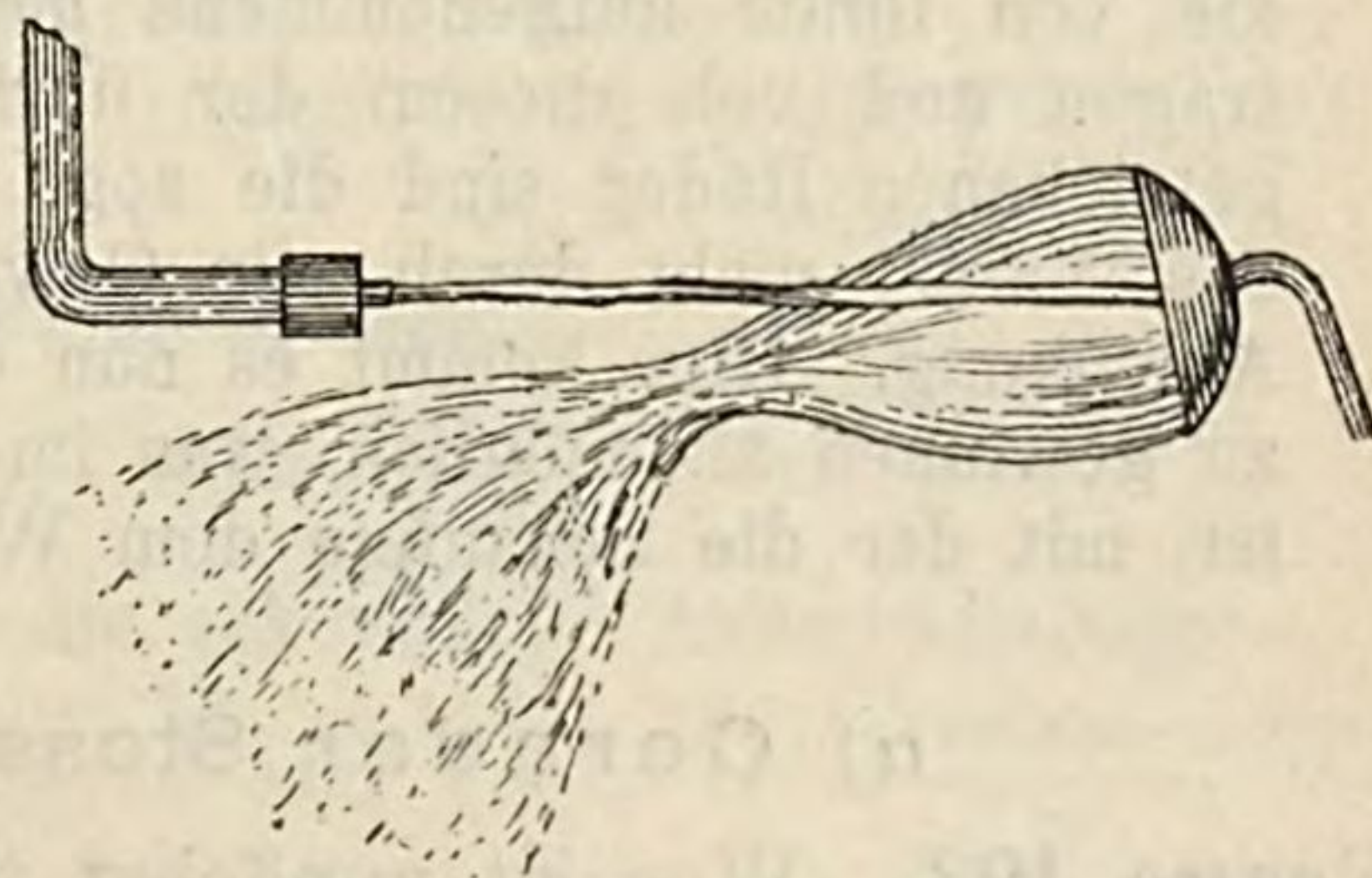
Frage 192. Wenn aber ausserdem die Geschwindigkeiten, mit welcher diese Strahlen sich bewegen, oder die Drucke, durch welche sie hervorgebracht werden, verschieden sind, und wenn namentlich der des dünneren Strahles grösser ist, wie zeigt sich dann die entstehende Wasserfläche?

Antwort. Dann bildet sich auch eine gekrümmte Fläche, deren Scheitel jedoch, wie Savart angiebt, solange das Verhältnis der Querschnitte der Strahlen nicht grösser als das von 1:4 ist, dicht an der Ausflussöffnung des weiteren Strahles liegt. Ist aber der Druckunterschied hinreichend gross, so dringt bei dem genannten Verhältnis der engere Strahl ganz in das Gefäss mit weiterer Oeffnung ein, und verhindert unter Umständen das Ausfliessen der Flüssigkeit aus dem Gefässe mit weiterer Oeffnung ganz und gar.

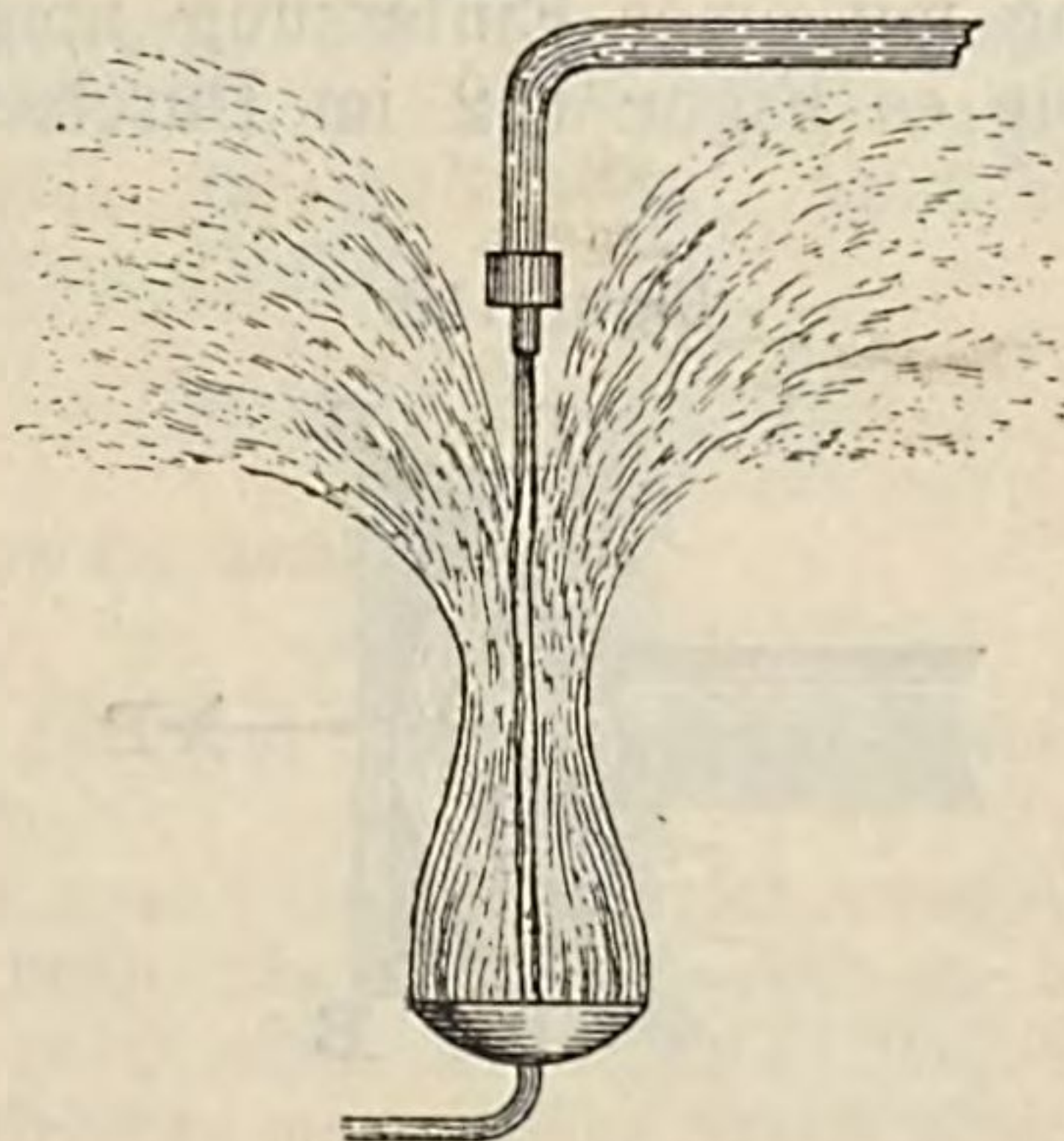
Erkl. 218. Um die letzterwähnte Erscheinung weiter zu verfolgen, hat Magnus den Wasserstrahl gegen eine halbkugelförmige Vertiefung von Metall strömen lassen. Auch hierbei erhält man, bei einem bestimmten Drucke des Strahles und einer gewissen Grösse des halbkugelförmigen Gefässes, eine eiförmig in sich geschlossene Wasserfläche. Je nachdem man nun die halbkugelförmige Vertiefung dreht, fällt die Achse dieser Fläche, oder wenigstens der Punkt, in welchem die Vereinigung des Wassers stattfindet, nach der einen oder der andern Seite des Strahles, etwa so, wie es in Figur 109 dargestellt ist. Der ankommende Strahl geht alsdann durch die Fläche hindurch, ohne die Bildung derselben zu stören. Man kann indess die Halbkugel so drehen, dass das Wasser sich an einer in der Richtung des Strahles liegenden Stelle zu vereinigen sucht, dann wird es dort von dem ankommenden Strahle wieder getroffen, und hierdurch entsteht ein eigentümliches Schäumen und Umherschleudern der Wasserteile, wie es Figur 110 darstellt.

Zum Beweise dafür, dass bei einem solchen Vorgange, namentlich wenn er innerhalb einer Röhre stattfindet, deren Durchmesser nicht grösser ist als der der gekrümmten Fläche, alles gegen den engen Strahl zurückgeworfene Wasser von diesem aufgehalten und mit demselben zurückgeführt wird, verfertigte sich Magnus einen in Figur 111 dargestellten Apparat, bestehend aus dem Rohr *de* mit einem senkrecht nach oben gebogenen Ansatz *mn*, so angebracht, dass die Stelle *k*, wo der von *l* aus eindringende Strahl das aus dem Gefässe *A* ausfliessende Wasser traf, zwischen *d* und *m*, und zwar sehr nahe bei *d* lag. Wurde nun Wasser

Figur 109.

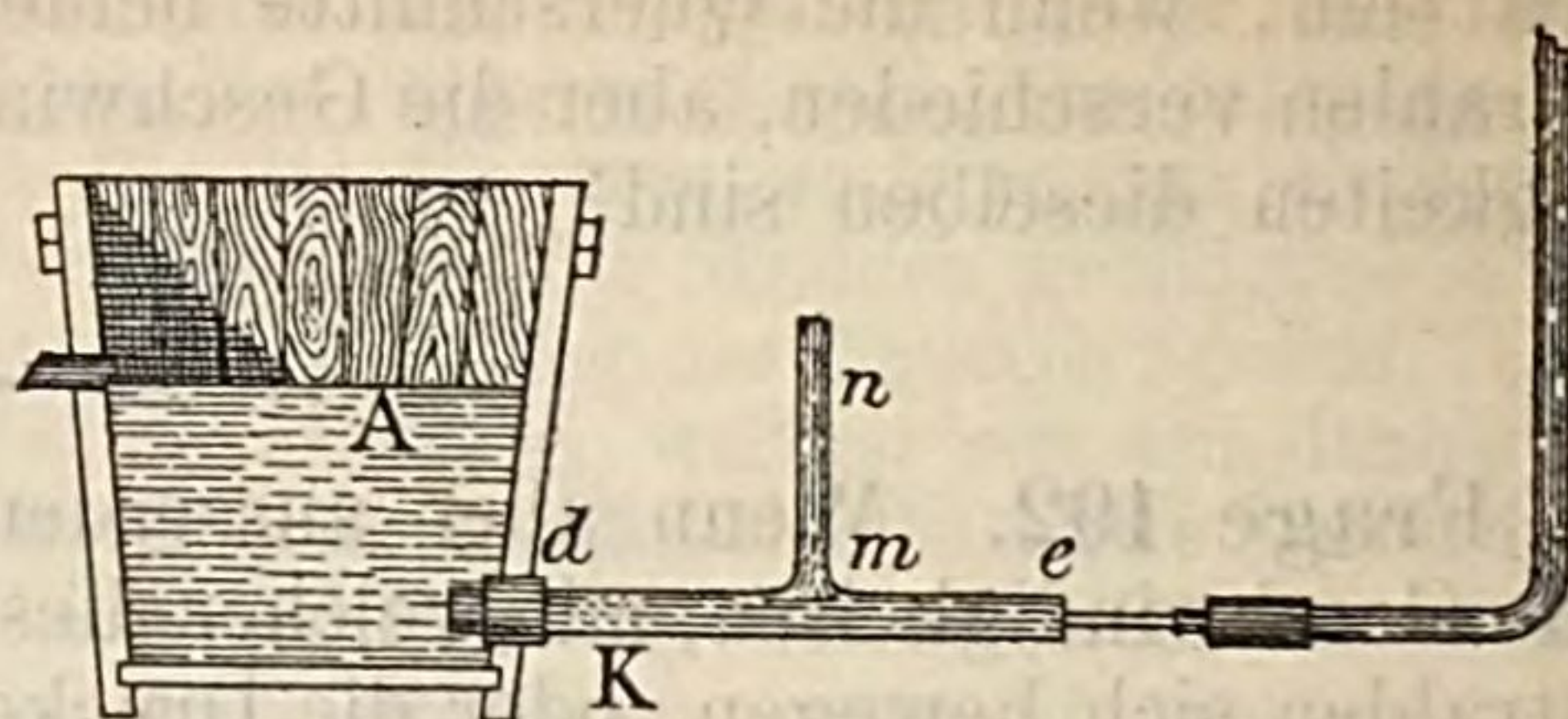


Figur 110.



durch den Ansatz mn gegossen, so floss bei l nichts ab, sondern alles bei m eintretende Wasser wurde sogleich bis nach k gedrückt, selbst wenn das Rohr de ziemlich weit war. Die Lage der Stelle k wird sowohl durch das Bewegungsmoment des dünnen Strahles als auch durch das des Wassers, welches aus dem Gefässe A abzufließen sucht, bedingt. Durch das bei k entstehende Schäumen werden, indem die ganze Wassermasse der Röhre sich in das Gefäss hineinbewegt, Luftblasen mit in das Gefäss A hineingeführt.

Figur 111.



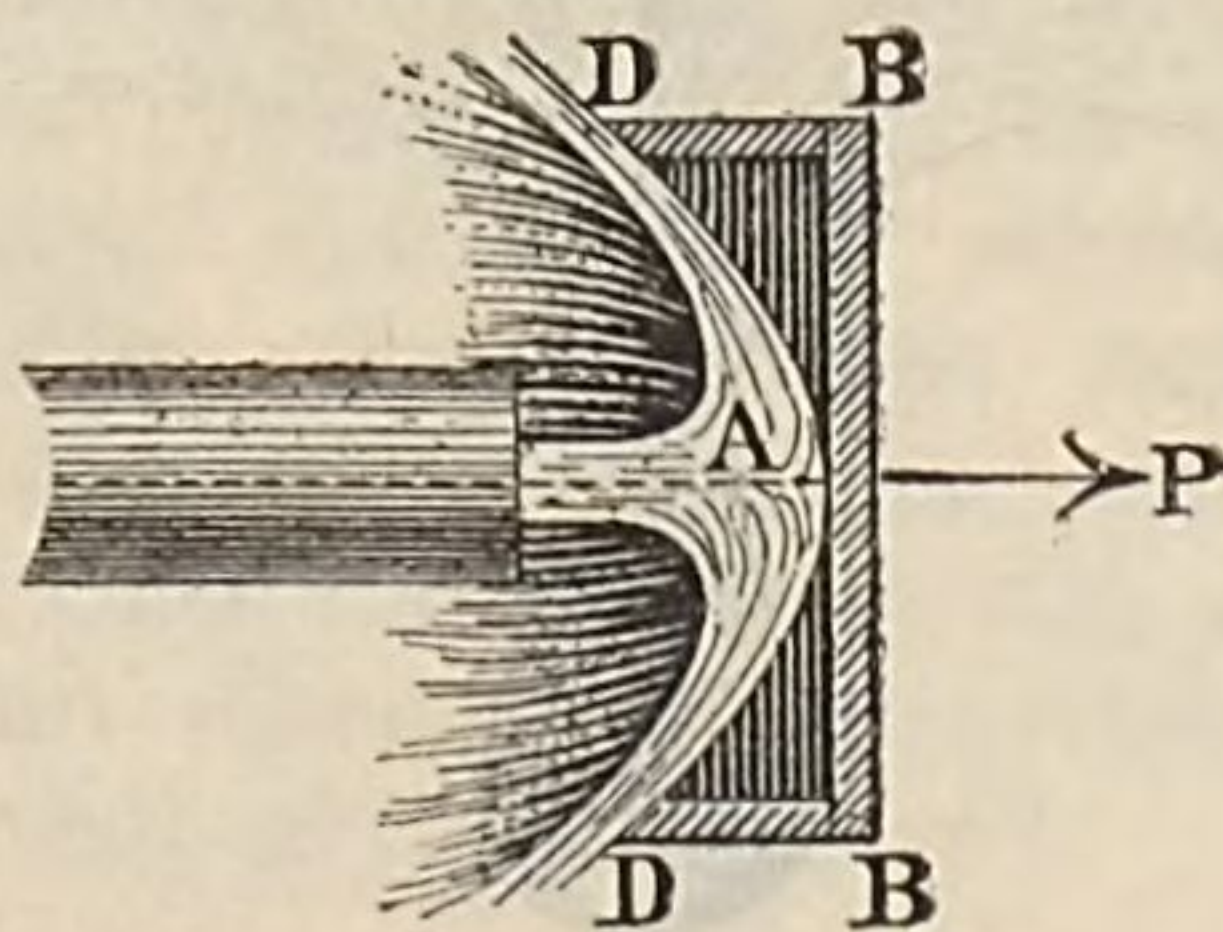
d) Ueber den Stoss des begrenzten Wassers.

Anmerkung 9. Bei den bisherigen Betrachtungen über den Stoss eines isolierten Wasserstrahles gegen eine Fläche wurde vorausgesetzt, dass die gestossene Fläche breiter sei als der stossende Strahl, damit alles Wasser zum Stosse gelangen könne. Stösst aber Wasser, welches in einem Gerinne fliesst, gegen eine Fläche, so ist das stossende Wasserprisma breiter als die gestossene Fläche, es wird nicht alles Wasser zum Stoss gelangen, sondern unterhalb und seitwärts der gestossenen Fläche einiges Wasser vorbeifliessen. Allein die sich bewegende Wassermenge wird dennoch durch die Wandungen des Gerinnes zusammengehalten, und bei allen in der Technik vorkommenden Fällen lässt man die gestossene Fläche soviel als möglich den Querschnitt des Gerinnes ausfüllen, so dass im allgemeinen die im Abschnitt b) gewonnenen Betrachtungen und Resultate auch hier zur Anwendung kommen, wobei nur zu merken ist, dass man beim Stoss im Gerinne nie jene Werte vollständig erreichen kann, sondern dass dieselben hier nur als Grenzwerte zu betrachten sind. Die gestossenen Flächen sind beim Stoss im Gerinne in der Regel Wasserradschaufeln; die von ihnen aufgenommene mechanische Arbeit wird auf das Wasserrad übertragen und von diesem der übrigen Maschine mitgeteilt. Die auf solche Weise getriebenen Räder sind die sog. unterschlächtigen Wasserräder. Bei diesen wirkt das Wasser nicht durch sein Gewicht, sondern durch Stoss oder Druck infolge von Ablenkung. Hier kommt es nun darauf an, soviel Arbeitsübertragung für das Rad zu gewinnen als möglich, was im allgemeinen von der Geschwindigkeit c abhängig ist, mit der die Schaufeln dem Wasserstoss ausweichen.

α) Gerader Stoss des begrenzten Wassers.

Frage 193. Was ist zunächst über den geraden Stoss gegen eine ebene Fläche zu bemerken, deren ganzer Umfang mit einer Einfassung umgeben ist, wie es Figur 112 im Durchschnitt zeigt?

Figur 112.



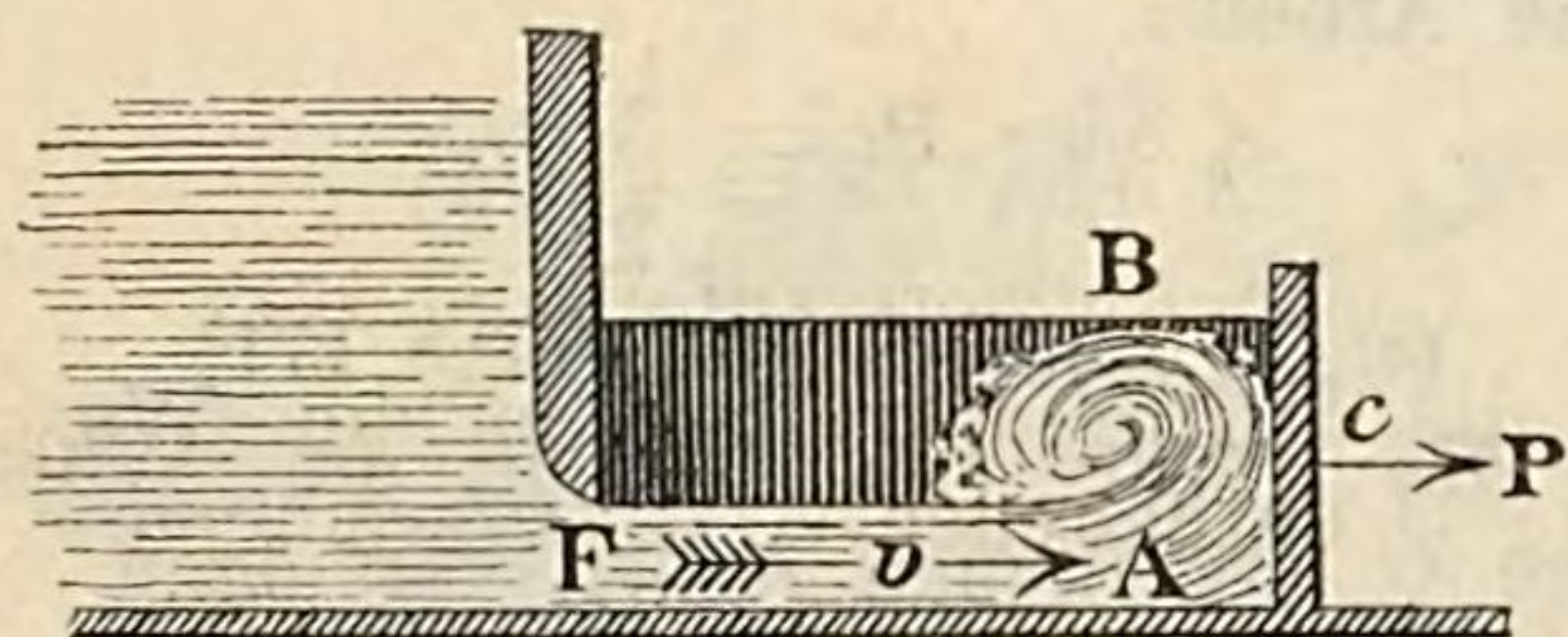
Antwort. Ist der Umfang der ebenen Fläche BB rundum mit senkrechten Leisten BD besetzt, so wird das Wasser, ähnlich wie in dem in Figur 90 dargestellten Falle, um einen stumpfen Winkel von seiner anfänglichen Richtung abgelenkt, und wenn die Höhe der Leisten genügend gross ist, so dass der Strahl beinahe um 180° abgelenkt wird, so wird auch die Stosskraft P näherungsweise den in Antwort auf Frage 166 gegebenen Wert:

$$P = \frac{2v^2}{g} f\gamma = 4fh\gamma$$

erlangen, aber denselben wegen der Reibung des Wassers an der Fläche und den Leisten nie ganz erreichen.

Frage 194. Wie gross wird aber die Kraft des stossenden Wassers sein, wenn dasselbe, wie bei Mühlenwerken, in einem Gerinne fliessend, gegen ebene, radial gestellte Schaufeln, also gegen eine Ebene stösst, welche nur an drei Seiten ihres Umfanges durch das Gerinne eingefasst ist, während die obere Kante frei bleibt?

Figur 113.



Antwort. In diesem Falle nimmt das Wasser nach dem Stosse die Richtung nach dem uneingefassten Teile B des Umfanges hin, wird also um einen rechten Winkel abgelenkt, weshalb auch hier die Kraft des Wasserstosses den in Antwort auf Frage 151 gegebenen Wert:

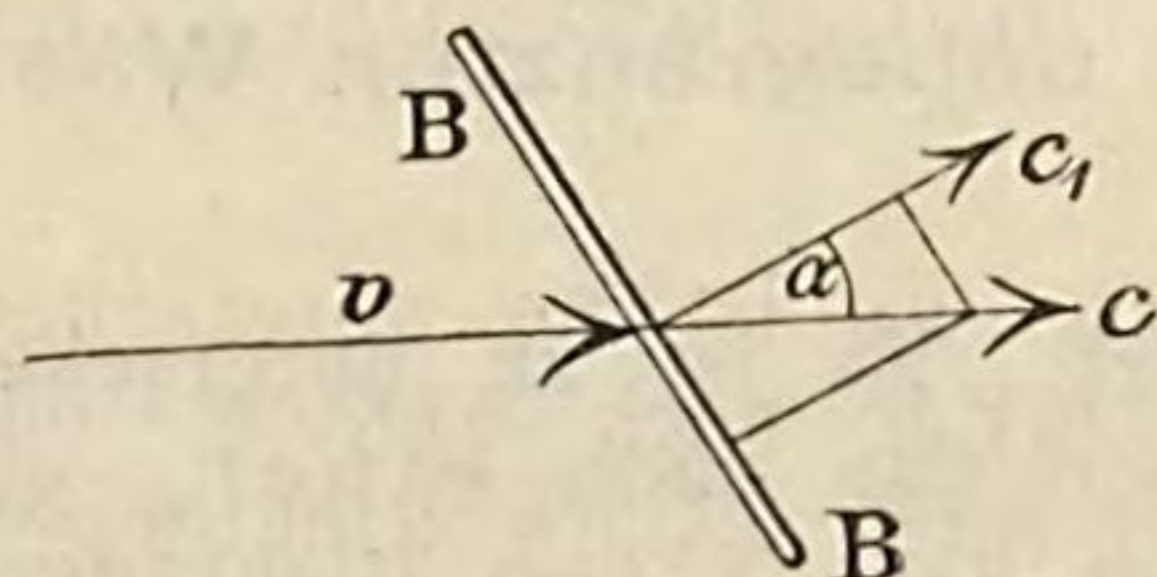
$$1) \dots P = \frac{f\gamma(v-c)^2}{g} = \frac{G(v-c)}{g}$$

hat, und die von der Fläche aufgenommene Arbeit beträgt auch hier:

$$2) \dots A \text{ od. } Pc = \frac{f\gamma(v-c)^2 \cdot c}{g} = \frac{G(v-c)c}{g}$$

Frage 195. Was gilt aber für den Fall, dass die so gestossene Fläche nach dem Stosse nicht in der Richtung des stossenden Wassers, sondern in einer Richtung ausweicht, welche um den Winkel α von der ursprünglichen Richtung des Strahles abweicht?

Figur 114.



Antwort. In diesem Falle (s. Figur 114) ist die Geschwindigkeit der Fläche BB:

$$c_1 = c \cdot \cos \alpha$$

daher die Stosskraft:

$$3) \dots P = \frac{v - c \cdot \cos \alpha}{g} G$$

und die sekundliche Arbeitsleistung:

$$4) \dots A \text{ oder } Pc_1 = \frac{(v - c \cdot \cos \alpha) \cdot c \cdot \cos \alpha}{g} \cdot G$$

Frage 196. Wann erreicht der Druck P für radial gestellte Schaufeln seinen grössten und wann seinen kleinsten Wert?

Erkl. 219. Die Beobachtung, dass die Stosskraft des Wassers gegen unterschlächtige Räder vermehrt wird, wenn man dasselbe in Gerinne einschliesst und dadurch das Abfliessen neben dem Rade hindert, führte bald auf die Konstruktion der gegenwärtig üblichen Mühlengerinne.

Je nachdem die Zwischenräume zwischen den Schaufeln und den Gerinnewänden grösser oder kleiner sind, muss der theoretische Wert von P noch mit einem kleineren oder grösseren eigentlichen Bruche multipliziert werden, der sich nur auf dem Wege des Versuchs ermitteln lässt.

Antwort. Ist $c = 0$, d. h. steht das Mühlrad still, so ist der Druck gegen die Schaufeln am grössten, nämlich [nach Gleichung 1) resp. 2)]:

$$P = \frac{f\gamma v^2}{g} \text{ oder } \frac{Gv}{g}$$

aber es ist dann:

$$A \text{ oder } Pc = 0$$

d. h. das Rad empfängt und leistet keine Arbeit.

Ist $c = v$, so bewegt sich zwar das Rad so schnell als möglich, aber es ist, da $v - c = 0$, auch der Druck P , folglich auch die geleistete mechanische Arbeit gleich Null.

Frage 197. Wie gross muss nun die Geschwindigkeit c der ausweichenden Schaufeln sein, damit die vom Rad aufgenommene und wieder abgegebene Arbeit $A = Pc$ ein Maximum werde?

Erkl. 220. Um einen zuverlässigen Massstab für die vorteilhafteste Geschwindigkeit eines Wasserrades und für das Mass des grössten mechanischen Moments zu erhalten, haben schon vor ca. 100 Jahren Smeaton und Bossut Versuche angestellt, hierbei ein möglichst genau passendes kleines Rad in ein Mülgerinne gestellt, an der Welle desselben eine Schnur befestigt und die Gewichte untersucht, welche von diesem Rädchen bei verschiedenen Geschwindigkeiten des Wassers aufgezogen wurden. Aus der Vergleichung der auf eine bestimmte Höhe aufgezogenen Gewichte und der hierzu erforderlichen Zeit fand Bossut als vorteilhaftesten Wert: $c = \frac{1}{2} v$, Smeaton dagegen: $c = \frac{1}{3} v$. Theoretische Untersuchungen bewiesen die Richtigkeit des ersten Resultats.

Frage 198. Welcher Satz ergibt sich hieraus für Wasserräder mit geraden radialen Schaufeln?

Antwort. Nach Antwort auf Frage 170 wird die von den Radschaufeln aufgenommene mechanische Arbeit ein Maximum, wenn die Geschwindigkeit c der ausweichenden Schaufeln gleich der halben Geschwindigkeit des zuströmenden Wassers, also $c = \frac{1}{2} v$ beträgt. In diesem Falle beträgt die mechanische Arbeit:

$$A \text{ oder } Pc = \frac{1}{2} Q h \gamma$$

(siehe Antwort auf Frage 171)

d. i. die Hälfte von dem in der Wassermenge Q enthaltenen Arbeitsvermögen.

Antwort. Wasserräder mit geraden radialen Schaufeln können von der im Wasser vorhandenen lebendigen Kraft theoretisch nur die Hälfte aufnehmen; in der Wirklichkeit ist die aufgenommene Arbeit noch geringer.

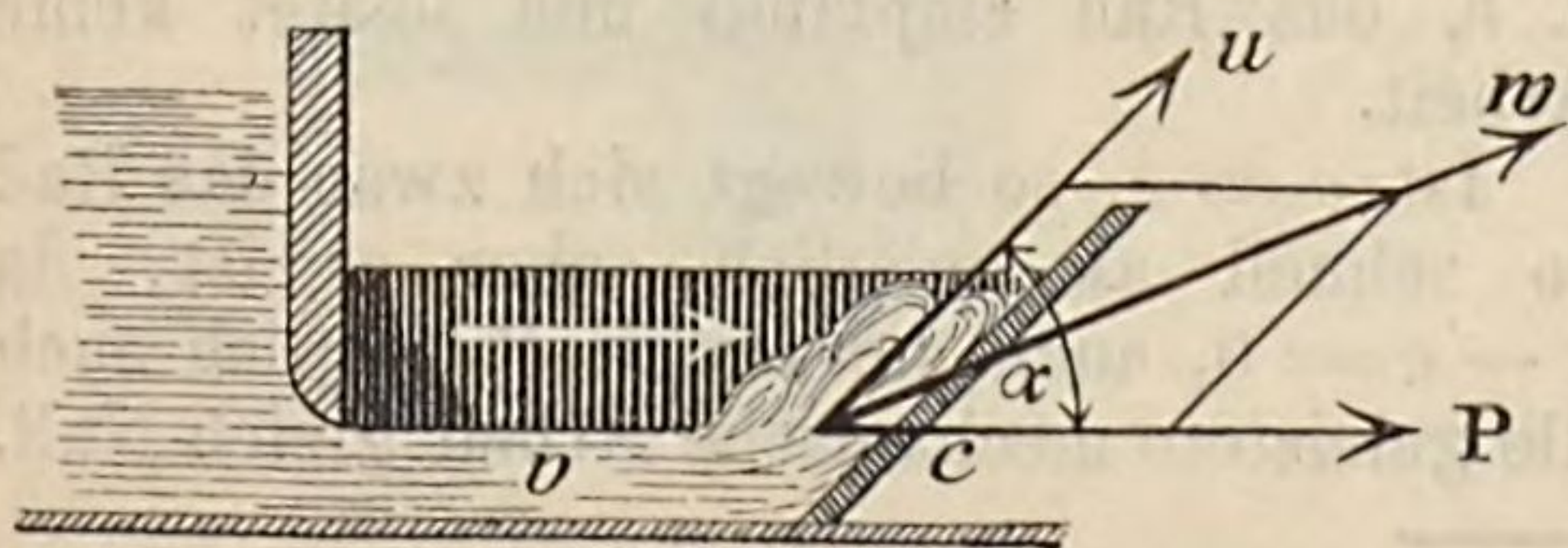
β) Schiefer Stoss des begrenzten und unbegrenzten Wassers.

Frage 199. Welche Fälle sind beim schiefen Stoss des Wassers gegen ebene Flächen zu unterscheiden?

Antwort. Es ist zu unterscheiden, ob das Wasser nur nach einer, oder nach zwei, oder nach allen Richtungen in der Ebene abfliesst.

Frage 200. Wie gross ist der hydraulische Druck des Wassers gegen die Fläche in der Richtung des Strahles, wenn diese Fläche wie oben beim Stosse des begrenzten Wassers im Gerinne von drei Seiten eingefasst ist, während die obere Kante frei bleibt?

Figur 115.

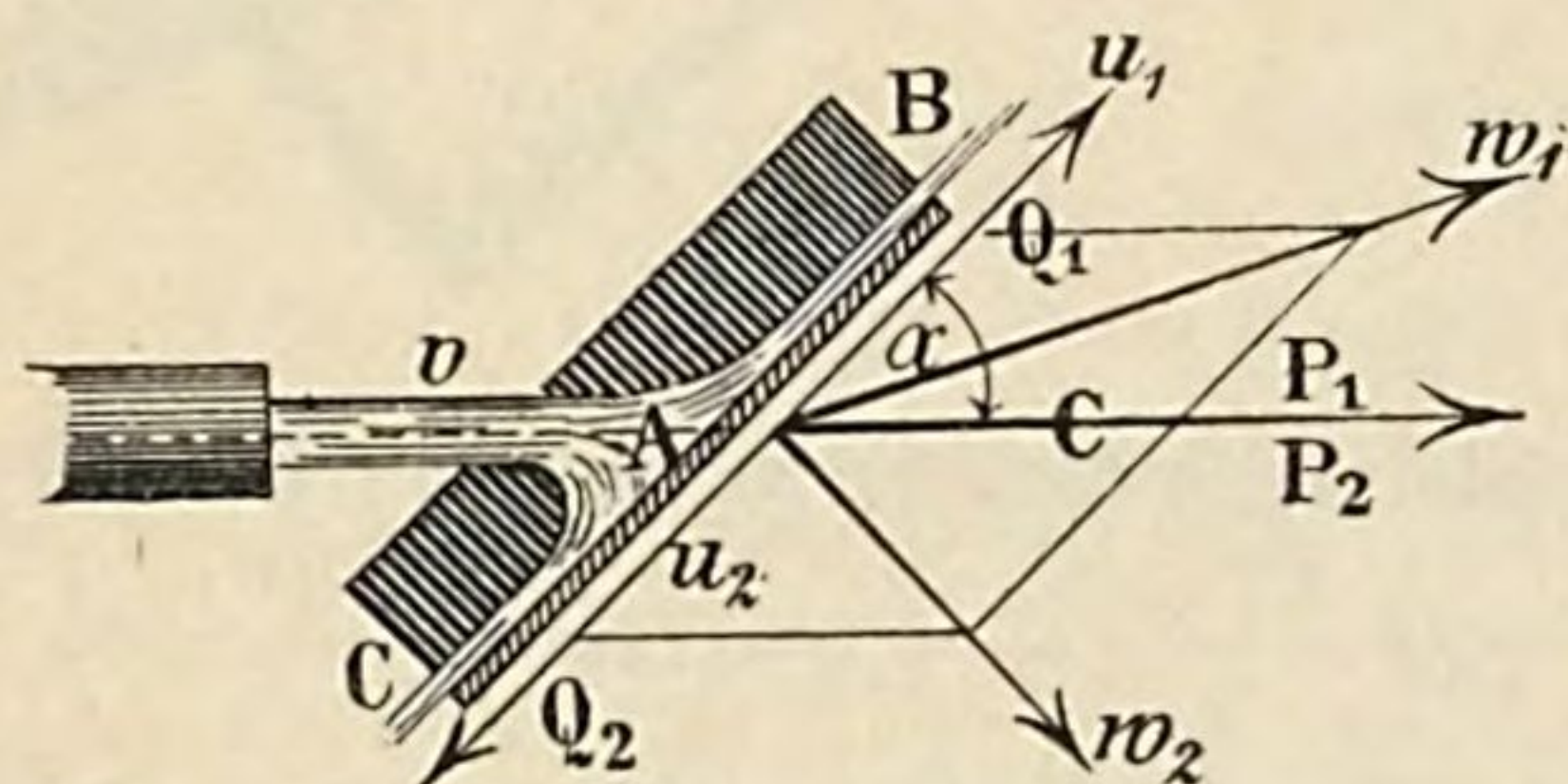


Antwort. Das Wasser kann in diesem, in Figur 115 dargestellten Falle nur nach der oberen nicht eingefassten Seite mit der Geschwindigkeit $u = v - c$ entweichen, wenn die anfängliche Geschwindigkeit desselben mit v und die der ausweichenden Fläche mit c bezeichnet wird, und somit ergibt sich hier, aus einer der Antwort auf Frage 158 ganz ähnlichen Betrachtung, für die Kraft des Wasserstosses in der Achsenrichtung der dort ermittelte Wert:

$$1) \dots P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q \gamma$$

Frage 201. Wie gross ist aber der hydraulische Druck des Wassers gegen die gestossene Ebene in der Richtung des stossenden Wasserstrahles für den zweiten Fall, dass die Ebene nur auf zwei gegenüberliegenden Seiten eingefasst ist, also das Wasser nach zwei gegenüberliegenden, nicht eingefassten Seiten abfliessen kann?

Figur 116.



Erkl. 221. Analog der Antwort auf Frage 158 ist das in der Wassermenge Q_2 zurückbleibende Arbeitsvermögen, da dieselbe nach dem Stosse sich mit der Geschwindigkeit w_2 fortbewegt:

$$A_2 = \frac{w_2^2}{2g} \cdot Q_2 \gamma$$

Nun ist aber:

$$w_2 = \sqrt{u_2^2 + 2cu_2 \cdot \cos(180 - \alpha) + c^2}$$

oder:

$$w_2^2 = u_2^2 - 2cu_2 \cdot \cos \alpha + c^2$$

Die der Wassermenge vor dem Stosse inwohnende lebendige Kraft ist:

$$A_0 = \frac{v^2}{2g} Q_2 \gamma$$

folglich ist die durch Q_2 auf die Fläche BC übergegangene mechanische Arbeit:

$$P_2 c = A_0 - A_2$$

oder:

$$P_2 c = \frac{v^2 - u_2^2 + 2cu_2 \cdot \cos \alpha - c^2}{2g} Q_2 \gamma$$

oder da $u_2 = u_1 = v - c$ eingesetzt werden kann, so ist:

$$P_2 c = \frac{v^2 - c^2 - (v - c)^2 + 2c(v - c) \cos \alpha}{2g} Q_2 \gamma$$

oder:

$$P_2 c = \frac{2cv - 2c^2 + 2c(v - c) \cos \alpha}{2g} \cdot Q_2 \gamma$$

oder:

$$P_2 = \frac{(v - c)(1 + \cos \alpha)}{g} Q_2 \gamma$$

$$P = \frac{v - c}{g} \left[(1 - \cos \alpha) \frac{Q \cdot (1 + \cos \alpha)}{2} + (1 + \cos \alpha) \frac{Q \cdot (1 - \cos \alpha)}{2} \right] \gamma$$

Antwort. Ist die gestossene Ebene BC (siehe Figur 116) nur auf zwei gegenüberliegenden Seiten eingefasst, so teilt sich der Strahl in zwei ungleiche Teile; der grössere Teil Q_1 nimmt die kleinere Ablenkung α , der kleinere Teil Q_2 die grössere Ablenkung $180 - \alpha$ an; es setzt sich daher der Gesamtstoss in der Richtung des Strahles aus zwei gleichgerichteten Komponenten P_1 und P_2 zusammen. Für P_1 erhält man wie oben:

$$P_1 = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q_1 \gamma$$

und für P_2 erhält man durch eine ganz gleiche Betrachtung wie in Antwort auf Frage 158, wenn man berücksichtigt, dass $\cos 180 - \alpha = -\cos \alpha$ ist:

$$P_2 = (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q_2 \gamma$$

(siehe Erkl. 221)

und somit ist der Gesamtstoss in der Achsenrichtung:

$$P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q_1 \gamma + (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q_2 \gamma$$

oder:

$$P = \frac{v - c}{g} [(1 - \cos \alpha) \cdot Q_1 + (1 + \cos \alpha) \cdot Q_2] \gamma$$

Da aber beide Strahlen Q_1 und Q_2 einander das Gleichgewicht halten müssen, so besteht auch die Gleichung $P_1 = P_2$ oder:

$$(1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q_1 \gamma = (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q_2 \gamma$$

oder:

$$(1 - \cos \alpha) \cdot Q_1 = (1 + \cos \alpha) \cdot Q_2$$

oder da $Q_1 + Q_2 = Q$, also $Q_2 = Q - Q_1$ gesetzt werden kann, so ist:

$$(1 - \cos \alpha) Q_1 = (1 + \cos \alpha) (Q - Q_1)$$

oder nach Erkl. 222 ist:

$$Q_1 = Q \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

und

$$Q_2 = Q \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

in die obige Bestimmungsgleichung für P einzusetzen; demnach ist der gesammte Stoss in der Richtung des Strahles:

oder nach der nebenstehenden Erkl. 223 ist:

$$2) \dots P = \frac{v - c}{g} \sin^2 \alpha \cdot Q \gamma$$

Erkl. 222. Die Gleichung:

$$(1 - \cos \alpha) Q_1 = (1 + \cos \alpha) (Q - Q_1)$$

gibt aufgelöst:

$$Q_1 - Q_1 \cdot \cos \alpha = Q + Q \cdot \cos \alpha - Q_1 - Q_1 \cdot \cos \alpha$$

oder:

$$2 Q_1 = Q + Q \cdot \cos \alpha$$

oder:

$$Q_1 = \frac{Q(1 + \cos \alpha)}{2}$$

Da $Q_2 = Q - Q_1$, so ist auch:

$$Q_2 = Q - \frac{Q(1 + \cos \alpha)}{2}$$

oder:

$$Q_2 = \frac{2Q - Q(1 + \cos \alpha)}{2}$$

oder:

$$Q_2 = Q(1 - \cos \alpha)$$

Erkl. 223. Nach goniometrischen Gesetzen ist:

$$1 - \cos \alpha = 2 \cdot \sin^2 \frac{1}{2} \alpha$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cdot \cos^2 \frac{1}{2} \alpha \quad \text{oder multipliziert:}$$

$$(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = 2 \cdot 2 \cdot \sin^2 \frac{1}{2} \alpha \cdot \cos^2 \frac{1}{2} \alpha$$

oder:

$$(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = 2 \cdot \sin \frac{1}{2} \alpha \cdot \cos \frac{1}{2} \alpha \cdot 2 \cdot \sin \frac{1}{2} \alpha \cdot \cos \frac{1}{2} \alpha$$

oder da:

$$2 \cdot \sin \frac{1}{2} \alpha \cdot \cos \frac{1}{2} \alpha = \sin \alpha$$

so ist:

$$(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = \sin^2 \alpha$$

folglich:

$$P = \frac{v - c}{g} \left(\frac{Q}{2} \cdot \sin^2 \alpha + \frac{Q}{2} \cdot \sin^2 \alpha \right)$$

Frage 202. Wie findet man endlich den hydraulischen Druck des Wassers beim schiefen Stoss gegen eine Ebene, welche gar keine Einfassung hat, so dass sich das Wasser nach allen Richtungen auf ihr ausbreiten kann?

Erkl. 224. Da die in den beiden Sektoren AOB und COD nach oben resp. unten abströmende Wassermenge Q_1 mit der in den beiden Sektoren AOC und BOD nach links resp. rechts abströmenden Wassermenge Q_2 im Gleichgewicht stehen muss, so besteht auch die Gleichung:

$$\frac{v - c}{g} \cdot \sin^2 \alpha \cdot Q_1 \gamma = \frac{v - c}{g} \cdot Q_2 \gamma$$

oder:

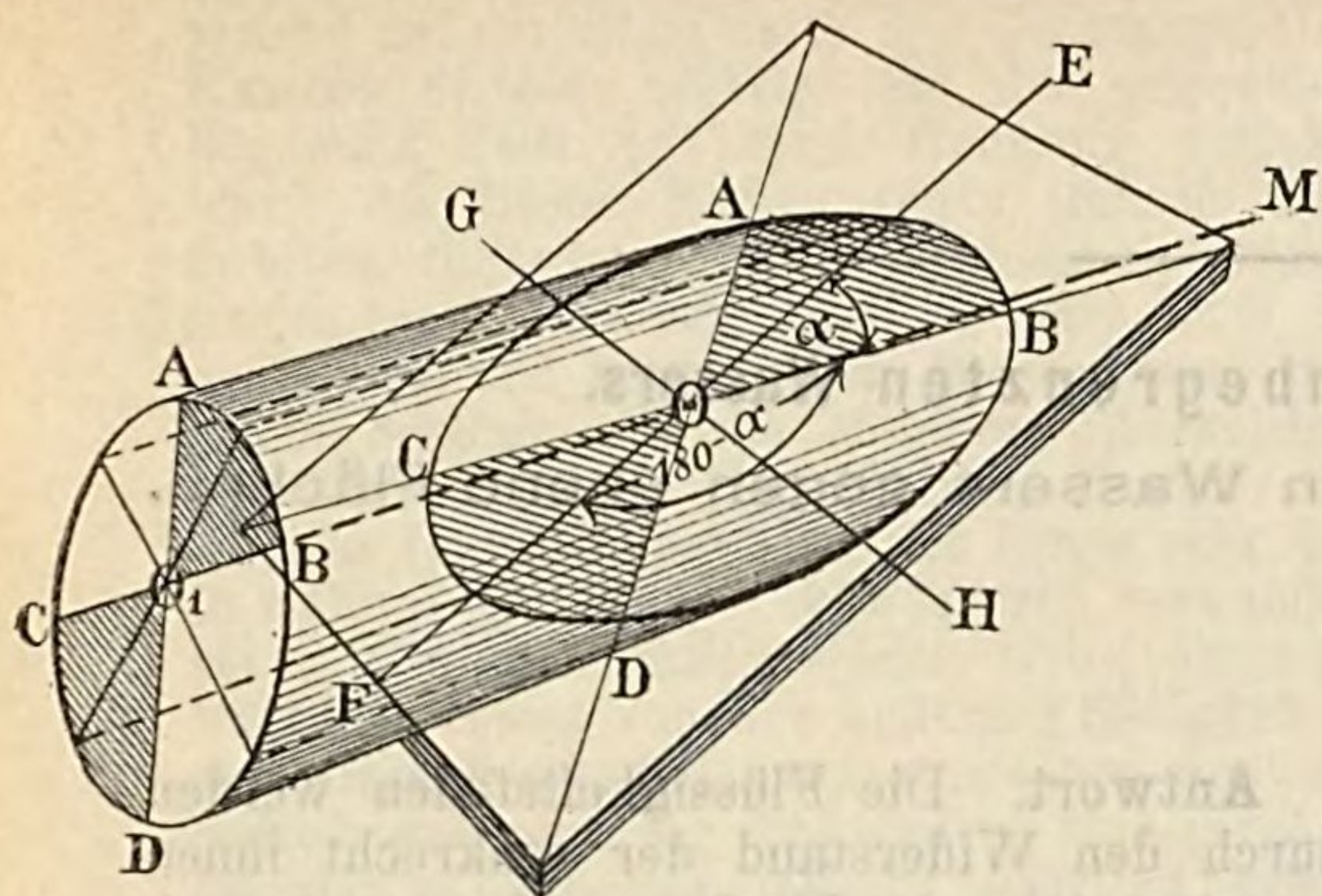
$$\sin^2 \alpha \cdot Q_1 = Q_2$$

Ferner ist:

$$Q_1 + Q_2 = Q \quad \text{oder} \quad Q_2 = Q - Q_1$$

Antwort. In diesem Falle fällt der Stoss noch grösser aus als oben, da unter allen Winkeln, um welchen die Wasserfäden abgelenkt werden, gerade α der kleinste ist, und daher jeder Wasserfaden, welcher sich nicht in der Normalebene GH (s. Figur 117) bewegt, einen grösseren Druck ausübt als der Faden in der Normalebene. Denken wir uns den Strahl in vier Sektoren AOB , COD , AOC und BOD zerlegt, so wird die dem ersten dieser Sektoren AOB zugehörige Wassermasse, wenn O_1OM die ursprüngliche Richtung des Strahles bezeichnet, um den Winkel $MOE = \alpha$ von dieser Richtung abgelenkt, während die dem zweiten Sektor COD zugehörige Wassermasse um den be-

Figur 117.



Setzen wir nun in die Bestimmungsgleichung:

$$P = \frac{v-c}{g} \sin^2 \alpha \cdot Q_1 \gamma + \frac{v-c}{g} \cdot Q_2 \gamma$$

die sich aus dem obigen ergebenden Werte:

$$Q_1 = \frac{Q}{1 + \sin^2 \alpha} \text{ und } Q_2 = \frac{\sin^2 \alpha \cdot Q}{1 + \sin^2 \alpha}$$

ein, so ist:

$$P = \frac{v-c}{g} \cdot \frac{\sin^2 \alpha \cdot Q \gamma}{1 + \sin^2 \alpha} + \frac{v-c}{g} \cdot \frac{Q \gamma \cdot \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

oder:

$$P = \frac{v-c}{g} \cdot 2 Q \gamma \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

oder:

$$P = \frac{2 \cdot \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \cdot \frac{v-c}{g} \cdot Q \gamma$$

Um diese Formel zu entwickeln, wurde die nur annähernd richtige Voraussetzung gemacht, dass die vier Sektoren um die Winkel α resp. $(180 - \alpha)$ und 90° von der Achsenrichtung des Strahles abweichen; in Wirklichkeit beträgt aber nur bei dem Wasserfaden OE die Ablenkung $= \alpha$, bei dem Faden $OF = 180 - \alpha$ und bei den Fäden OG und $OH = 90^\circ$, während alle zwischenliegenden Fäden um einen von α bis 90 wachsenden, resp. um einen von $(180 - \alpha)$ bis 90° abnehmenden Winkel abgelenkt werden. Wie weit also die so erhaltene Formel mit der Wirklichkeit übereinstimmt, kann nur durch richtige Versuche genau ausgemittelt werden. Mit den Versuchen von Bidone stimmt dieselbe ziemlich gut.

Erkl. 225. Broch findet in seiner Mechanik, Seite 614, für den schiefen Wasserstoss gegen eine Kreisfläche:

$$P = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \tan \alpha \cdot \frac{c-v}{g} \cdot Q \gamma$$

und

$$N = \tan \alpha \ln. \cotg \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{c-v}{g} \cdot Q \gamma$$

Erkl. 226. Das Schweben einer hohlen Kugel auf dem Gipfel eines etwas reichen Spring-

deutend grösseren Winkel $MOF = 180 - \alpha$ von ihrer anfänglichen Richtung abgelenkt wird. Bezeichnen wir nun die den beiden Sektoren entsprechende Wassermenge mit Q_1 , so erhalten wir für den von dieser Wassermenge auf die Ebene ausgeübten Druck P_1 genau den oben in Formel 2) gegebenen Wert:

$$P_1 = \frac{v-c}{g} \cdot \sin^2 \alpha \cdot Q_1 \gamma$$

worin v die Geschwindigkeit des Wassers vor dem Stosse und c die Geschwindigkeit der dem Stosse ausgesetzten Fläche bezeichnet. Hierzu muss noch der Druck P_2 addiert werden, welcher von der den beiden Sektoren AOC und BOD zugehörigen Wassermenge Q_2 ausgeübt wird, welche beim Stoss um den Winkel $MOH = MOG = 90^\circ$ von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt wird, und deshalb einen hydraulischen Druck:

$$P_2 = \frac{v-c}{g} \cdot Q_2 \gamma \text{ ausübt,}$$

denn in diesem Falle ist in Gleichung 1) in Antwort auf Frage 200 für $\cos \alpha = 0$ einzusetzen.

Demnach ist die Gesamtkraft des Stosses:

$$P = P_1 + P_2$$

oder:

$$P = \frac{v-c}{g} \cdot \sin^2 \alpha \cdot Q_1 \gamma + \frac{v-c}{g} \cdot Q_2 \gamma$$

oder nach der nebenstehenden Erkl. 224 ist:

$$3) \dots P = \frac{2 \cdot \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \cdot \frac{v-c}{g} \cdot Q \gamma$$

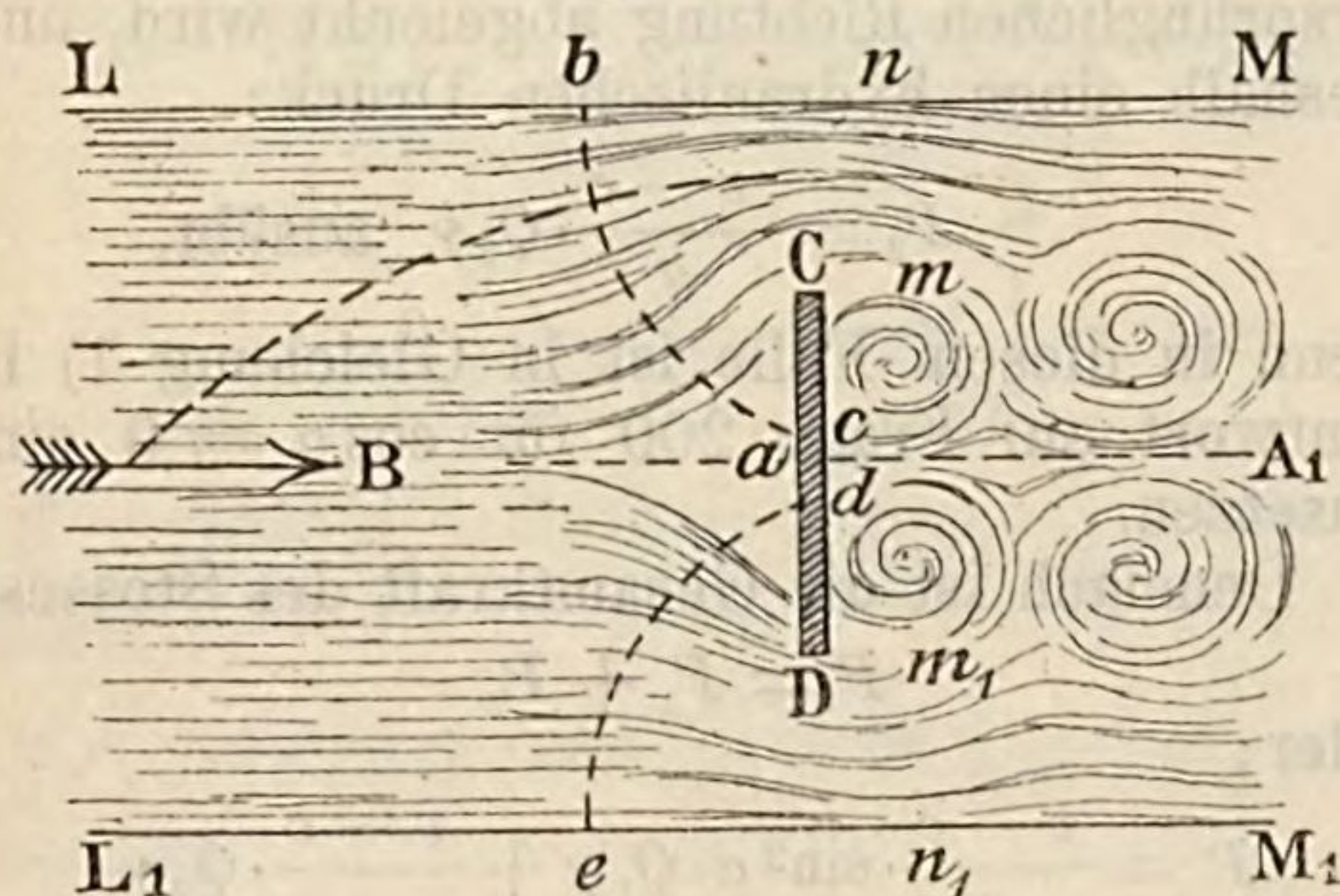
brunnens ist eine Wirkung des schiefen Stosses. Tritt nämlich die Kugel etwas aus der Achse des Wasserstrahles, so werden auf dieser Seite die Ablenkungen stärker, erzeugen einen stärkeren Druck und treiben die Kugel nach der Achse zurück.

e) Ueber den Stoss des unbegrenzten Wassers.

α) Gerader Stoss des unbegrenzten Wassers gegen ebene Flächen.

Frage 203. Welche Richtung nehmen die Flüssigkeitsfäden um eine unbewegliche, feste, ebene Fläche CD (siehe Figur 118), welche dem geraden Stosse einer unbegrenzten Wassermasse ausgesetzt ist?

Figur 118.



Erkl. 227. Ein elastischer Körper wird beim Stoss gegen irgend eine feste Wand unter demselben Winkel zurückgeworfen, unter welchem er auftritt. Bei den Flüssigkeiten ist dies durchaus nicht der Fall. Ein Wasserstrahl, der schräg auf eine Wand trifft, springt nicht unter demselben Winkel zurück, sondern er läuft längs der Wand fort, bis die Schwere seine Richtung ändert. Trifft der Strahl auf einen runden Stab, so springt er nicht zurück wie ein Ball, sondern er umschlingt den Stab; stösst ein Strahl senkrecht auf einen Gegenstand, so breitet er sich nach allen Richtungen darauf aus. Die Ursache dieser Erscheinung ist nach Savart die Leimigkeit, Klebrigkeit zwischen festen und flüssigen Körpern; ferner wirken bei dem Stoss flüssiger Körper auf feste drei Kräfte und diese bestimmen die Formveränderung des Wasserstrahles: die Stosskraft, die Viskosität und die Schwere.

Erkl. 228. Wirbelbewegungen entwickeln sich auch in den von totem Wasser erfüllten Stellen eines Kanals, der plötzliche Aenderungen des Querschnittes besitzt. So z. B. wenn eine starke Strömung an einer rechtwinklig vorspringenden Wand vorbeigeht, bilden sich grössere Wirbel in den Winkelräumen. Die an dem ruhenden Wasser vorbeifliessende Strömung setzt die nächsten Teile und durch sie die entfernteren in Bewegung, bis in den Mittelpunkt des Winkels.

Antwort. Die Flüssigkeitsfäden werden durch den Widerstand der senkrecht ihnen entgegenstehenden Fläche aus ihrer ursprünglichen Richtung zunächst divergierend abgelenkt, gehen hierauf um die äusseren Kanten C und D herum, um, durch den Einfluss des nicht zum Stosse gekommenen Seitenwassers in den Raum hinter die Fläche gedrängt, hier eine wirbelnde Bewegung anzunehmen und dabei einen Druck gegen die Hinterfläche auszuüben, welcher dem gegen die Vorderfläche entgegengesetzt ist, und die Wirkung des Wasserstosses noch mehr vermindert, als es bereits durch die an der vorderen Fläche seitlich abfliessenden Wasserfäden geschehen ist, indem dieselben einen senkrechten Stoss des fliessenden Wassers gegen die Seitenteile der vorderen Fläche verhindern.

Diese Abweichung der Wasserteilchen findet zu beiden Seiten des Körpers nur bis auf eine gewisse Entfernung statt, so dass sich die Flüssigkeit gewissermassen in einem cylindrischen und prismatischen Kanale $LM L_1 M_1$ (siehe Figur 118) bewegt, dessen Wände parallel mit der Richtung der Bewegung sind. Der Abfluss des Wassers findet folglich hier wie durch eine ringförmige Oeffnung statt, welche durch die Wände dieses gedachten Kanals und durch die Seitenflächen des Körpers gebildet werden. Hierdurch ist es auch erklärlich, warum die Geschwindigkeit der Wasserfäden von B nach C und D hin immer grösser wird, da hier der Querschnitt, durch welchen die Wasserteile müssen, im Vergleich zu dem des gedachten Kanals immer kleiner wird, wobei sich zugleich in einem bestimmten Raume BCD vor der Fläche sog. Vorderwasser bildet, welches wegen seiner geringeren Geschwindigkeit, als die der umgebenden Wasserfäden ist, still zu stehen scheint.

Nach dem Passieren der Kanten C und D bewirkt die umgebende Flüssigkeit wieder

Zur Beobachtung von Wirbeln in Flüssigkeiten benutzte Reusch eine elastische Membran, welche auf der einen Seite den Verschluss eines Kastens bildete, welcher auf der gegenüberliegenden Seite mit einer Oeffnung versehen war. An diesen Kasten fügte Reusch einen zweiten, füllte beide mit verschiedenen Flüssigkeiten, z. B. Wasser und Oel, oder auch mit gefärbtem und ungefärbtem Wasser, und trieb durch Schläge auf die Membran Wirbelringe aus dem ersten in den zweiten Kasten. Bei starken Impulsen zerfallen die Ringe sehr bald in mehrere Kugeln, bei schwächeren verwandeln sie sich in eine einzige solche, wobei diese gewöhnlich etwas von der andern Flüssigkeit in sich einschliesst; bei ganz schwachen Impulsen endlich gelangen die Ringe nicht voll zur Ausbildung, es entstehen vielmehr pilzartige Formen.

Lässt man einen Tropfen Tinte von mässiger Höhe in Wasser fallen, so fällt er durch dasselbe als Wirbelring, bleibt dann nicht schweben, teilt sich in Segmente, die selbst wieder Wirbelringe bilden u. s. w.; mittels momentaner Beleuchtung durch elektrische Funken kann man den Verlauf der Erscheinungen auch im einzelnen gut verfolgen; statt Tinte und Wasser kann man auch zahlreiche andere Kombinationen nehmen, z. B. schwache Silbernitratlösung in schwache Kochsalzlösung tropfend.

Auch halbe Wirbelringe, welche an der Oberfläche der Flüssigkeit enden, kann man leicht erhalten; rudert man z. B. oder zieht man einen halb eingetauchten Löffel auf der Oberfläche einer gefüllten Tasse hin und zieht ihn dann rasch heraus, so sieht man ihm zwei entgegengesetzt wirbelnde Strudel folgen; es sind dies die Enden eines halben Wirbelringes. Trowbridge hat dies sichtbar gemacht, indem er als Gefäss einen weissen Porzellantrog benutzte und den Boden desselben beleuchtete; man kann dann die Schatten der halben Wirbelringe deutlich verfolgen und zahlreiche interessante Versuche anstellen.

ein Konvergieren der Wasserfäden, die sich endlich, nach einigen wirbelnden Bewegungen, mit der unbegrenzten Wassermasse vereinigen und mit dieser weiterfliessen. Die wieder vereinigten Wasserfäden begrenzen hinter der gestossenen Fläche bei mm_1 das sog. Kielwasser, welches um so mehr bemerkbar ist, je grösser die Stromgeschwindigkeit ist, und welches überhaupt niedriger steht als das Vorderwasser, wodurch eben die schon oben erwähnte Druckverminderung auf die Hinterfläche entsteht, welche Dubuat mit dem Namen Nichtdruck, Beaufoy mit verneinten Druck, Tredgold mit Minus-Pressure bezeichnet hat, da er von der bewegenden Kraft der vorderen Fläche abgezogen werden muss.

Frage 204. Die Kraft, mit welcher die Ebene festgehalten werden muss, damit sie nicht der Wirkung der Flüssigkeit folge, ist hiernach von welchen zwei Ursachen abhängig?

Antwort. 1) Uebt die strömende Flüssigkeit gegen die Vorderfläche einen grösseren Druck aus, als wenn sie im Zustande der Ruhe wäre, und

2) entsteht auf der Rückseite durch die daselbst sich bildenden Wirbel eine Druckabnahme.

Frage 205. Wie lässt sich nun ein mathematischer Ausdruck für den Gesamtdruck auf die feste Fläche oder für den Stoss P des unbegrenzten Wassers ermitteln?

Antwort. Bezeichnet b die Höhe einer Wassersäule, welche dem hydrostatischen Druck (siehe Erkl. 229) auf die Vorderfläche

Erkl. 229. Befindet sich die ebene Fläche unterhalb der Oberfläche des Wassers, beträgt der Inhalt derselben f und die Höhe vom Schwerpunkt dieser Fläche bis zur Oberfläche des Wassers $= b$, so drückt auf die Ebene im Zustande der Ruhe nach hydrostatischen Gesetzen (siehe Klimpert, Lehrbuch der Hydrostatik) das Gewicht der Säule fb ; setzen wir das Gewicht der Kubikeinheit der Flüssigkeit $= \gamma$, so ist der Druck sowohl vorwärts als rückwärts $= fb\gamma$.

Erkl. 230. Im allgemeinen hat sich ergeben, dass die Drucke auf die verschiedenen Flächenelemente verschieden sind und zwar abnehmend vom Zentrum nach den Rändern hin, während die Geschwindigkeiten im umgekehrten Verhältnis abnehmen. Eine durch die Wendepunkte der Wasserfäden gehende Fläche, welche die gegen die Mitte a der Ebene konvexen Teile dieser Fäden von den konkaven scheidet, wird die Form der Linien bc und de (s. Figur 118) annehmen. Der Druck der Wasserteilchen, welche sich längs dieser Fäden wie in engen Kanälen bewegen, wird überall gegen diese Kanäle von der konkaven nach der konvexen Seite hin gerichtet und am grössten bei den am stärksten gekrümmten Kanälen sein. Derselbe Druck wird also von Lb bis Bac und von L_1e bis Bad hin wachsen, und die von beiden Seiten her gegen Ba stattfindenden Drucke werden einander aufheben. Die Geschwindigkeit der Wasserteilchen wird folglich auch grösser und die Querschnitte der von ihnen beschriebenen Kanäle werden kleiner sein an der Vorderwand von a bis c und d als längs den Seiten LM und L_1M_1 des gedachten Kanals.

Frage 206. Welchen Einfluss hat hiernach die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, sowie die Grösse der gestossenen Fläche auf die Grösse des hydraulischen Drucks?

entspricht, und ist v die mittlere Geschwindigkeit des fließenden Wassers und h die ihr entsprechende Druckhöhe, so ist der mittlere Druck auf jede Flächeneinheit der Vorderwand $= b + mh$ und eben dieser Druck auf die Hinterfläche $b - nh$, worin m und n durch Versuche zu bestimmende Zahlenwerte sind, indem nach den bisherigen Versuchsergebnissen die hydraulischen Drucke auf Vorder- und Hinterwand sich den Geschwindigkeitshöhen proportional setzen lassen. Der resultierende Druck pro Flächenelement ist demnach:

$$(b + mh) - (b - nh) = (m + n)h$$

Bezeichnet nun f den Inhalt der gestossenen Fläche, welche rechtwinklig zur Stromrichtung steht, und ist γ das spez. Gewicht der Flüssigkeit, so ist der Gesamtdruck oder Stoss auf die feste Fläche:

$$P = f\gamma(m + n) \frac{v^2}{2g}$$

oder wenn $m + n = \zeta$ gesetzt wird, so ist:

$$1) \dots P = \zeta \frac{v^2}{2g} f\gamma$$

worin ζ also eine von der Form der Fläche abhängige Erfahrungszahl bezeichnet.

Antwort. Der hydraulische Druck oder Stoss ist

1) der Grösse der gestossenen Ebene,

2) dem Quadrate der Stromgeschwindigkeit proportional.

Frage 207. Wie ändert sich die obige Formel für den Fall, dass sich die gestossene Fläche mit der Geschwindigkeit c

- a) in der Richtung des Wassers oder
- b) entgegengesetzt derselben bewegt?

Erkl. 231. Für sehr kleine ebene Flächen (von $\frac{1}{10}$ m) und geringe Geschwindigkeiten (unter 1 m pro Sekunde) fand Dubuat für die Versuchszahlen $m = 1,186$ und $n = 0,670$, wonach $\zeta = 1,856$ beträgt. Dieser Wert stimmt auch mit den Resultaten anderer Hydrauliker

Antwort. Bewegt sich die gestossene Fläche mit der Geschwindigkeit c

a) in der Richtung des Wassers, so wird das Wasser die Fläche nur noch mit der Geschwindigkeit $v - c$ treffen (vorausgesetzt, dass $v > c$ ist), und in diesem Falle ist also:

$$2) \dots P = \zeta \frac{(v - c)^2}{2g} \cdot f\gamma$$

Ist dagegen

b) die Bewegung der Fläche der Richtung des Wassers entgegengesetzt, so trifft letz-

oder:

$$\cos(\alpha - \delta) = \cos(90 - \beta)$$

oder da:

$$\cos(90 - \beta) = \sin \beta$$

und

$$\cos(\alpha - \delta) = \sin \alpha \cdot \sin \delta + \cos \alpha \cdot \cos \delta$$

so ist auch:

$$\sin \beta = \sin \alpha \cdot \sin \delta + \cos \alpha \cdot \cos \delta$$

Es ist aber:

$$\cos \delta = \frac{c}{u} \quad \text{und} \quad \sin \delta = \frac{v}{u}$$

demnach besteht auch die Gleichung:

$$\sin \beta = \cos \alpha \cdot \frac{c}{u} + \sin \alpha \cdot \frac{v}{u}$$

oder:

$$u \cdot \sin \beta = \sin \alpha \cdot v + \cos \alpha \cdot c$$

oder:

$$(u \cdot \sin \beta)^2 = (\sin \alpha \cdot v + \cos \alpha \cdot c)^2$$

$$N = \zeta_1 \cdot \frac{f\gamma \cdot u^2}{2g} \cdot \sin^2 \beta$$

oder:

$$N = \zeta_1 \cdot \frac{f\gamma}{2g} (u \cdot \sin \beta)^2$$

oder, wie sich aus der nebenstehenden Erklärung 233 ergibt, ist:

$$2) \dots N = \zeta_1 \cdot \frac{f\gamma}{2g} (\sin \alpha \cdot v + \cos \alpha \cdot c)^2$$

γ) Der Stoss unbegrenzten Wassers gegen feste Körper.

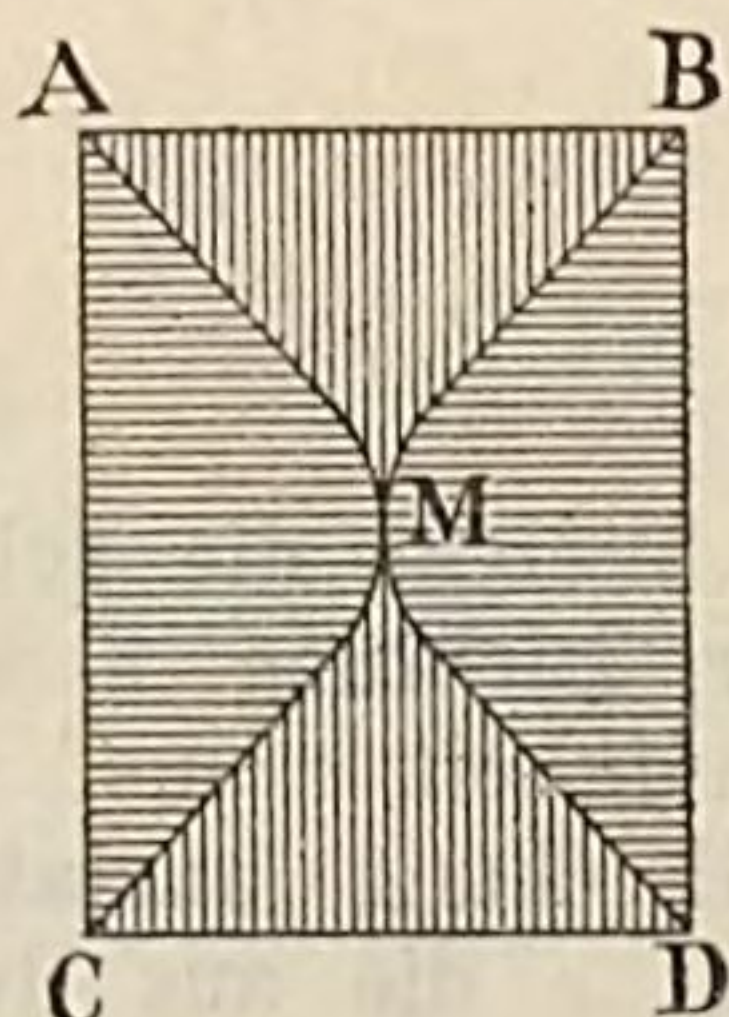
Frage 210. Was ist zunächst über die Richtung der Stromfäden um einen Körper zu bemerken, welcher dem Stosse einer bewegten Flüssigkeit ausgesetzt ist?

Antwort. Wenn ein fester Körper dem Stosse eines Flüssigkeitsstromes ausgesetzt ist, so wird die Flüssigkeit gezwungen, nach allen Seiten auszuweichen und sich in gekrümmten Fäden um den Körper herum zu bewegen.

Frage 211. Für den Fall, dass der Körper ein gerades Prisma bildet, dessen Seitenlinien der Richtung des Stromes parallel laufen, hat Duchemin welche Beobachtungen gemacht?

Antwort. Bei einem rechtwinkligen Parallelepipedum, dessen horizontale Breite AB kleiner ist als seine vertikale Höhe AC (siehe Figur 120) und welches ganz in die Flüssigkeit eingetaucht ist, teilt sich die letztere an der Vorderfläche $ABDC$ in vier Hauptteile, und unmittelbar an dieser Fläche bewegt sich der erste Teil AMC der Stromfäden horizontal nach der Linken, der zweite Teil BMD horizontal nach der Rechten, der dritte Teil CMD senkrecht abwärts und der vierte Teil AMB senkrecht aufwärts. Der Punkt M liegt in der Mitte des Rechtecks $ABDC$. Die Linie AMC und BMD bilden Kurven, in denen Strömungen stattfinden. Hierauf nehmen die an der Vorderfläche vorbeigegangenen Stromfäden Richtungen an, welche nahezu den Seitenflächen des Prismas parallel sind. An der Hinterfläche treffen diese Fäden wieder zusammen, indem sie Kurven bilden, welche sich in ganz ähnlicher Weise von dem Umfange der

Figur 120.



Erkl. 234. Wenn die wagrechte Ausdehnung AB des Querschnitts eines solchen Parallelepipedons grösser ist als dessen senkrechte Ausdehnung, so finden ganz ähnliche Erscheinungen statt, nur treten die beiden stetigen Kurven AMC und BMD an die Stelle der beiden Kurven AMB und CMD , so dass die

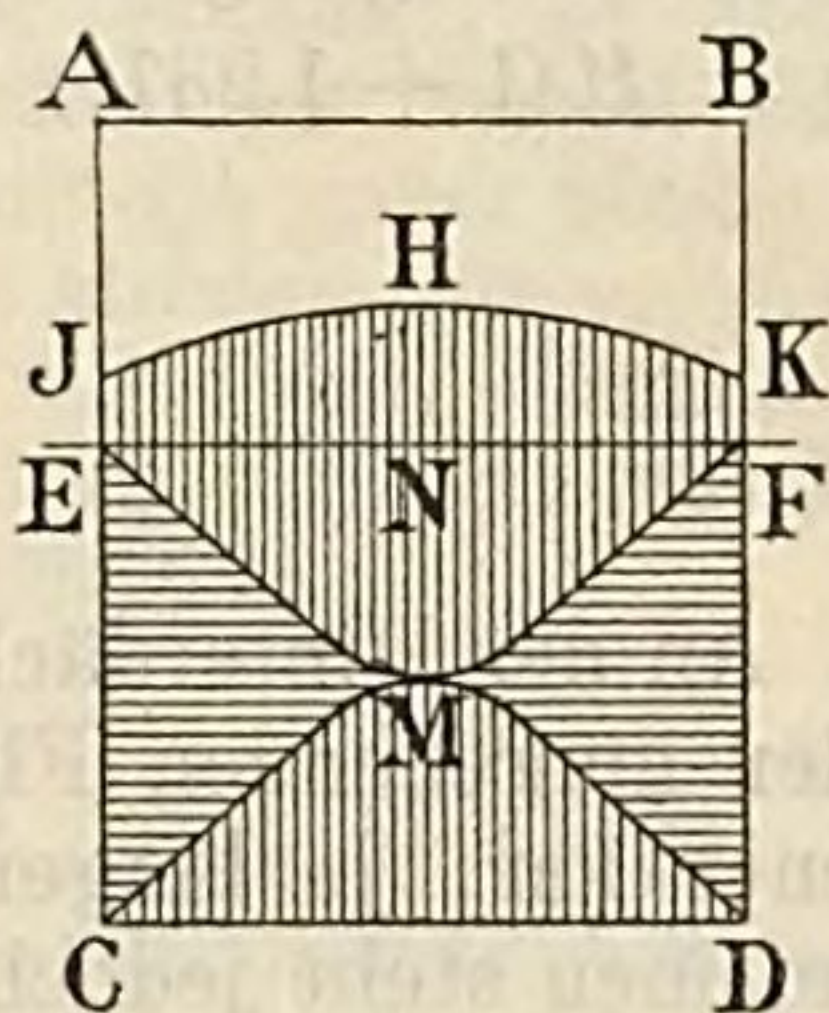
obige Figur immer noch den Hergang der Sache darstellt, wenn man CA und DB als die horizontalen Kanten des Querschnitts ansieht.

Wenn der Querschnitt $ABDC$ ein Quadrat bildet, so gehen die Kurven AMB und BMC in die geradlinigen Diagonalen des Quadrats über.

Wäre der Querschnitt des geraden Prismas ein Kreis, so würden die Fäden unmittelbar an der Vorderfläche in den verschiedenen Richtungen der Radien dieses Kreises abgelenkt werden.

Frage 212. Welche Erscheinung zeigt sich aber, wenn das gerade Prisma nur zum Teil in die Flüssigkeit eintaucht?

Figur 121.



Erkl. 235. Wie bei dem Stosse isolierter Wasserstrahlen wird auch beim Stosse des unbegrenzten Wassers (gleich wie auch bei der Bewegung des Körpers in einer ruhenden Flüssigkeit) eine gewisse Wassermenge sich dem Körper anhängen und zwar an den beiden Endflächen desselben. Es kommt dies daher, dass die Wasserteile, welche genötigt sind, in einer zu der Bewegung senkrechten Richtung abzuweichen, sowie auch die an der Seite oder hinter dem Körper in wirbelnder Bewegung dem Körper folgenden Wasserteile in Bezug auf den Körper in Ruhe sind und gleichsam einen Teil seiner Masse bilden. Es ist diese immer wechselnde, aber gleich bleibende Wassermenge insbesondere von Einfluss, wenn die Bewegung des Körpers ungleichförmig wird. Beobachtungen über die Schwingungen des Pendels im Wasser haben gezeigt, dass diese Wassermenge sehr gross sein kann; sie scheint von der Grösse der Geschwindigkeit unabhängig zu sein und nur von der Form des Körpers abzuhängen.

Hinterfläche gegen deren Mittelpunkt neigen, wie dies in Figur 120 dargestellt ist. Jedoch stellen sich hinter dem Körper Wirbel in der Flüssigkeit ein, infolge deren der gleichmässige Abfluss der Flüssigkeit erst in einiger Entfernung hinter der Rückwand des Körpers sich wiederherstellt.

Antwort. Sobald das gerade Prisma nur zum Teil, etwa bis EF (siehe Figur 121), in die Flüssigkeit getaucht ist, so werden die Fäden der Flüssigkeit von dem untergetauchten Teile $EFDC$ der Vorderfläche gerade so abgelenkt, wie dies nach Erkl. 234 geschehen würde, wenn $EFDC$ den Querschnitt eines ganz untergetauchten Prismas darstellte. Hieraus folgt aber, dass derjenige Teil EMF der abgelenkten Fäden, welcher an der Vorderfläche senkrecht aufwärts steigt, sich über das herrschende Niveau EF der umgebenden Flüssigkeit bis JHK , nämlich so weit erheben wird, bis die bei der Durchschreitung der Linie EF stattfindende Geschwindigkeit jener Fäden durch die entgegenwirkende Kraft der Schwere vernichtet ist. Demnach wird z.B. NH gleich der Höhe sein, welche der in N stattfindenden Geschwindigkeit des Fadens als Fallhöhe zukommt.

Frage 213. Wenn nun V die Stromgeschwindigkeit, H die derselben entsprechende Fallhöhe, v die Geschwindigkeit des mittelsten Fadens MH im Punkte N , $h = NH$ die Erhebung dieses Fadens über das Niveau EF ,

$e = \frac{1}{2} \overline{EC}$ die halbe Höhe des eingetauchten Prismenteiles und g die Beschleunigung des freien Falles bezeichnet, wie gross ist dann nach Duchemins Beobachtungen die grösste Erhebung h der Flüssigkeit an der Vorderfläche des Prismas?

Erkl. 236. In der nebenstehenden Formel ist e nach rheinländischen Fussen zu messen.

Erkl. 237. Die nach dieser Formel bezeichneten Resultate stimmen mit den Beobachtungen von Dubuat und Bossut sehr nahe überein.

Antwort. Zunächst ist [nach der Formel 1) in Antwort auf Frage 8 des ersten Bandes der Hydrodynamik]:

$$a) \dots h = \frac{v^2}{2g}$$

und

$$b) \dots H = \frac{V^2}{2g}$$

Nach Duchemins Beobachtungen ist aber:

$$v = V \sqrt{1 + 1,237e}$$

Setzen wir diesen Wert in Gleichung a), so ist:

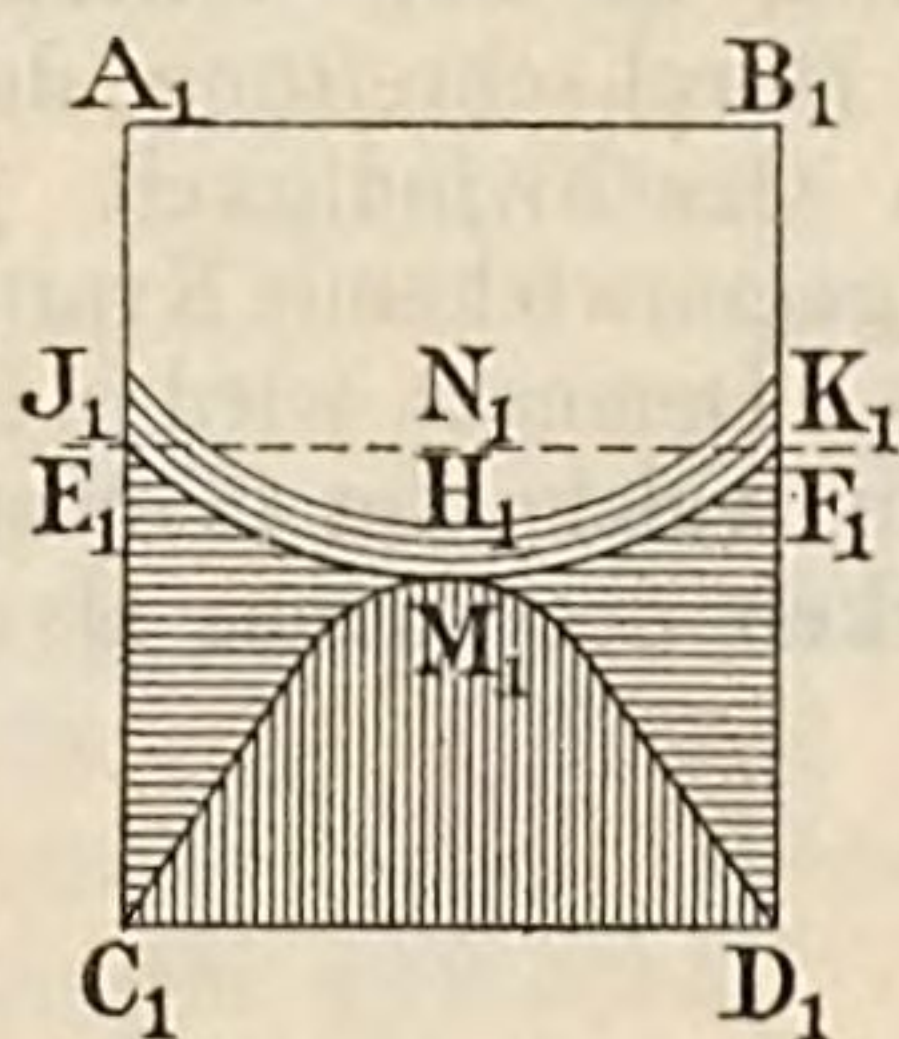
$$h = \frac{V^2}{2g} (1 + 1,237e)$$

oder unter Berücksichtigung der Gleichung b):

$$1) \dots h = H (1 + 1,237e)$$

Frage 214. Was ist über das Verhalten der Flüssigkeit an der Hinterfläche eines nur zum Teil eingetauchten Prismas zu bemerken?

Figur 122.



Erkl. 238. Die vorstehenden Betrachtungen und Formeln behalten sehr nahe auch dann noch Gültigkeit, wenn der Körper mit der Geschwindigkeit V in einer ruhenden Flüssigkeit bewegt wird.

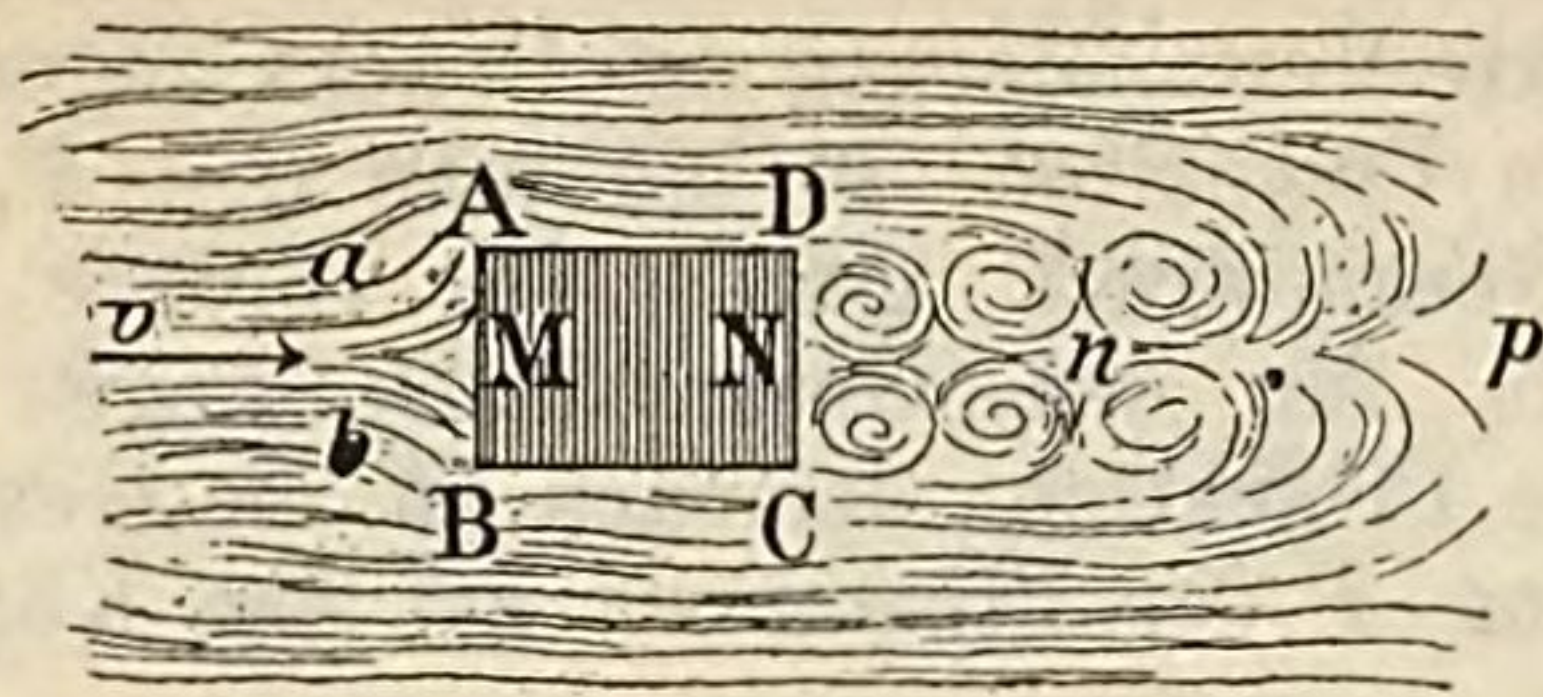
Ist sowohl der Körper als auch die Flüssigkeit in Bewegung, so jedoch, dass beide sich entweder nach derselben oder nach direkt entgegengesetzten Seiten bewegen, so hat man in der obigen Formel statt V den Wert der relativen Geschwindigkeit der Flüssigkeit in Beziehung zu der des Körpers zu substituieren, wie es ja vielfach in den vorhergehenden Abschnitten gezeigt worden ist.

Antwort. An der Hinterfläche stellt sich das Niveau der umgebenden Flüssigkeit um so vollkommener her, je länger das Prisma ist. Im allgemeinen steht jedoch die Flüssigkeit in der senkrechten Mittellinie an der Hinterwand etwas tiefer als das herrschende Niveau. Für eine ganz dünne rechtwinklige Platte stellt $A_1B_1C_1D_1$ (s. Fig. 122) die Hinterfläche mit den darin herrschenden, vom Umfange nach der Mitte gerichteten Strömungen dar. Die Bewegung der Stromfäden an den Hinterflächen der Körper ist übrigens bei weitem nicht so regelmässig als an den Vorderflächen, und wird durch Wirbel, welche sich hinter dem Körper bilden, bedeutend gestört.

Frage 215. Wie wird sich nun wohl im allgemeinen der Gesamtstoss einer unbestimmt begrenzten Flüssigkeit gegen einen festen Körper bestimmen lassen?

Antwort. Trifft das bewegte Wasser einen in Ruhe befindlichen Körper $ADCB$

Figur 123.



Erkl. 239. Wäre die Gestalt der Kurve $vADn$, sowie die Veränderung, welche der Querschnitt oder die Geschwindigkeit des hierdurch dargestellten Stromfadens von v bis n erleidet, ferner das Gesetz, welchem diese Grössen für sämtliche abgelenkte Stromfäden unterworfen sind, und endlich die Abhängigkeit, in welcher dieselben von der besonderen Gestalt des Körpers $ABCD$ und von dem grösseren oder kleineren Querschnitte des Stromes stehen, genau bekannt, so könnte man die Wirkungen bestimmen, welche ein jeder Stromfaden und somit die ganze Masse der abgelenkten Flüssigkeit auf den Körper ausübte. Wenigstens würden hierdurch Formeln zu erlangen sein, welche nur einer Korrektur durch die Erfahrung bedürften.

Erkl. 240. Der hydraulische Druck hat seinen Grund zunächst in der Trägheit des Wassers, dessen Bewegungszustand durch das Zusammentreffen mit dem festen Körper verändert wird; dann aber auch in der Kraft des Zusammenhangs der Wasserteilchen, die hierbei teilweise von einander getrennt oder aneinander verschoben werden.

Aus der Betrachtung über die Richtung, welche die Flüssigkeitsfäden beim Stosse gegen feste Körper nehmen, ergibt sich folgendes:

1) Ausser von der Grösse der Vorderfläche des gestossenen Körpers ist der Stoss abhängig von der Gestalt derselben. Je mehr die Gestalt der Vorderfläche die Vorbeileitung der Wasserfäden begünstigt, desto geringer fällt der Stoss aus. Derselbe ist gegen eine konvexe Fläche geringer als gegen eine Ebene von gleichen Dimensionen, und gegen diese wieder geringer als gegen eine konkave Fläche; er ist aber bei ebenen Vorderflächen nicht genau der Grösse des Flächenraums proportional. Er ist gegen grosse Flächen relativ grösser als gegen kleine, und er ist grösser, wenn verhältnismässig die Umwandlung klein ist. Also wird der Stoss gegen kreisförmige Flächen grösser als gegen quadratische sein, gegen diese wieder grösser als gegen rechteckige, und gegen durchbrochene Platten wird er geringer sein als gegen undurchbrochene von gleicher Vorderfläche.

2) Von besonderem Einfluss auf die Grösse des Wasserstosses ist es, ob die gestossene Vorderfläche des Körpers ganz untergetaucht ist oder nicht. Bei gleicher Stossfläche ist der Stoss gegen eine nicht gänzlich untergetauchte Fläche der grössere, denn der aus dem Wasser

(siehe Figur 123), so erzeugt sich vor demselben ein erhöhter Wasserdruck und bewirkt, dass die Wasserteilchen vor dem Körper von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt werden, und es wird ein dem Körper naheliegender Stromfaden die allgemeine Form der Linie $vADn$ annehmen, welche in dem Teile va konvex, in dem Teile $aADn$ jedoch konkav gegen den Körper gekrümmt ist und sich in der Nähe des Punktes n in eine wirbelnde Bewegung verliert. Die weiter von dem Körper entlegenen Stromfäden werden in ihren unteren Teilen eine regelmässige Gestalt annehmen und indem sie bei p in die allgemeine Stromrichtung übergehen, dem Körper wieder eine konvexe Seite zukehren.

Die praktische Beobachtung dieser Erscheinungen lässt aber den Zusammenhang der hier in Frage kommenden Grössen nicht sicher erkennen und man hilft sich deshalb mit folgender Betrachtung: Fände gar keine Ablenkung der Stromfäden statt, so würde der Körper Pressungen erleiden, welche denen in einer ruhenden Flüssigkeit gleich wären, und der Körper würde kein Bestreben haben, sich in irgend einer horizontalen Richtung zu bewegen, da sich dieselben, nach den Gesetzen der Hydrostatik, in eine einzige, senkrecht von unten nach oben wirkende, dem Gewichte der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit gleiche Kraft zusammensetzen. Infolge der konvexen Krümmung der Stromfäden in den Teilen va und vb wird sich nun aber der hydraulische Druck gegen die Mitte M der Vorderfläche vermehren. Von a bis A und von b bis B , wo jene Stromfäden gegen den Körper konkav werden, wird der durch die Ablenkung hervorbrachte Druck nach aussen gerichtet sein, und dies wird zur Folge haben, dass der hydraulische Druck gegen den Umfang der Vorderfläche abnimmt und kleiner wird, als er in einer ruhenden Flüssigkeit sein würde. Ebenso wird die konkave Krümmung der Stromfäden in den Teilen AD und BC bewirken, dass der hydraulische Druck auf diese Seitenflächen des Körpers geringer ist als der hydrostatische Druck. Ebenso wird, wegen der konkaven Krümmung der Teile Dn und Cn der Stromfäden, der hydraulische Druck gegen die Hinterfläche CD des Körpers kleiner sein als der hydrostatische.

Ist hiernach Q der gesamte hydrostatische Druck gegen die vordere und hintere senkrechte Projektion irgend eines dem Stosse eines flüssigen Stromes ausgesetzten Körpers, ferner P_1 die durch die Ablenkung der Strom-

hervorragende Teil dient als Hindernis für die Vorbeileitung der Wasserfäden.

3) Der Druck gegen plattenförmige Körper ist grösser als der gegen prismatische von merklicher Länge; hat aber der prismatische Körper eine noch grössere Länge, als nötig ist, um die Wasserfäden aus der divergierenden Richtung in die parallele zurückzuführen, so wird der Einfluss der Adhäsion des Wassers an den Langseiten des Körpers den Druck des Stosses wieder vermehren.

Erkl. 241. Die Wirkung unbegrenzten Wassers gegen ruhige feste Körper hat man wenig oder gar nicht direkt ermittelt, betrachtet vielmehr diese Wirkung als übereinstimmend mit dem Widerstande, den unter sonst gleichen Umständen diese Körper erfahren, wenn sie in ruhigem Wasser bewegt werden. obgleich schon Dubuat aus seinen Versuchen schliessen zu dürfen glaubte, dass der Stoss grösser als der Widerstand des Wassers sei, und zwar im Verhältnis von 1,43:1,86 oder 1:1,3. Die letzten Versuche von Duchemin geben dieses Verhältnis für ebene Platten sogar wie 1:1,486; dieses nimmt ab, wenn die Länge des Prisma oder Cylinders zunimmt; ist die Länge dem Durchmesser gleich, so ist dieses Verhältnis 1:1,153; ist die Länge 2-, 3-, 4- und 5mal so gross als der Durchmesser, dann ist dieses Verhältnis beziehungsweise 1:1,028, 1:1,003, 1:0,9954 und 1:0,9972; für grössere Längen nähert sich dieses Verhältnis noch mehr jenem von 1:1, so dass also dabei dieser Unterschied ganz verschwindet.

Frage 216. Wie lässt sich diese Formel in Worte fassen?

Erkl. 242. Obschon nach den hierüber angestellten Versuchen der Stoss auf dünne Platten bei der kreisförmigen Bewegung, wie z. B. auf die Schaufeln eines Wasserrades, nicht genau der Stossfläche proportional ist, sondern in einem etwas grösseren Verhältnis mit dieser Fläche zunimmt, so kann man dennoch, da diese Abweichung nur gering ist, diese Proportionalität gelten lassen.

Frage 217. Wie sich aus der vorstehenden Betrachtung ergibt, ist der resultierende Stoss des unbegrenzten Wassers gegen feste Körper von soviel Umständen abhängig, dass man sich hier in den meisten Fällen mit Versuchsergebnissen begnügen muss. Nur in einigen speziellen Fällen, wie z. B. beim Stoss des Wassers gegen feste Prismen, wendet man welche Formel zur Berechnung an?

fäden bewirkte Vermehrung des Drucks gegen die vordere Projektion, und P_2 die hierdurch bewirkte Verminderung des Drucks gegen die hintere Projektion, so hat man $Q + P_1$ für den Gesamtdruck gegen die vordere und $Q - P_2$ für den Gesamtdruck gegen die hintere Projektion: demnach ist die Gesamtwirkung P der Flüssigkeit auf den Körper:

$$P = Q + P_1 - (Q - P_2)$$

oder:

$$P = P_1 + P_2$$

Antwort. Es lässt sich der resultierende Stoss des Wassers gleichsetzen der Differenz zwischen dem Drucke gegen die Vorder- und dem gegen die Hinterfläche, denn solange der Körper in Hinsicht auf die Bewegungsrichtung symmetrisch ist, heben sich die sämtlichen Pressungen rechtwinklig gegen diese Richtung auf, und es kommen daher nur die Pressungen in der Bewegungsrichtung in Betracht.

Antwort. Strömt das Wasser gegen feste unbewegliche Prismen mit ebenen Endflächen und liegen deren Achsen in der Bewegungsrichtung, so lässt sich wegen der grossen

Erkl. 243. Der Stoss des Wassers gegen prismatische Körper, deren Achse mit der Bewegungsrichtung zusammenfällt, nimmt ab, wenn die Länge der Körper zunimmt. Nach den Versuchen von Dubuat und Duchemin ist der Stoss auf gleiche Vorderflächen verschiedener prismatischer Körper von gleichem Querschnitt der nämliche, derjenige der Rückseite hingegen von dem Verhältnis der Länge l zu $\sqrt{f}$ (d. h. zur Seite des quadratischen Querschnitts) abhängig, und zwar ist:

Nach Dubuat

für $\frac{l}{\sqrt{f}} =$	0,00	1,00	3,00	6,00
$\zeta =$	1,865	1,451	1,323	1,360

Nach Duchemin

für $\frac{l}{\sqrt{f}} =$	0,00	1,00	2,00	3,00
$\zeta =$	1,864	1,477	1,347	1,328

Bei noch grösserem Verhältnis zwischen der Länge l und der mittleren Breite $\sqrt{f}$ des Körpers nimmt ζ infolge der Reibung des Wassers an den Seitenflächen des Körpers wieder zu.

Frage 218. Wie sich aus der vorstehenden Formel ergibt (und wie es durch Versuche bestätigt worden ist), ist der hydraulische Druck in welcher Weise von der Geschwindigkeit des Wassers und der Grösse der Frontfläche des gestossenen Körpers abhängig?

Antwort. Bei einem und demselben Körper ist der hydraulische Druck proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit der Flüssigkeit, und bei Körpern von ähnlicher Gestalt ist dieser Druck proportional zu dem Flächeninhalte des grössten Querschnitts des Körpers.

Frage 219. Wie gross wird der hydraulische Druck sein, wenn sich der Körper in derselben oder in der gerade entgegengesetzten Richtung bewegt wie die Flüssigkeit?

Antwort. Wenn sich der Körper in derselben oder in der gerade entgegengesetzten Richtung bewegt wie die Flüssigkeit, so ist der Druck, den er erleidet, ebenso gross, als wenn er selbst in Ruhe wäre und die Flüssigkeit sich gegen ihn mit einer Geschwindigkeit gleich der Differenz oder der Summe aus ihrer eigenen und der ihr neu erteilten Geschwindigkeit bewegt hätte, oder es ist, wenn der Körper mit der Geschwindigkeit c dem Wasser ausweicht:

Erkl. 244. Was den schiefen Stoss anbelangt, so nimmt Hutton, um die Theorie mit der Erfahrung mehr in Uebereinstimmung zu bringen, an, dass derselbe nicht:

$$P = \zeta \frac{(v - c)^2}{2g} f \gamma \cdot \sin^2 \alpha$$

sondern:

$$P = \zeta \frac{(v - c)^2}{2g} f \gamma \cdot \sin \alpha^{1,842} \cos \alpha$$

$$2) \dots P = \zeta \frac{v^2}{2g} f \gamma$$

setzen, wobei der Widerstandskoeffizient ζ jedoch mit der Länge l des Prismas und mit der Quadratwurzel $\sqrt{f}$ aus dem Querschnitte f , rechtwinklig zur Länge genommen, verschieden ist.

$$3) \dots P = \zeta \frac{(v - c)^2}{2g} f \gamma$$

und Duchemin setzt:

$$P = \zeta f \gamma \frac{(v - c)^2}{2g} \cdot \frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

Ist die Vorderfläche nicht eben, sondern halbkugelförmig gewölbt, so sollte nach theoretischen Betrachtungen der Stoss nur $\frac{2}{3}$ mal so gross sein als gegen eine ebene Vorderfläche von gleichen Dimensionen. Duchemin findet aber als Verkleinerungskoeffizient $\frac{2}{5}$. Der Stoss gegen einen Cylinder senkrecht gegen seine Achse wird halb so gross gesetzt als der gegen ein Parallelepipedon von gleichen Dimensionen.

Bewegt sich aber der Körper mit der Geschwindigkeit c dem anstossenden Wasser entgegen, dann ist:

$$4) \dots P = \zeta \frac{(v + c)^2}{2g} f \gamma$$

Frage 220. Wo kommt der Stoss im unbegrenzten Wasser hauptsächlich zur technischen Anwendung?

Antwort. Der Stoss im unbegrenzten Wasser kommt hauptsächlich bei den Schiffsmühlenrädern zur technischen Anwendung.

Frage 221. Welche Einrichtung zeigen dieselben im allgemeinen?

Erkl. 245. Man kann hier nicht wie beim unterschlächtigen Rad annehmen, dass alles in der Richtung auf die Schaufel zufließende Wasser zum Stoss gelangt, denn teils kann das Wasser hier der Schaufel leicht ausweichen, teils ist auch die Zahl der Schaufeln bei den Rädern im freien Wasser viel geringer als bei den Rädern im Gerinne.

Antwort. Diese hängen zwischen zwei Pontons und reichen mit ihren Schaufeln bis ins freie Wasser, das weder durch ein Wehr gespannt, noch durch ein Gerinne eingeschlossen werden kann.

Frage 222. Da die Menge des zum Stoss gelangenden Wassers neben der Stromgeschwindigkeit v auch von der Geschwindigkeit c der Schaufeln abhängig und zwar geringer bei schneller und grösser bei langsamer Bewegung des Mühlrades ist, so wird sich die angemessenste Geschwindigkeit auf welche Weise finden lassen?

Erkl. 246.

$$\begin{aligned} (v - c_1)^2 \cdot c_1 &\div (v - c)^2 \cdot c = \\ (v^2 - 2c_1 v + c_1^2) \cdot c_1 &\div (v^2 - cv + c^2) \cdot c = \\ c_1 v^2 - 2c_1^2 v + c_1^3 &\div cv^2 + c^2 v - c^3 = \\ v^2 (c_1 - c) - 2v (c_1^2 - c^2) &+ c_1^3 - c^3 = \\ v^2 (c_1 - c) - 2v (c_1 - c) (c_1 + c) &+ \\ (c_1 - c) (c_1^2 + cc_1 + c^2) &= \\ (c_1 - c) [v^2 - 2v (c_1 + c) + (c_1^2 + cc_1 + c^2)] \end{aligned}$$

Wenn $c = c_1$ und

$$\begin{aligned} v^2 - 2v (c_1 + c) + (c_1^2 + cc_1 + c^2) &= 0 \\ \text{dann ist:} \quad v^2 - 4c_1 v + 3c_1^2 &= 0 \end{aligned}$$

Antwort. Zur Berechnung der angemessensten Geschwindigkeit ist die Formel:

$$Pc = \zeta \cdot \frac{(v - c)^2 \cdot c}{2g} f \gamma$$

zu Grunde zu legen. Die von der Schaufel f aufgenommene mechanische Arbeit wird am grössten sein, wenn $(v - c)^2 c$ am grössten ist. Tritt dieses Maximum ein, wenn c den Wert c_1 annimmt, so muss also:

$$(v - c_1)^2 \cdot c_1 > (v - c)^2 \cdot c$$

sein, sobald nur c einen andern Wert als c_1 hat; es ist daher:

$$\begin{aligned} (v - c_1)^2 \cdot c_1 - (v - c)^2 \cdot c &= \\ (c_1 - c) [v^2 - 2v (c + c_1) + (c_1^2 + cc_1 + c^2)] \end{aligned}$$

stets positiv; es müssen also die beiden Faktoren des letzten Produktes stets zugleich

oder:

$$3c_1 - 4c_1v = -v^2$$

oder:

$$c_1^2 - \frac{4c_1v}{3} = -\frac{v^2}{3}$$

oder:

$$c_1^2 - \frac{4c_1v}{3} + \left(\frac{2v}{3}\right)^2 = \frac{4v^2}{9} - \frac{3v^2}{9}$$

oder:

$$c_1 - \frac{2v}{3} = \pm \frac{v}{3}$$

oder:

$$c_1 = \frac{2v}{3} \pm \frac{v}{3}$$

Da aber c_1 nie gleich v sein kann, so kommt hier nur das Minusvorzeichen in Betracht, und es ist deshalb:

$$c_1 = \frac{1}{3}v$$

positiv oder zugleich negativ sein, sie müssen also auch zugleich verschwinden können.

Es sind also die beiden Gleichungen:

$$c_1 - c = 0$$

und

$$v^2 - 2v(c + c_1) + c_1^2 + cc_1 + c^2 = 0$$

denkbar; die Elimination von c liefert die Gleichung:

$$v^2 - 4vc_1 + 3c_1^2 = 0$$

und die Auflösung dieser Gleichung giebt (siehe Erkl. 246):

$$c_1 = \frac{1}{3}v$$

d. h. ein Schiffsmühlrad liefert den grössten Nutzeffekt, wenn seine Schaufeln sich mit einer Geschwindigkeit bewegen, die dreimal kleiner ist als die des bewegten Wassers.

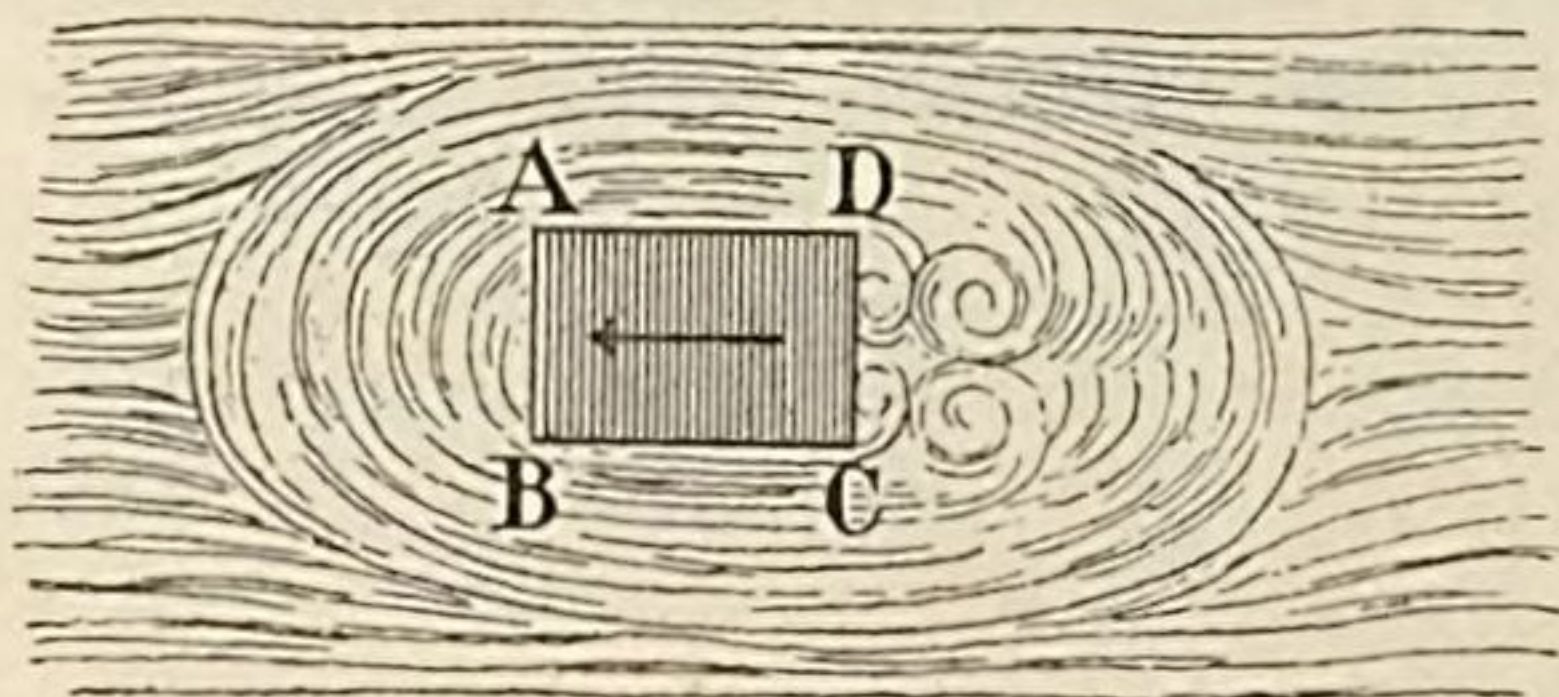
2) Ueber den Widerstand des Wassers gegen bewegte feste Körper.

a) Völlig eingetauchte feste Körper.

Frage 223. Welche Erscheinungen treten auf, wenn ein fester Körper in einer Flüssigkeit sich fortbewegt?

Erkl. 247. Bewegt sich ein Körper AC (siehe Figur 124) im stillstehenden Wasser, so schiebt er eine gewisse Wassermenge mit erhöhtem Druck vor sich her. Während diese Wassermasse beim weiteren Fortrücken des Körpers einerseits immer mehr Zuwachs erhält, findet andererseits nahe an Körpern ein steter Abfluss statt, indem die der Vorderfläche AB zunächst liegenden Teilchen eine Bewegung in der Richtung dieser Fläche annehmen.

Figur 124.



Erkl. 248. Man könnte hier erwarten, dass es unter sonst gleichen Umständen von gleicher Wirkung sein müsste, ob das Wasser sich gegen einen ruhenden Körper bewegt und gegen ihn einen Stoss ausübt, oder ob das Wasser ruht und der Körper sich bewegt, so dass er vom Wasser einen Widerstand erfährt. Die Erfahrung widerspricht aber dieser Erwartung und zeigt, dass im allgemeinen der Widerstand des

Antwort. Wenn ein fester Körper in einer Flüssigkeit sich fortbewegt, so treten zwei Erscheinungen auf:

Die eine besteht in der Abweichung der Bewegung, welche der Körper in der Flüssigkeit ausführt, von derjenigen, welche er im leeren Raume ausführen würde.

Die andere besteht in der Bewegung der Flüssigkeit, welche durch die Bewegung des festen Körpers hervorgerufen wird.

Zwischen beiden Erscheinungen besteht ein inniger Zusammenhang, der sich schon durch das Prinzip von der Erhaltung der Energie ergibt (siehe R. Klimpert, Lehrbuch der allgemeinen Physik), indem ein Teil der Energie, welche der Bewegung des festen Körpers entzogen wird, auf die Bewegung der Flüssigkeit übergeht, denn durch die Adhäsion der Flüssigkeitsteilchen an den festen Körper wird durch letzteren ein Teil der ihn umgebenden Flüssigkeit gezwungen, an der Körperbewegung teilzunehmen; die bewegte Masse vergrössert sich also, und demgemäss muss die Geschwindigkeit der Bewegung abnehmen. Dazu kommt noch die Reibung der Flüssigkeit an dem festen Körper und in ihrem Innern, welche zur Folge hat, dass nur ein Teil der kinetischen Energie, welche der feste Körper abgiebt, in der Flüssigkeit sich als solche wiederfindet, während der Rest sich in andere Energie (Schall und Wärme) verwandelt.

Wassers gegen bewegte Körper kleiner ist als der Wasserstoss gegen ruhende, und zwar ist der Unterschied zwischen beiden am merklichsten bei plattenförmigen Körpern; er wird aber geringer, wenn die Längendimension des prismatischen Körpers zunimmt; denn während bei zunehmender Länge des Körpers der Koeffizient ζ beim Wasserstoss abnimmt, so nimmt er beim Wasserwiderstande zu, bis beide Werte zuletzt übereinstimmen.

Erkl. 249. Das Untersinken eines schweren Körpers im Wasser lässt sich infolge des Widerstandes, der mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst, nicht als eine gleichförmig beschleunigte Bewegung ansehen; anfangs wird diese Bewegung zwar beschleunigt werden, aber der Körper wird bald eine solche Geschwindigkeit annehmen, bei welcher der Wasserwiderstand die bewegende Kraft fast ganz aufhebt, so dass die übrige Bewegung als nahe gleichförmig angesehen werden kann.

Frage 224. Aus den Versuchen des Engländers Beaufoy geht hervor, dass der Widerstand im Wasser bewegter Körper aus welchen drei Teilen besteht?

Erkl. 250. In den Jahren 1793 bis 1798 stellte Obrist Beaufoy in London mit verschiedenen gestalteten Körpern, Kugeln, Würfeln, Cylindern, Parallelepipedern etc., Körpern mit Zuspitzungen an beiden Enden, aus Kreis- und Ellipsenbögen gebildet, sowohl auf der Oberfläche als auch völlig eingetaucht, mehrere Fuss tief unter dem Wasser Versuche an.

Antwort. 1) Aus dem vorderen Widerstande, d.i. demjenigen, welchen das Wasser auf jene Flächen ausübt, die dasselbe vorwärts drücken und welcher dem Stosse des Wassers gleich ist.

2) Aus dem hinteren Widerstande, welcher dadurch erzeugt wird, dass an den Flächen des Hinterteils, je nach der Form desselben, bei der Vorwärtsbewegung ein relativ leerer Raum entsteht, welcher von dem umgebenden Wasser nicht augenblicklich ausgefüllt werden kann, daher ein angemessener Druck gegen das Vorderteil erzeugt wird.

3) Aus dem Reibungswiderstande an den Seiten- und Bodenflächen, welcher letzterer, unter Umständen, eine beträchtliche Grösse erlangen kann.

Frage 225. Hinsichtlich der relativen Widerstände bei verschiedenen Formen der im Wasser bewegten Körper ergeben sich aus den erwähnten Versuchen hauptsächlich welche fünf Sätze?

Erkl. 251. Aus den Versuchen von Borda und Hutton hat Poncelet nachfolgende Zusammenstellung gemacht, wobei die Zahlenwerte das Verhältnis des Widerstandes der erhabenen Aussenseite zu dem Widerstande gegen die Basis angeben.

Antwort. 1) Den geringsten Widerstand zeigt ein Körper, bei welchem das Vorderteil durch zwei, sich an der Spitze schneidende Kreisbögen abgerundet ist, deren Halbmesser der Breite des Körpers gleich ist, die Zuspitzung des Hinterteils aber die dreifache Breite zur Länge hat.

2) Dieser Form kommt, rücksichtlich des geringsten Widerstandes, diejenige am näch-

a) Der dreiseitige Keil mit ebenen Seitenflächen, zu seiner rechteckigen Basis, wenn der Winkel an der Spitze 90° : 0,728; bei 60° : 0,520.

b) Dreiseitiger Keil mit Seitenflächen aus Kreisbögen von 60° , diese von den Gegenecken beschrieben, in Bezug auf seine rechteckige Basis: 0,390.

c) Halbcylinder, die Grundfläche eine halbe Ellipse, welche um ein gleichschenkliges Dreieck beschrieben ist, im Verhältnis zum Widerstande gegen seine rechteckige Basis: 0,430.

d) Halbcylinder, Halbkreis als Grundfläche in Bezug auf seine rechteckige Basis: 0,570.

e) Kegel, die Spitze voraus, im Verhältnis zur kreisförmigen Basis desselben, wenn der Winkel an der Spitze 90° : 0,691; 60° : 0,543; $51^\circ 24'$: 0,433.

f) Halbkugel zur ganzen Kugel: 0,990.

g) Halbkugel zum grössten Kreis derselben: 0,405.

sten, wo das Vorderteil in der Länge, gleich der dreifachen Breite des Körpers, nach einem Halbmesser abgerundet wurde, welcher 8 mal so gross ist als die Breite des Körpers, das Hinterteil aber in einer Länge gleich der dreifachen Breite zugespitzt ist.

3) Ein Schiff bewegt sich, unter sonst gleichen Umständen, mit dem geringsten Widerstande im Wasser, wenn dessen grösste Breite vom Vorderteile um $\frac{2}{5}$ der ganzen Länge entfernt ist.

4) Der hintere Widerstand eines im Wasser bewegten Körpers ist der geringste, wenn die Zuspitzung 3 mal so lang als die Breite ist.

5) Eine Verlängerung des Hinterteiles auf mehr als das Dreifache der Breite ist daher beim Schiffsbau ohne Nutzen.

Frage 226. Welches Gesetz lässt sich im allgemeinen in Bezug auf den Widerstand, welcher der Bewegung eines von allen Seiten von der Flüssigkeit umgebenen festen Körpers entgegenwirkt, aufstellen?

Erkl. 252. Gesetze oder Erfahrungsformeln, nach welchen die Widerstände ruhender Flüssigkeiten gegen bewegte feste Körper, oder die Stosswirkungen bewegter Flüssigkeiten gegen ruhende feste Körper, für beliebig gegebene Fälle im voraus mit einiger Sicherheit berechnet werden könnten, sind bislang nicht bekannt. Für die betreffenden Erfahrungscoeffizienten sind von verschiedenen Beobachtern sehr verschiedene Werte gefunden. Den angegebenen Mittelwerten jener Coeffizienten ist deshalb nur ein geringer Grad von Zuverlässigkeit beizumessen.

Antwort. Im allgemeinen darf man annehmen, dass der Widerstand, welcher der Bewegung eines an allen Seiten von der Flüssigkeit umgebenen (symmetrisch in Bezug auf eine der Bewegungsrichtung parallele Achse geformten) festen Körpers entgegenwirkt, ungefähr proportional ist dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit des Körpers in Bezug auf die Flüssigkeit, oder der Geschwindigkeitshöhe, welche dieser relativen Geschwindigkeit entspricht; dass derselbe ferner proportional ist der grössten Querschnittsfläche des Körpers, rechtwinklig zu jener Achse genommen, oder der Projektion des Körpers auf einer rechtwinklig zur Bewegungsrichtung stehenden Ebene, und ausserdem proportional der Dichtigkeit der Flüssigkeit. Annähernd ist daher jener Widerstand zu berechnen aus der Gleichung:

$$1) \dots P = \zeta \gamma f \frac{v^2}{2g}$$

in welcher γ das Gewicht der Flüssigkeit pro Kubikeinheit, f den Flächeninhalt jener grössten Querschnittsfläche oder Projektion, v die relative Geschwindigkeit und ζ einen von der Form des Körpers abhängigen Erfahrungscoeffizienten bezeichnet.

Frage 227. Wie lässt sich, ohne Rücksicht auf die eigentümliche Bewegung und Ablenkung der Wasserfäden,

dieser Widerstand für eine im ruhigen Wasser senkrecht eingetauchte Platte bestimmen?

Erkl. 253. Was nun den Erfahrungskoeffizienten ζ betrifft, so ist dieser, wie bereits bemerkt, in jenem Falle, in welchem das Wasser gegen den ruhenden Körper stösst, von jenem etwas verschieden, in welchem der Körper im ruhenden Wasser bewegt wird; zugleich ändert sich derselbe nach dem Verhältnisse des Durchmessers der gestossenen Grundfläche des Prisma oder Cylinders zur Länge desselben. Ist nämlich l die Länge und d der Durchmesser des Cylinders, oder $d = \sqrt{f}$ bei einem Prisma, auf dessen Grundfläche f der normale, d. i. mit der Länge l parallele Stoss stattfindet (oder in welcher Richtung im zweiten Falle das Prisma bewegt wird), so hat man für beide Fälle (den Stoss und den Widerstand):

$$P = \zeta \gamma f \frac{v^2}{2g}$$

und nach Duchemin für ζ folgende Werte:

Verhältnis $\frac{l}{d}$ der Länge des Körpers zu seinem Durchmesser	Werte von ζ	
	für den Wasser- stoss gegen ruhende Körper	für den Wider- stand im ruhigen Wasser
00	1,8636	1,2540
50	1,8476	1,2690
1,00	1,4786	1,2824
1,25	1,4274	1,2888
1,50	1,3890	1,2946
1,75	1,3610	1,3004
2,00	1,3418	1,3058
2,25	1,3296	1,3110
2,50	1,3234	1,3158
2,67	1,3222	1,3200
2,75	1,3232	1,3210
3,00	1,3290	1,3252
4,00	1,3354	1,3416
5,00	1,3598	1,3560
6,00	1,3670	1,3680
7,00	1,3778	1,3786
8,00	1,3878	1,3880

Erkl. 254. Für kleine flächenförmige Körper (0,1 □ m mit weniger als 1 m Geschwindigkeit bewegt) fand Dubuat $\zeta = 1,433$. Poncelet rät, allgemein $\zeta = 1,30$ zu setzen. Nach Versuchen von Piobert, Morin und Didion mit Flächen von 0,03 bis 0,25 □ m Inhalt ist:

$$P = 0,934f + 2,81f\gamma \frac{v^2}{2g}$$

Antwort. Ist f der Flächeninhalt der rechteckigen, völlig eingetauchten Platte und h der Abstand des Schwerpunkts derselben vom Wasserspiegel, so ist im ruhigen Stande der Platte der hydrostatische Druck auf jede der beiden Flächen:

$$P = f\gamma \cdot h$$

Wird aber die Tafel nach einer auf die Fläche f normalen Richtung mit der Geschwindigkeit v bewegt, so kommt bei der vorderen Fläche zu diesem hydrostatischen Drucke noch jener hinzu, welcher der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ entspricht, während dieser für die hintere Fläche gerade umgekehrt abgezogen werden muss, so dass der Druck auf die Vorder- und Hinterfläche beziehungsweise:

$$p = f\gamma \left(h + \frac{v^2}{2g} \right)$$

und

$$p_1 = f\gamma \left(h - \frac{v^2}{2g} \right)$$

folglich der während der Bewegung der Tafel zu überwindende Druck:

$$P = p - p_1 \text{ oder } P = 2f\gamma \frac{v^2}{2g}$$

nämlich dem doppelten Gewichte eines Wasserprismas gleich ist, welches die Fläche f zur Basis und die der Geschwindigkeit v entsprechende Höhe zur Höhe hat.

Für Geschwindigkeiten, für welche:

$$\frac{v^2}{2g} = h \text{ oder } > h$$

wird, ist $p_1 = 0$ oder negativ, zum Zeichen, dass das Wasser der schneller ausweichenden Tafel nicht folgen kann, und dann ist der Widerstand:

$$P = p$$

Ist dabei v so gross, dass man h gegen $\frac{v^2}{2g}$ auslassen kann, so ist:

$$P = f\gamma \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Setzt man allgemein:

$$P = \zeta f\gamma \frac{v^2}{2g}$$

(siehe Antwort auf die vorige Frage)

so ist zwischen den beiden hier angeführten Werten von $\zeta = 2$ und $\zeta = 1$ jener 1,5 der mittlere; die nebenstehende Tabelle giebt dafür: 1,254.

wenn f und v in $\square$ m und m, sowie P in kg ausgedrückt werden.

Mit Vernachlässigung des ersten Gliedes folgt, auf beliebiges Mass bezogen:

$$P = 2,81 f \gamma \frac{v^2}{2g}$$

wonach $\zeta = 2,81$, d. h. doppelt so gross wie bei Dubuat ist, ein Unterschied, der seinen Grund in der Grösse der Versuchsfläche hat.

Frage 228. Ist die Bewegung der Körper in der ruhenden Flüssigkeit nicht geradlinig, wie bisher vorausgesetzt wurde, sondern kreisförmig, wie z. B. bei einer um eine Achse sich drehenden Tafel, einem schwingenden Pendel u. dergl., was ist dann in Bezug auf den Widerstand zu bemerken, den dieser Körper in der Flüssigkeit erfährt?

Erkl. 255. Wird ein plattenförmiger Körper nicht senkrecht zur Fläche f , sondern schief bewegt, und zwar unter dem Winkel α , so kann man nach Duchemin den Widerstand mit hinreichender Genauigkeit durch die Formel:

$$3) \dots P = \frac{2 \zeta f \gamma v^2}{2g} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

ausdrücken, wobei ζ den obigen Wert 1,254, und wenn das Wasser gegen die Tafel stösst, jenen 1,8636 besitzt. Genauer ist es, wenn man den vorigen Ausdruck noch mit

$$1 - \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{6,48} + \frac{\cos^2 \alpha}{3,52}$$

multipliziert.

Antwort. In diesem Falle nimmt der Widerstand in einem grösseren Verhältnis zu als die Fläche. Ist P der Widerstand bei der geradlinigen Bewegung, wenn alle Punkte des Körpers die Geschwindigkeit v haben, und P_1 jener bei der kreisförmigen Bewegung, auf den Mittelpunkt des auf den beschriebenen Bogen normalen grössten Querschnittes f bezogen, wobei dieser Mittelpunkt die vorige Geschwindigkeit v hat; ist ferner r der Abstand dieses Punktes von der Rotationsachse, s der Abstand dieses Punktes von dem Schwerpunkte jenes Teils des Querschnittes oder der Fläche f , welche von diesem Punkte aus gezählt gegen die Rotationsachse hin liegt, sowie endlich z eine lineare Grösse, welche von der Form des Körpers abhängt, z. B. für eine ebene, auf dem Umdrehungskreise normal stehende Platte den Wert $\frac{1}{2} \sqrt{f}$, so setzt Duchemin, indem er alle vorhandenen Versuche benützt:

$$2) \dots P_1 = P \left[1 + \frac{3,2488 z}{\zeta (r - s)} \right]$$

Frage 229. Wie gross ist der Widerstand, den eine Kugel bei ihrer Bewegung in ruhigem Wasser erleidet?

Erkl. 256. Nach anderen kommt $\frac{19}{30}$ statt $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$; nach Duchemin beträgt der Widerstand der Kugel $\frac{2}{5}$ von jenem des umbeschriebenen Cylinders. Nach der ersten Hypothese ist:

$$\frac{2}{3} \zeta = \frac{2}{3} \cdot 1,254 = 0,836$$

(siehe Tabelle in Erkl. 253)

Nach der zweiten Hypothese ist:

$$\frac{19}{30} \zeta = 0,7942$$

Antwort. Bei Voraussetzung, dass der Widerstand eines Flächenelements dem Quadrate des Sinus des Neigungswinkels mit der Bewegungsachse proportional sei, findet man durch höhere Rechnung für den Widerstand einer Kugel vom Halbmesser r , welche im ruhigen Wasser mit der Geschwindigkeit v bewegt wird:

$$P = \frac{2}{3} \zeta f \gamma \frac{v^2}{2g}$$

wobei:

$$f = r^2 \pi$$

die grösste Kreisfläche und ζ den Widerstandskoeffizienten einer dünnen Platte bezeichnet, so dass also der Widerstand der

Nach der dritten Hypothese des Duchemin ist:

$$\frac{2}{5} \zeta = \frac{2}{5} \cdot 1,2824 = 0,513$$

was auch mit den Versuchen von Borda, Vince und Hutton gut übereinstimmt.

Nach Eytelweins Versuchen ist $\zeta = 0,7886$, wogegen nach den Versuchen Pioberts u. s. w., angestellt mit Geschützkugeln von 0,10 bis 0,22 m Durchmesser, der Widerstand der Kugeln im Wasser:

$$P = 23,8 f v^2 \text{ kg}$$

und daher:

$$\zeta = 0,467$$

zu setzen ist.

Kugel nur $\frac{2}{3}$ von jenem dieser grössten Kreis- oder Projektionsfläche beträgt.

Frage 230. Wie gross ist der Widerstand für einen geraden Kegel?

Erkl. 257. Für einen Cylinder von derselben Basis und Höhe wäre:

$$P_1 = \zeta f \gamma \frac{v^2}{2g}$$

und da dies zugleich auch der Widerstand des Kegels ist, wenn er mit seiner Grundfläche vorausgeht, so ist:

$$P : P_1 = \sin \alpha : 1$$

ein Verhältnis, welches durch die Versuche nicht nur für den Kegel, sondern auch für das dreiseitige Prisma bestätigt wird, wenn es im ruhenden Wasser einmal mit der Kante, in welcher sich die beiden gleichen Rechtecke schneiden (die untereinander den Flächenwinkel 2α bilden) und einmal mit einer Grundfläche vorausbewegt wird.

Antwort. Für einen geraden Kegel, dessen Erzeugungslinie mit der Achse den Winkel α bildet, und dessen Grundfläche f ist, findet man nach Duchemin, wenn die Bewegung nach der Achse und zwar mit der Spitze voraus stattfindet, den Widerstand:

$$P = \zeta \cdot f \gamma \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \sin \alpha$$

wobei ζ aus der obigen Tabelle für das zwischen dem Durchmesser und der Höhe des Kegels stattfindende Verhältnis zu nehmen ist.

Anmerkung 10. Bei einer Kugel hat die dem bewegten Körper anhängende Wassermasse ein Volumen von 0,6 des Volumens der Kugel. Bei einem in der Achsenrichtung bewegten prismatischen Körper ist das Verhältnis dieser Volumina:

$$n = 0,13 + 0,705 \frac{\sqrt{f}}{l}$$

wo l die Länge und f den Querschnitt des Körpers bezeichnet. Weil fl das Volumen des Prismas ist, so wird nach dieser Formel das Volumen der anhängenden Wassermasse gleich:

$$n fl = 0,13 fl + 0,705 f \sqrt{f}$$

Bei einer Ebene, welche senkrecht auf die Richtung ihrer Bewegung ist, wäre $l = 0$ anzunehmen, und folglich das Volumen der anhängenden Wassermenge gleich:

$$0,705 f \sqrt{f}$$

b) Zum Teil eingetauchte oder schwimmende Körper.

Frage 231. Was ist zunächst über die Bewegung der Wasserteilchen zu bemerken, wenn ein fester Körper auf der freien Oberfläche der Flüssigkeit schwimmt?

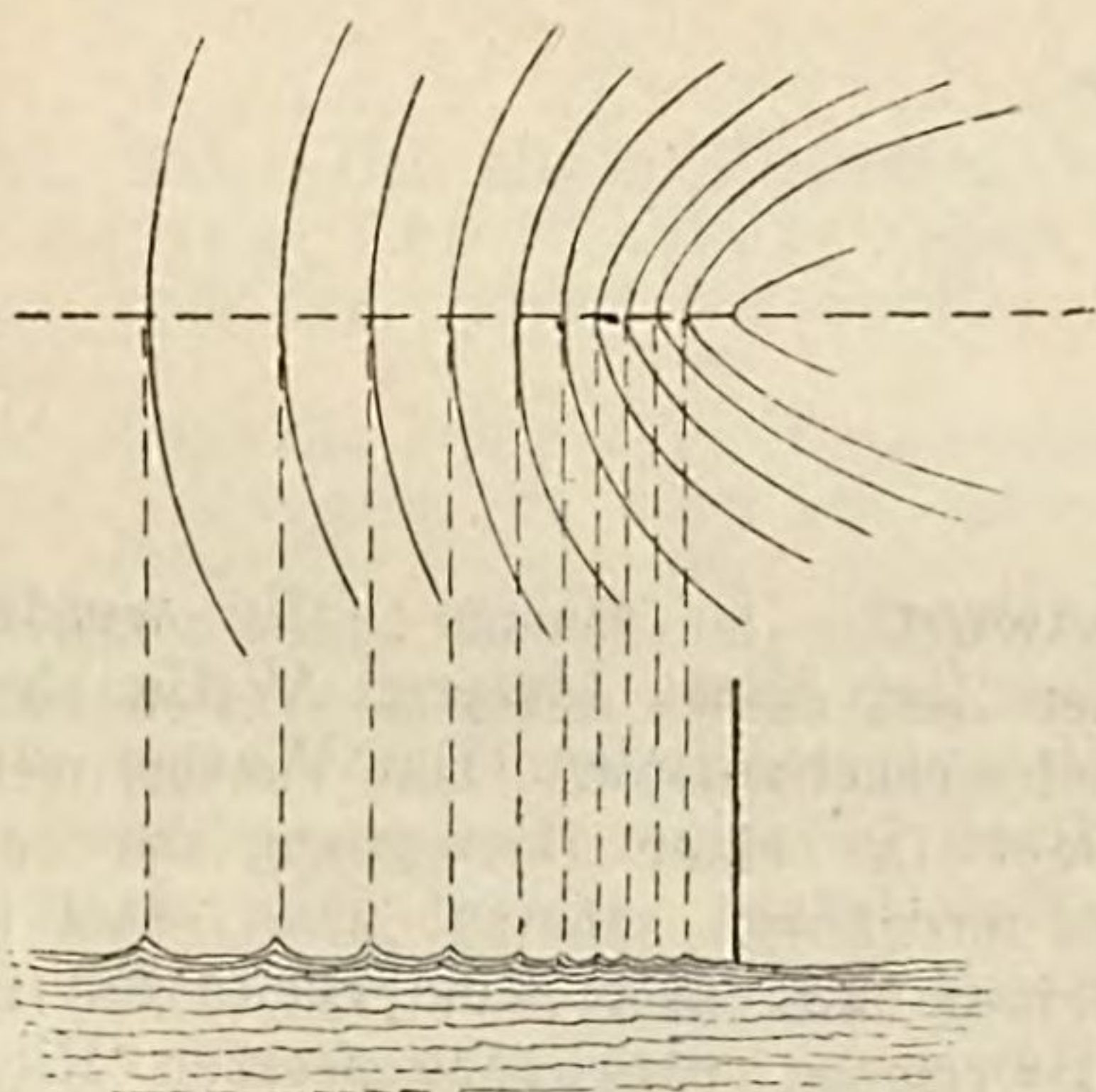
Antwort. Es wird sich an der Vorderfläche des schwimmenden Körpers eine Aufstauung bilden von den Wasserfäden, welche

Erkl. 258. Die Aufstauung des Wassers vor dem Körper bringt auch Wellen an der Oberfläche des Wassers hervor, welche von dem Vorderteil des Körpers zu beiden Seiten hin in bestimmten, von der Geschwindigkeit des Körpers oder des Wassers abhängigen Richtungen hinlaufen und bei konstanter Geschwindigkeit von unveränderter Form und Richtung in Bezug auf die Achse des Körpers sich in immer neuen Wasserteilen erneuern und sich sehr weit nach beiden Seiten hin erstrecken.

Erkl. 259. Es ist merkwürdig, dass bei vollkommen eingetauchten Körpern der Widerstand nur von der Form des Vorderteiles und dem Verhältnis der Länge zum Durchmesser, und keineswegs auch von der Form des Hinterteiles abhängt, während diese letztere bei nur zum Teile eingetauchten schwimmenden Körpern einen wesentlichen Einfluss hat, wie dies namentlich im Schiffbau bekannt ist.

Frage 232. Was werden wir z. B. wahrnehmen, wenn man einen senkrechten dünnen Stab mit einem Ende in Wasser tauchen und mit unveränderter Geschwindigkeit vorwärts bewegen lässt?

Figur 125.



jetzt nicht mehr über den Körper hinlaufen können, und an der hinteren Fläche des Körpers aus derselben Ursache eine Vertiefung in dem Niveau der Flüssigkeit (siehe Figur 121 und 122). Diese Veränderungen des Niveaus, welche beide mit der Breite des Körpers zunehmen, und deren Grösse und Form übrigens von der Gestalt des Vorder- und Hinterteiles abhängen, bringen sowohl unmittelbar, sowie auch durch die von ihnen verursachte grössere Geschwindigkeit der Seitenströmungen einen grösseren Widerstand hervor.

Antwort. Es bilden sich vor dem Stabe eine Reihe von Wellen (ähnlich wie in Figur 125 dargestellt). Wird die Geschwindigkeit grösser, so vermehren sich die Wellen, rücken einander zugleich näher und bilden einen spitzeren Winkel mit der Richtung der Bewegung, welche Richtung auch ihre Symmetrieachse bildet. Die Gestalt, Anzahl und Richtung dieser Wellen hängt nur von der Gestalt des Körpers an der Wasserlinie und insbesondere von der Geschwindigkeit der Bewegung ab, ist aber von der Form und Grösse des eingetauchten Körpers sonst unabhängig. Bei einer gewissen Geschwindigkeit vereinigen sie sich in eine einzige grosse Welle.

Frage 233. Von welchem Einfluss ist die Grösse des widerstehenden Körpers auf die Ausdehnung der vorerwähnten Wellen?

Erkl. 260. An den Seiten von Flüssen oder Kanälen schlagen diese Wellen an und bringen oft schädliche Wirkungen hervor.

Antwort. Die Höhe und Breite der Wellen nehmen mit der Grösse des widerstehenden Körpers zu. Auch die Ausdehnung, in welcher sie sich merkbar machen, nimmt hiermit zu.

Frage 234. Welchen Einfluss hat die Geschwindigkeit des schwimmenden Körpers auf die Form der sich bildenden Wellen?

Antwort. Nimmt die Geschwindigkeit des schwimmenden Körpers zu, so nähern

Erkl. 261. Die Geschwindigkeit dieser einsamen Welle scheint von der Form des schwimmenden Körpers unabhängig zu sein und nur von der Tiefe des Wassers bis zu einer gewissen Grenze hin abzuhängen. Diese einsame Welle folgt dem Körper und wird, wenn dieser plötzlich in seiner Bewegung gehemmt wird, bei unverändertem Querschnitt des Kanals mit unveränderter Geschwindigkeit fortgepflanzt, welche derjenigen gleich ist, welche der Körper besessen hat.

sich die Wellen sowohl einander als auch ihrer gemeinschaftlichen Achse, welche mit der Bewegungsrichtung zusammenfällt, bis sie bei einer gewissen Geschwindigkeit sich in eine einzige grosse Welle vereinigen, welche zu gleicher Zeit aufhört, gegen die Wände des Kanals oder Stromes anzuschlagen.

Frage 235. Inwiefern hängt die Stellung des schwimmenden Körpers (z. B. eines schwimmenden Bootes) von dem Verhältnis der Geschwindigkeit dieser einzigen Welle zur Tiefe des Wassers ab?

Erkl. 262. Von den Strömungen des Wassers zur Seite und unter dem Boote werden auch Wellenbildungen hinter dem Boote verursacht. Diese Wellen folgen dem Boote und streben, die Vertiefung auszufüllen, welche sich hinter demselben zu bilden sucht. Ihre Höhe nimmt, wie die der vorderen Wellen, mit der Geschwindigkeit des Bootes zu. Bei einer hinreichend grossen Geschwindigkeit werden sie sich nach dem Boote zu überstürzen und ihm schäumend folgen.

Antwort. Nach den von dem englischen Ingenieur Scott Russel darüber angestellten zahlreichen Versuchen wird, wenn die relative Geschwindigkeit des schwimmenden Körpers, des Bootes, gegen das Wasser gleich der Geschwindigkeit ist, welche der Hälfte der Tiefe des Wassers, von der Wellenhöhe ab gerechnet, entspricht, das Boot sich auf der Welle befinden; bei einer kleineren Geschwindigkeit wird es etwas hinter, bei einer grösseren Geschwindigkeit wird es etwas vor der Wellenhöhe sein.

Frage 236. Was ist in Bezug auf die hinter dem Boote entstehenden Wellen zu bemerken, wenn das Boot die oben erwähnte Geschwindigkeit annimmt, deren entsprechende Druckhöhe gleich oder grösser als die halbe Tiefe des Kanals ist?

Erkl. 263. Nach den Versuchen von Bossut, d'Alembert und Condorcet scheint bei nicht völlig in das Wasser getauchten Körpern der Widerstand etwas rascher als mit dem Quadrate der Geschwindigkeit zu wachsen, sowie sich ferner ergeben hat, dass unter sonst gleichen Umständen der Widerstand etwas grösser ist für einen nahe an der Oberfläche als für einen in gewisser Tiefe schwimmenden Körper.

Antwort. In diesem Falle werden zu gleicher Zeit diese hinteren Wellen beinahe gänzlich verschwinden. Das Wasser, welches das Boot in seiner Bewegung aus seinem Platze verdrängt, scheint dann, statt längs den Seiten und unter dem Boote hin in der der Bewegung entgegengesetzten Richtung wegzuströmen, zu beiden Seiten des Bootes beinahe senkrecht zu dieser Richtung sich zu bewegen und dadurch die einsame Welle zu bilden, auf deren Rücken das Boot ruhig fortschwimmt.

Frage 237. Welchen Einfluss hat diese einsame Welle auf den Widerstand des Wassers gegen die Bewegung des Bootes?

Erkl. 264. 1775 wurden d'Alembert, Bossut und Condorcet vom Minister Turgot beauftragt, Experimente zur Ermittlung des Widerstandes

Antwort. Während die Mitte des Bootes noch hinter der einsamen Hauptwelle sich bewegt und der Vorderteil des Bootes in diese Welle eintaucht, wird der Widerstand in einem stärkeren Verhältnisse als dem des Quadrats der Geschwindigkeit und des mitt-

vorzunehmen, welchen ein in einem Kanal fortgehendes Schiff erleidet.

Zur Ausführung dieser Versuche bedienten sich die Akademiker kleiner Schiffsmodelle von 53,1 bis 357 cm Länge und 32,5 bis 130 cm Breite, welche man in einem ca. 30 m langen und 15 m breiten Wasserbehälter der Pariser Militärschule, an Seilen ziehend, bewegte und die Zugkräfte in entsprechender Weise mass. Während der ersten Augenblicke war die Bewegung beschleunigt, allein sie wurde in kurzer Zeit gleichförmig, wobei man daher die Zugkraft als ebenso gross wie den Widerstand des Wassers, welcher bei der beobachteten gleichförmigen Geschwindigkeit entsteht, annehmen muss.

Da der Widerstand, welchen feste Körper bei ihrer Bewegung im Wasser erleiden, für die Bauart der Schiffe von grösster Wichtigkeit ist, so haben nicht bloss die französischen, sondern auch die englischen Gelehrten hierüber Versuche angestellt, deren Resultate jedoch nicht übereinstimmend sind.

Frage 238. Die Versuche der genannten Gelehrten über den Widerstand, welchen feste Körper bei ihrer Bewegung in flüssigen erfahren, ergaben welche Hauptresultate?

Erkl. 265. Bei diesen Versuchen wurde die Reibung des Wassers längs den Wänden und dem Boden des Schiffes nicht ermittelt.

Eine Reihe im Jahre 1778 vorgenommener Versuche bestätigten die oben genannten Resultate. Ueberdies ergab sich, dass in allen Fällen ein gewisses Verhältnis zwischen Breite und Länge eines Schiffes beobachtet werden muss, wenn die Fortlaufgeschwindigkeit ihr grösstes Mass erreichen soll. Für Geschwindigkeiten von 30 bis 60 cm pro Sekunde und bei Schiffen mit scharfem Hinterteile soll hierzu die Länge des Schiffes wenigstens dreimal so gross sein wie seine Breite. Für grössere Fortlaufgeschwindigkeiten müsste dies Verhältnis grösser sein.

Frage 239. Aus der ersten Hälfte der vorstehenden Antwort ergibt sich, dass man für die Praxis im allgemeinen diesen Widerstand abermals durch welche Formel darstellen kann?

leren Querschnittes des eingetauchten Teiles wachsen. Wird aber, was nur durch eine sehr grosse Anstrengung oder durch einen plötzlichen Ruck möglich ist, das Boot auf den Rücken jener Welle gebracht, so wird auch der Vorderteil weniger in Wasser eintauchen; der Querschnitt, auf welchen der Widerstand des Wassers ausgeübt wird, nimmt folglich ab, die starken Wirbel mit horizontaler Achse, welche sich hinter dem Boote bildeten, verschwinden, und der Widerstand des Wassers gegen die Bewegung des Bootes nimmt daher plötzlich ab. Bei einer noch grösseren Geschwindigkeit wird der Widerstand wieder wachsen und dem Quadrate dieser Geschwindigkeit proportional sein.

Antwort. Die Hauptresultate zeigten:

1) dass der Widerstand eines und desselben Körpers von beliebiger Gestalt, welcher eine flüssige Masse mit verschiedenen Geschwindigkeiten zerteilt, dem Quadrate der Geschwindigkeiten sehr nahe proportional ist, und dass der senkrechte Widerstand ebener Flächen mit der Grösse der letzteren beziehungsweise zu- oder abnimmt;

2) dass der von schief zur Bewegungsrichtung gestellten Flächen herrührende Widerstand, unter sonst gleichen Umständen, sich bei weitem nicht im Verhältnis der Quadrate des Sinus vom Anstosswinkel ändert, und dass bei kleinem Anstosswinkel diese Newtonsche Theorie ganz unanwendbar ist.

Antwort. Wenn f die grösste Querschnittsfläche oder Projektion des eingetauchten Teiles vom schwimmenden Körper bezeichnet, so kann der betreffende Widerstand abermals dargestellt werden durch:

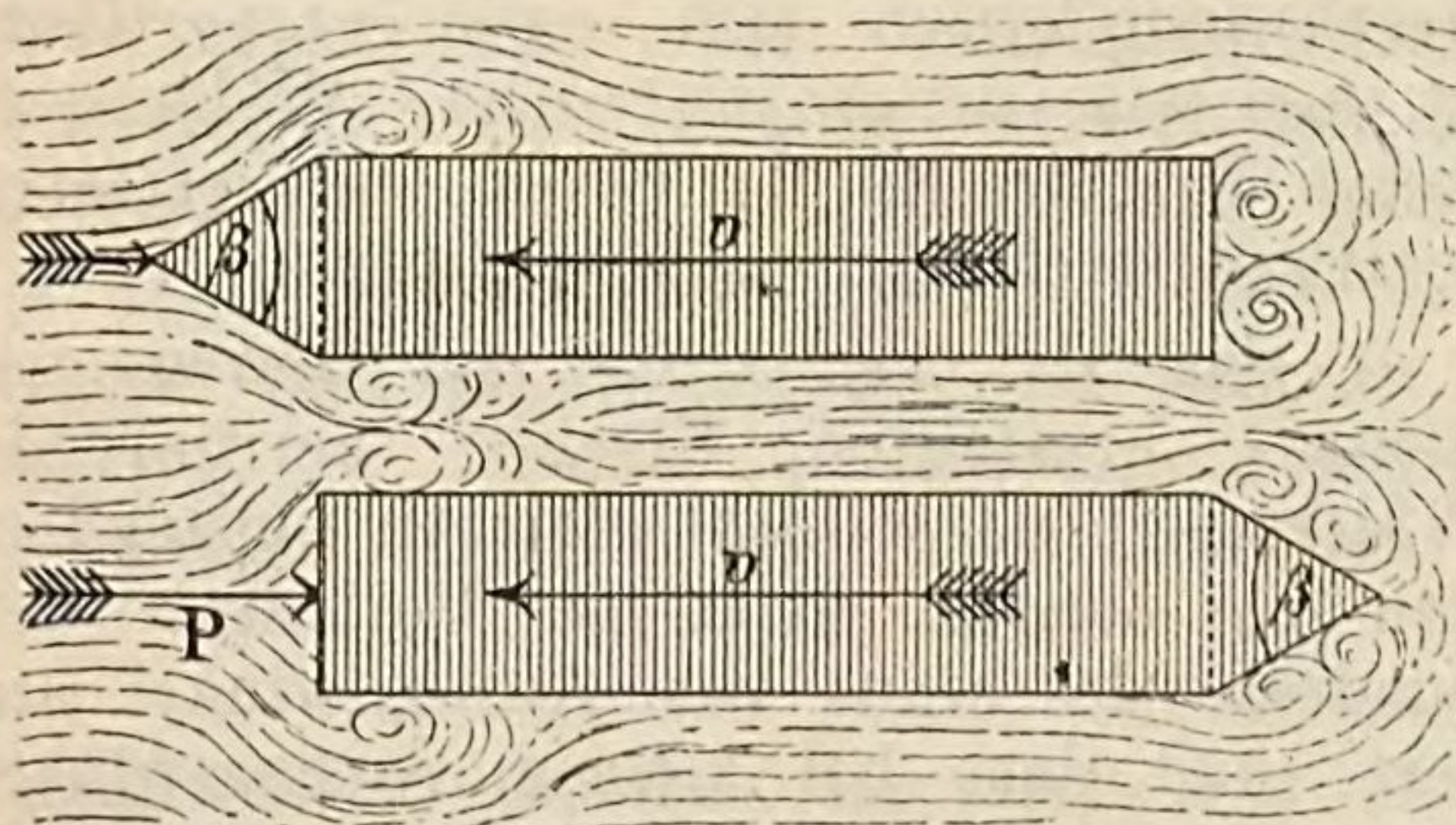
$$P = \zeta f \gamma \frac{v^2}{2g}$$

Frage 240. Was ist nun zunächst über den in dieser Formel enthaltenen Widerstandskoeffizienten ζ für gerade, in der Achsenrichtung schwimmende Prismen zu bemerken?

Erkl. 266. Wie sehr die Form eines Schiffes auf den Widerstand des Wassers von Einfluss ist, zeigt ein von Bossut angestellter Versuch. Das Modell eines Linienschiffes und ein Prisma von derselben Länge, dessen Grundfläche gleich dem grössten Querschnitt des Modelles war, wurden in der Richtung ihrer Länge in einem stillstehenden Wasser, von welchem sie ein gleiches Volumen verdrängten, mit derselben Geschwindigkeit in Bewegung versetzt. Bossut fand, dass das Wasser dem Prisma einen fünfmal so grossen Widerstand entgegensetzte, als dem Schiffsmodell.

Frage 241. Von welchem Einfluss ist es auf die Grösse des Widerstandskoeffizienten ζ , wenn man die Prismen mit zugeschärften Vorder- oder Hinterteilen oder mit beiden zugleich versieht?

Figur 126.



Erkl. 267. Die Kraft, die man anzuwenden hat, um ein Schiff fortzubewegen, hat, abgesehen von dem geringen Luftwiderstand, nur den Widerstand des Wassers zu überwinden, in dem es sich bewegt, da die ganze Last des schwimmenden Schiffes von dem Auftrieb der Flüssigkeit getragen wird. Um die zur Unterhaltung einer bestimmten Geschwindigkeit erforderliche Betriebskraft möglichst klein zu machen, oder auch, um bei einer gegebenen Betriebskraft eine möglichst grosse Geschwindigkeit des Schiffes zu erhalten, muss man letzterem eine solche Form geben, dass bei derselben Grösse des unter Wasser befindlichen Volumens der Widerstand des Wassers so klein als möglich wird.

Antwort. Für einen schwimmenden prismatischen Körper soll nach Poncelet $\zeta = 1,10$ gesetzt werden, sobald die Länge wenigstens das Dreifache der horizontalen Breite ist. Nach d'Aubuisson soll $\zeta = 1,0$, also am kleinsten sein, wenn die Länge des Prismas das Fünf- bis Sechsfache der Breite, oder vielmehr von $\sqrt{f}$ beträgt.

Vermehrt sich die Länge über letztere Grenze hinaus, so wächst ζ wieder, was sich durch die vermehrte Reibung und das Anhängen des Wassers an den Seitenflächen erklären lässt.

Antwort. Durch zugeschärfte Vorder- und Hinterteile wird dem Wasser gleichsam eine Schneide zugekehrt und dadurch der Widerstand des Wassers gegen schwimmende Prismen bedeutend vermindert.

Nimmt man den Widerstand des Prismas ohne Vorderteil zu $\zeta = 1,10$ an, so erhält man je nach dem Zuschärfungswinkel β des Vorderteiles, vorausgesetzt, dass die Länge des ganzen Körpers das Fünf- bis Sechsfache der Breite ist, nachverzeichnete Werte:

für $\beta = 180^\circ$	156°	132°	108°	84°	60°	36°	12°
$\zeta = 1,10$	1,06	0,93	0,84	0,59	0,48	0,45	0,44

Ist das Hinterteil zugeschärft und β der Zuschärfungswinkel, so hat man einen bei weitem weniger verminderten Widerstand, nämlich:

für $\beta = 180^\circ$	138°	96°	48°	24°
$\zeta = 1,10$	1,03	0,98	0,95	0,92

Bei zugespitzten Vorder- und Hinterteilen des zugespitzten Körpers fällt ζ noch kleiner aus; für Flussdampfschiffe ist $\zeta = 0,12$ bis $0,20$ und für grosse Seedampfer $\zeta = 0,05$ bis $0,10$.

Frage 242. Nach Froude besteht der Gesamtwiderstand eines Schiffes aus welchen drei Hauptteilen und was ist über jeden dieser Partialwiderstände zu bemerken?

Erkl. 268. Die neuesten Resultate über den Widerstand der Schiffe verdanken wir dem englischen Schiffingenieur William Froude, der hierzu von 1867 ab berühmt gewordene Versuche mit grösseren Schiffsmodellen anstellte.

Erkl. 269. Je nach der Konstruktionsform der Vorder- und Hinterteile der Schiffe und besonders der sanften Abrundungen dieser Teile, sowie der Seitenflächen, sowie nach dem Verhältnis der grössten Breite zur Länge des Schiffes variiert der Widerstandskoeffizient zwischen 1,10 und 0,05.

Nach Poncelet ist für grosse Moselschiffe:

$$P = 0,33 \cdot \frac{f\gamma(v \pm c)^2}{2g}$$

wenn v die Geschwindigkeit des Schiffes und c die des Flusses bezeichnet.

Nach Versuchen Morins mit den seiner Zeit von Paris nach Meaux gehenden Postschiffen, die aus Eisenblech nach den besten schottischen Kanalschiffen konstruiert waren, ist:

$$P = 0,24 \cdot \frac{f\gamma(v \pm c)^2}{2g}$$

Nach Versuchen an Rhein- und Elbschiffen ist $\zeta = 0,2$ für die beste Form eines Flussschiffes und $\zeta = 0,5$ für die schlechteste Form desselben anzusehen.

Nach Redtenbacher übertrifft der Reibungswiderstand an den Seitenflächen die beiden anderen Widerstände derart, dass man meistens letztere gegen den ersteren vernachlässigen kann. Auf Grund dieser Voraussetzung setzt Redtenbacher für gutgebaute Fluss- wie Seeschiffe:

$$\zeta = 0,00606 \left(\frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right)$$

Hierbei bezeichnet L die Länge des Schiffes, in der Schwimmebene gemessen, und (mit Bezug auf Figur 127) B die Breite seines Hauptspanten, sowie T die Tauchung oder Einsenkung desselben.

Bei Schiffen, welche sich auf engen Kanälen und Flüssen bewegen, und wo das Wasser zu beiden Seiten des Schiffes nicht mit gehöriger Leichtigkeit ausweichen kann, ist nach Dubuat aus Bossuts Versuchen der Widerstand P_1 :

$$P_1 = \frac{8,46}{2 + \frac{F}{f}} \cdot P$$

wenn P den Widerstand im unbegrenzten Wasser, f den Querschnitt des eingetauchten Teiles und F den Wasserquerschnitt des Kanales bezeichnet.

Antwort. Nach Froude besteht der Gesamtwiderstand des Schiffes:

1) aus dem Reibungswiderstande, der von dem Entlanggleiten der Wasserteilchen an dem rauhen Boden des Schiffes herrührt;

2) aus dem Wirbelwiderstande in Kielwasser und

3) aus der Oberflächenstörung oder dem Wellen erzeugenden Widerstande.

1) Der Reibungswiderstand ist abhängig von dem Flächeninhalte der benetzten Oberfläche des Schiffsbodens, dem Grade der Rauigkeit desselben, dessen Länge und (annähernd) vom Quadrate der Geschwindigkeit; dagegen wird er nicht merkbar von den Formen und Verhältnissen des Schiffes beeinflusst, es sei denn, dass irgend eine ungewöhnliche Eigentümlichkeit der Form oder Mangel am guten Verlaufe derselben vorhanden sei.

2) Der Wirbel erzeugende Widerstand ist gewöhnlich klein, mit Ausnahme spezieller Fälle, und beträgt etwa 8 bis 10 Prozent des Reibungswiderstandes. Eine fehlerhafte Form des Hinterschiffes verursacht eine bedeutende Vergrösserung dieses Widerstandes.

3) Der die Wellen erzeugende Widerstand ist dasjenige Element des Gesamtwiderstandes, welches am meisten von der Form und den Verhältnissen des Schiffes abhängig ist. Sein Verhältnis zum Reibungswiderstande sowohl als auch seine absolute Grösse hängen von vielen Umständen ab, von denen die wichtigsten die Form und Länge von Vor- und Hinterschiff im Verhältnisse zu der beabsichtigten Geschwindigkeit des Schiffes bei voller Kraftentwicklung sind. Für jedes Schiff besteht eine Grenze der Geschwindigkeit, über welche hinaus ein geringer Zuwachs an Geschwindigkeit von einer unverhältnismässigen Zunahme an Widerstand begleitet ist. Diese Grenze wird durch die Länge von Vor- und Hinterschiff — den Wellen erzeugenden Faktor eines Schiffes — bestimmt.

Sind das Vorder- und Hinterteil eines Schiffes nach Kreishögen vom Halbmesser r gekrümmt, oder bezeichnet für andere Krümmungen r den mittlern Krümmungshalbmesser, ist ferner b die Breite des Schiffes zwischen den parallelen Seiten und zwar am Wasserspiegel gemessen, l die Länge des Schiffes zwischen den Parallelen, c der Umfang vom eingetauchten grössten Querschnitte des Schiffes und v die Geschwindigkeit des Schiffes in Füssen per Sekunde, so kann man nach Tredgold den Widerstand des Schiffes im ruhigen Wasser näherungsweise durch die Formel ausdrücken:

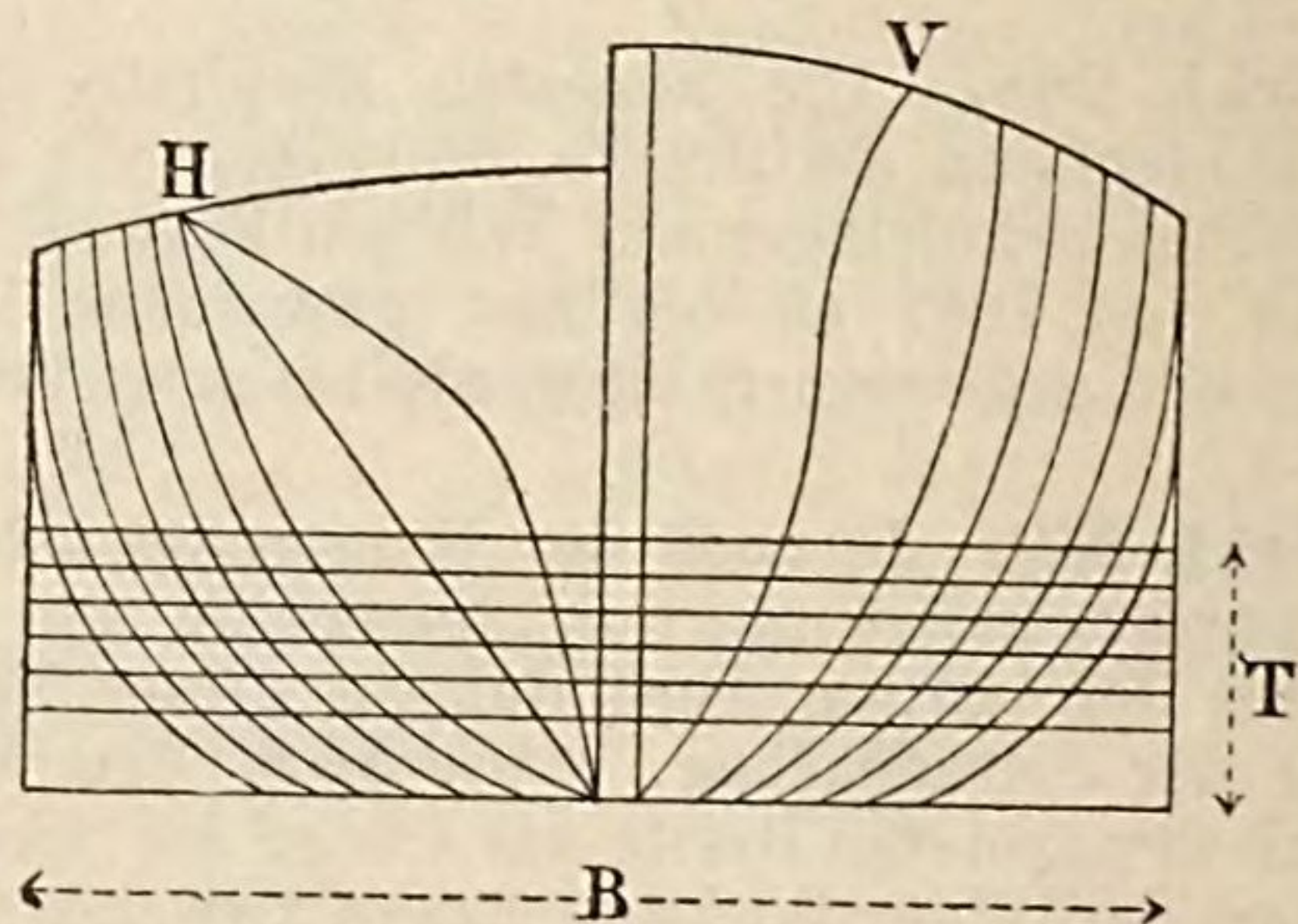
$$P = cv^2 [nb + 0,0032 (l + mb)]$$

wobei das englische Mass und Gewicht zum Grunde liegt und die Koeffizienten n und m für verschiedene Werte von r , diese in halben Schiffsbreiten ausgedrückt, die nachstehenden Werte haben. Für $r = 1, 1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4},$

$2, 2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{2}, 2\frac{3}{4}, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ halbe Schiffsbreiten ist beziehungsweise: $n = 0,245,$

$0,188, 0,146, 0,120, 0,101, 0,086, 0,075, 0,067, 0,060, 0,041, 0,032, 0,025, 0,021, 0,018$ und $m = 0,500, 0,545, 0,580, 0,616, 0,650, 0,680, 0,710, 0,740, 0,770, 0,870, 0,955, 1,05, 1,13, 1,20.$

Figur 127.



c) Ueber den Widerstand des Wassers gegen Körper, welche in dasselbe eindringen wollen.

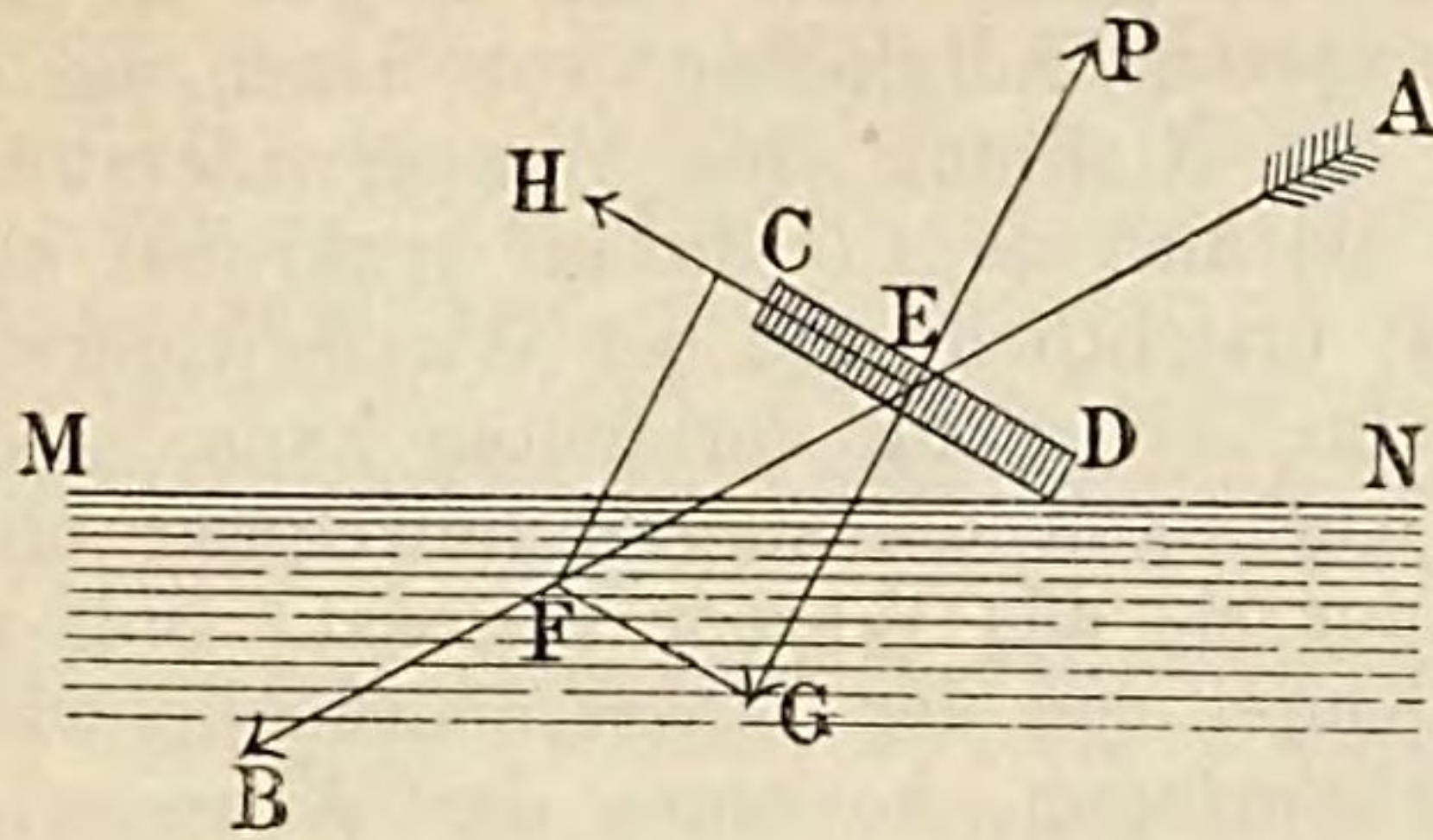
Frage 243. Unter welchen Umständen kann der Widerstand des Wassers gegen Körper, welche in dasselbe eindringen wollen, ein Zurückspringen dieser Körper von der Wasseroberfläche verursachen?

Antwort. Wenn der Körper leicht ist, mit grosser Geschwindigkeit und unter einem sehr spitzen Winkel sich gegen die Wasseroberfläche bewegt und nicht mit einer Ecke oder einer scharfen Kante, sondern mit einer breiten Fläche ziemlich gleichzeitig in das Wasser eindringen will.

Frage 244. Wenn man z. B. einen recht flachen (plattenförmigen) Stein von geringem Gewicht unter einem spitzen Winkel gegen die Wasseroberfläche wirft, so springt er wiederholt ab. Aus welcher Betrachtung ergibt sich eine Erklärung dieser bekannten Erscheinung?

Antwort. Es sei in der nebenstehenden Figur 128 MN die Wasseroberfläche, in der Richtung AB werde ein kleiner flacher Stein CD gegen das Wasser geworfen, der im Moment des Eindringens in das Wasser die in der Zeichnung angegebene Lage habe. Der Widerstand des Wassers gegen den eindringenden Körper wird senkrecht gegen die vordere Fläche des Körpers CD gerichtet sein; zerlegen wir nun die Geschwindigkeit

Figur 128.



Erkl. 270. Mit dem Inhalt der nebenstehenden Antwort hängt eine Spielerei zusammen, welche man das Ricochettieren nennt (siehe folgende Erklärung) und worunter man die Erscheinung versteht, dass kleine flache Steine, die man unter einem sehr spitzen Winkel gegen eine ebene Wasserfläche wirft, nicht in das Wasser eindringen, sondern unter fast demselben Winkel abgestossen werden und sich so unter mehrmaligem Aufschlagen eine weite Strecke auf der Wasserfläche fortbewegen. Auch bei Geschützkugeln nimmt man das Ricochettieren sowohl auf dem Lande als auch auf der See wahr, wobei der Ausfallswinkel infolge des Luftwiderstandes, sowie infolge der Reibung an den getroffenen Flächen gleichwie infolge der Einwirkung der Schwere zunehmend kleiner wird.

Frage 245. Aber nicht allein flache Steine, auch schwere Kugeln können unter welchen Bedingungen von dem Wasser wieder abspringen?

Erkl. 271. Ricochet, franz. (sprich riko-scheh), heisst: der Prellwurf, das wiederholte Aufprallen eines geworfenen Steines auf der Fläche des Wassers. Ricochet-Schuss, ein Prell- oder Prallschuss, ein Bogenschuss, bei welchem die Kugel wiederholt auf die Erde oder auf das Wasser aufprallt und sich wieder hebt; ricochettieren = Prellschüsse thun, mehrere Mal aufschlagen.

Frage 246. Wie lässt sich die erwähnte Erscheinung auch für kugelförmige Körper erklären?

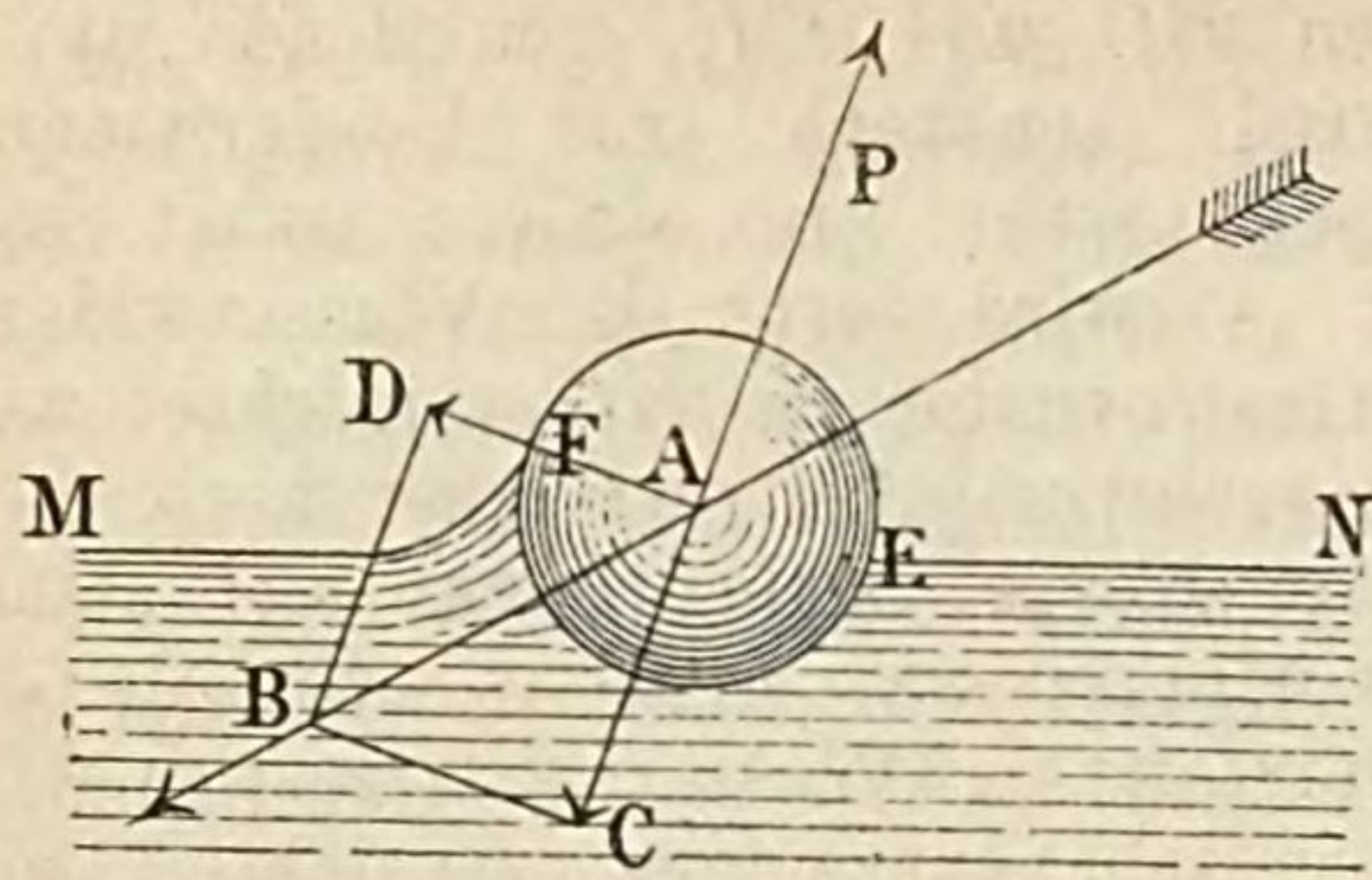
Erkl. 272. Die Erscheinung des Ricochet-tierens lässt sich in derselben Weise erklären wie die Erscheinung, welche eintritt, wenn man eine elastische Kugel unter schieferm Stosse gegen eine elastische unbewegliche Wand (z. B. eine Billardkugel gegen die Billardbande) stösst; beide beruhen auf dem Gesetz: Beim Stoss elastischer Körper fallen Reflexions- und Einfallswinkel mit dem Einfallslot in einerlei Ebene und es sind beide Winkel einander gleich.

EF des Körpers in die Seitengeschwindigkeiten EG und EH , von denen die erste ebenfalls senkrecht zur Vorderfläche des Körpers steht, die andere damit parallel läuft, so wird durch den Wasserwiderstand die Geschwindigkeit EG vernichtet werden, die Geschwindigkeit EH aber übrig bleiben. Ist der Körper selbst leicht und seine Geschwindigkeit sehr gross, so wird der grosse Widerstand des Wassers die Geschwindigkeit EG in sehr kurzer Zeit vernichten, so dass der Körper, jetzt der andern Seitengeschwindigkeit allein folgend, in der Richtung EH vom Wasser abspringt. Selbst wenn CD bereits unter die Oberfläche des Wassers gedrungen ist, kann die Geschwindigkeit EH ihn dennoch das Wasser verlassen machen.

Antwort. Auch schwere Kugeln können, wenn sie unter einem spitzen Winkel gegen das Wasser geschossen werden, von demselben wieder abspringen; da aber hier die Vorderfläche des eindringenden Körpers weniger günstig für das Eintreten dieser Erscheinung ist, so müssen die beiden anderen Bedingungen, nämlich grosse Geschwindigkeit und geringe Neigung der Bahn gegen die Wasseroberfläche im besonderen Masse vorhanden sein.

Antwort. Es sei A (siehe Figur 129) eine Kugel, im Begriff, in die Oberfläche MN einer Wassermasse einzudringen. Der Wasserwiderstand richtet sich gegen den vom Wasser benetzten Teil der Kugeloberfläche und ist anfangs senkrecht aufwärts gerichtet; da aber die Kugel, während sie in der geneigten Richtung AB fortschreitet, bei F etwas Wasser vor sich herschiebt, so hat die Mittelkraft des gesamten Wasserwiderstandes die Richtung CA , die das Profil der vom Wasser benetzten Kugel-

Figur 129.



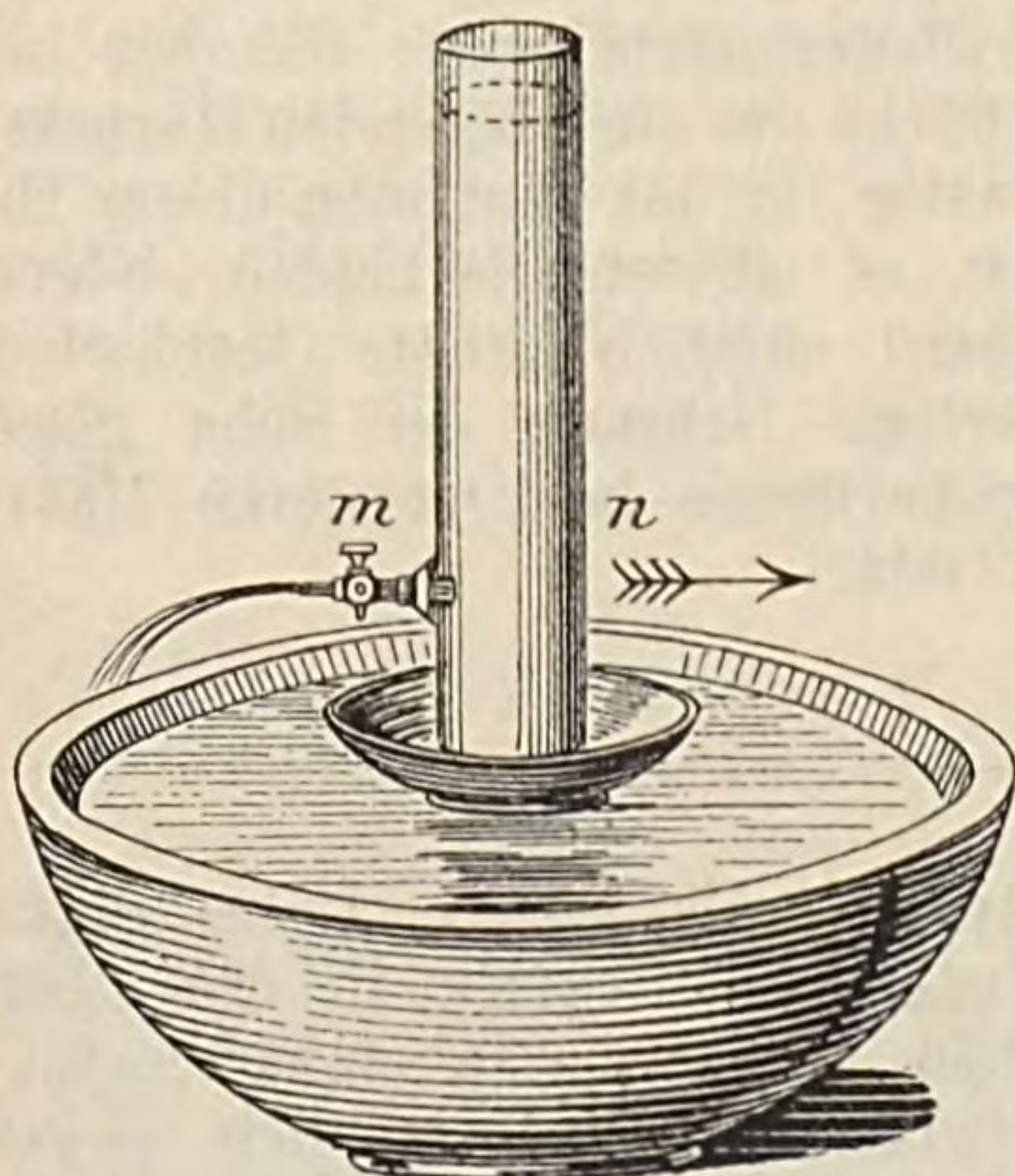
Erkl. 273. Aus der nebenstehenden Betrachtung ist ersichtlich, dass Grösse und Richtung des Wasserwiderstandes in den einzelnen Augenblicken des Eindringens einer Kugel in eine Wasserfläche verschieden sind, dass also eine allmähliche Ablenkung der Kugel aus ihrer Bahn bewirkt wird, die zwar zu einem Zurückspringen von der Wasserfläche führen kann, aber in beschränktem Masse in allen den Fällen vorhanden ist, wenn eine Kugel unter einem schiefen Winkel in eine Wasserfläche eindringt. Die Ablenkung nicht zurückspringender Kugeln ist dann von der Art, dass sie vom Einfallslot abgelenkt werden.

fläche EF halbiert. Zerlegen wir nun die Geschwindigkeit AB der Kugel in zwei Seitengeschwindigkeiten, von denen die eine AC die Richtung des Wasserwiderstandes hat, die andere AD darauf senkrecht steht, so ist ersichtlich, wie der Wasserwiderstand die eine Bewegung vernichten kann, so dass der Kugel nur die andere Bewegung bleibt, mit der sie das Wasser verlässt. Soll aber die Kugel von der Wasseroberfläche wieder zurückspringen, so muss der Wasserwiderstand die ihm entgegenstehende Seitengeschwindigkeit AC früher vollständig vernichtet haben, bevor die Kugel vollständig untertaucht, denn sobald dies geschehen ist, hat der Widerstand des Wassers eine Richtung, die der Bewegungsrichtung genau entgegengesetzt ist, also eine Zerlegung der Bewegung nicht mehr bewirken kann.

3) Ueber die Reaktion ausströmender Flüssigkeiten.

Frage 247. Was versteht man unter der Reaktion oder dem Rückstoss ausströmender Flüssigkeiten?

Figur 130.



Erkl. 274. Zum Nachweis des Rückstosses ausströmender Flüssigkeiten dient:

a) Ein mit Wasser gefülltes, mit Hahn versehenes Glasgefäss (siehe Figur 130). Dasselbe steht auf einer leichten Schale in Wasser schwimmend so lange still, als der Hahn geschlossen ist; sobald derselbe geöffnet wird, be-

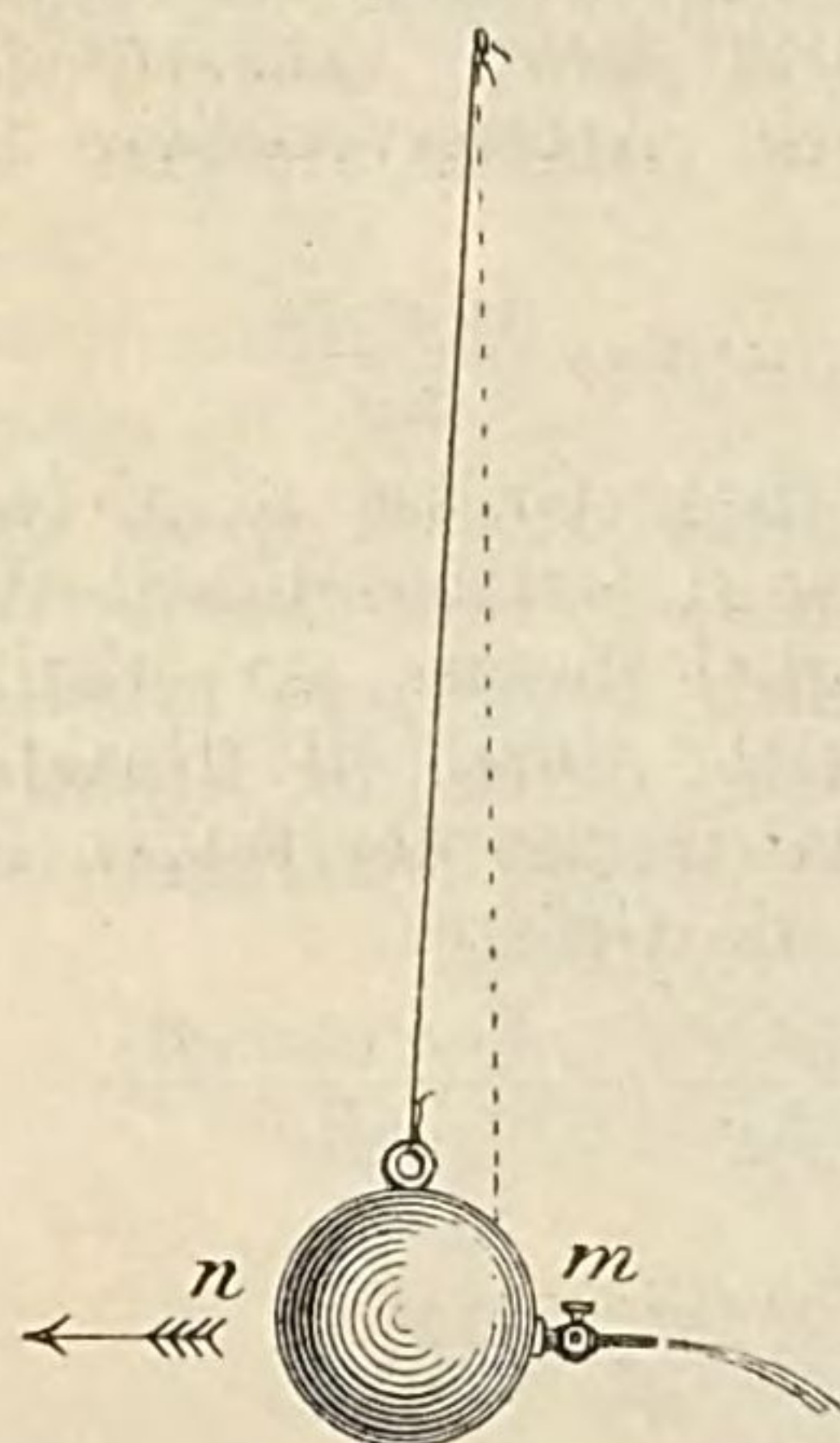
Antwort. Sind die Seitenwände eines mit Wasser gefüllten Gefässes geschlossen, so wird der auf irgend ein Flächenelement einer Seitenwand stattfindende horizontale Druck immer durch einen gleich grossen, entgegengesetzten Seitendruck der gegenüberliegenden Wand aufgehoben, das Gefäss erleidet nur einen Vertikaldruck gleich dem Gewichte der darin enthaltenen Flüssigkeit und hat durchaus kein Bestreben, sich in horizontaler Richtung nach irgend einer Seite hin fortzubewegen. Sobald jedoch auf einer Seite eine Oeffnung m (s. Figur 130) angebracht wird, aus welcher die Flüssigkeit ausfliessen kann, so wird der auf eine gegenüber in derselben Tiefe liegende gleich grosse Fläche n stattfindende Druck nicht mehr durch den Gegendruck, welcher sonst in m vorhanden war, aufgehoben, der gegen n gerichtete Seitendruck wird frei, und folglich erhält das Gefäss ein Bestreben zur Bewegung nach der horizontalen Richtung von m gegen n . Zu diesem gegen n wirkenden hydrostatischen Druck kommt noch ein hydraulischer Druck, weil das der Mündung m zufließende Wasser, wie jeder andere Körper, der seinen Bewegungs-

wegt sich der Apparat in der Richtung des Pfeiles.

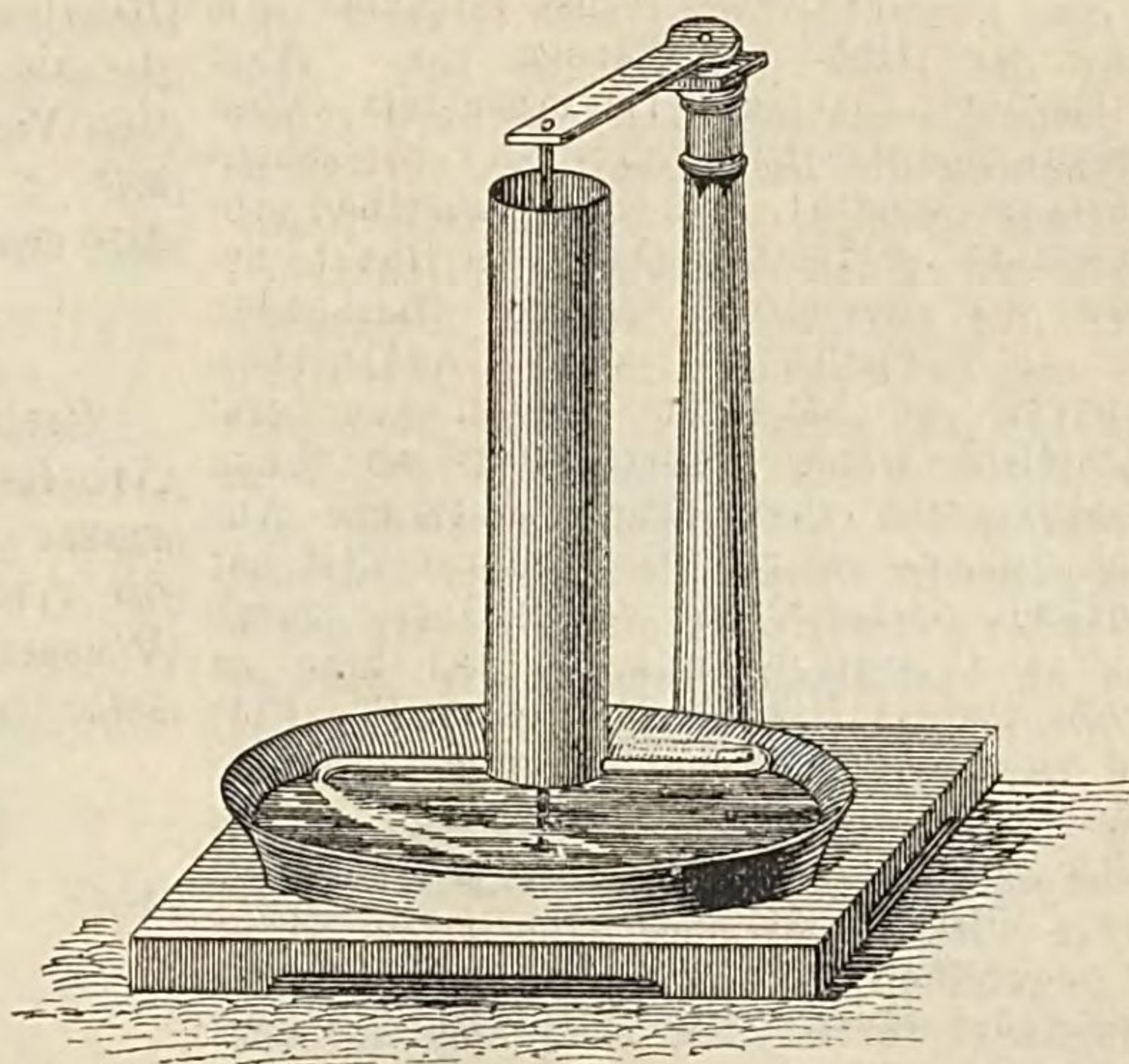
b) Ein mit Wasser gefüllter Glasballon (s. Figur 131), der an einem Faden aufgehängt ist. Lässt man das Wasser aus der seitlichen Oeffnung ausfliessen, so weicht der Faden in einer von der Ausflussröhre entgegengesetzten Richtung aus seiner lotrechten Stellung ab.

c) Segners Wasserrad (siehe Figur 132). Es besteht aus einem um eine senkrechte Achse leicht drehbaren Cylinder, an dessen unterem Ende sich zwei oder mehrere horizontale Röhren befinden, die alle in demselben Drehungssinne mit kleinen Oeffnungen versehen sind. Das Gefäss, mit Wasser gefüllt, dreht sich nach der den ausströmenden Wasserstrahlen entgegengesetzten Richtung.

Figur 131.



Figur 132.



Frage 248. Wie lautet das Gesetz über die Grösse der vollständigen Reaktion des horizontal ausfliessenden Wassers?

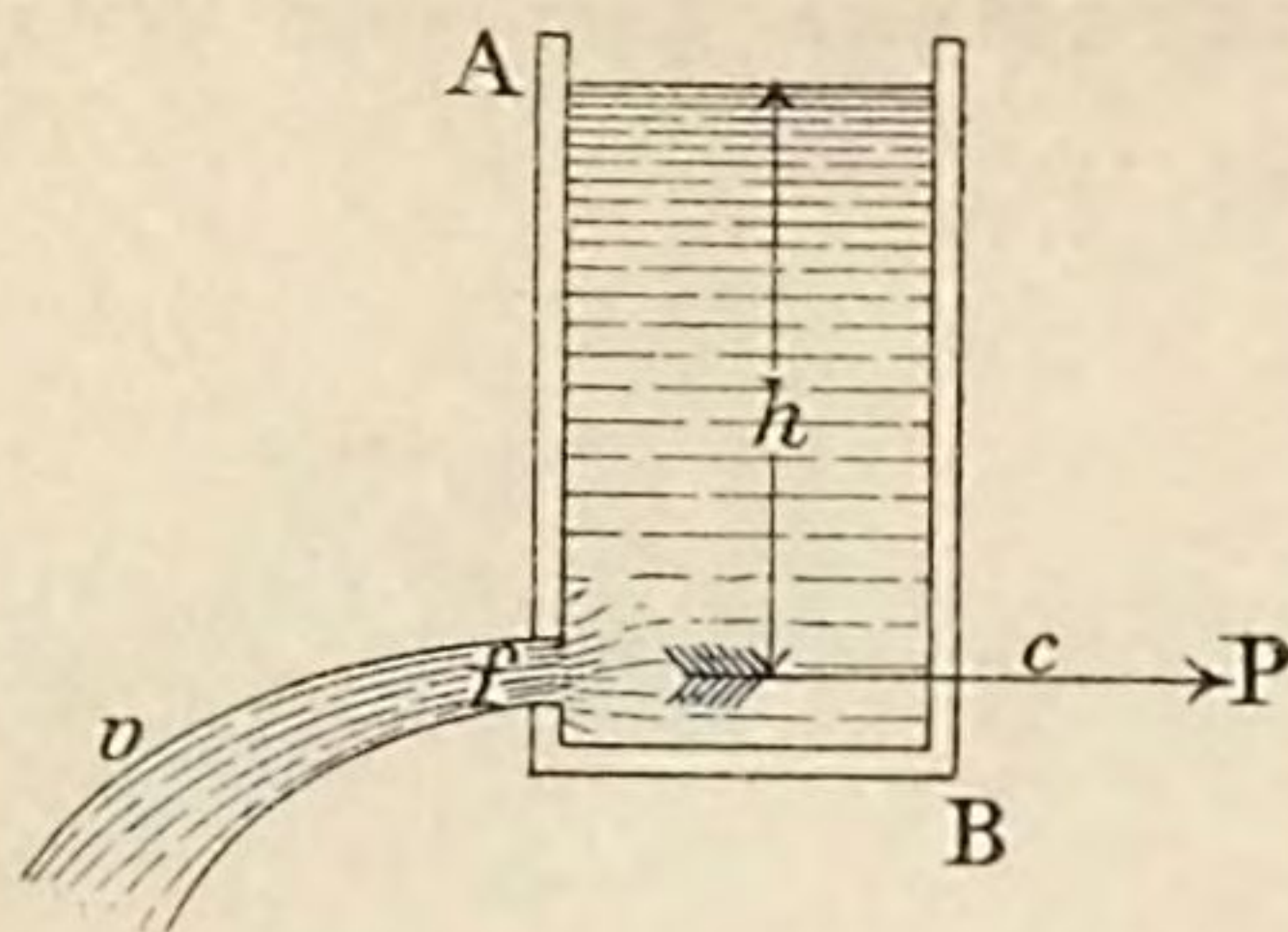
Erkl. 275. Der wirkliche Wert dieser Reaktion stellt sich etwas geringer, teils wegen der Verminderung der Ausflussöffnung, teils wegen der Kontraktion des Wasserstrahles. Die Grösse dieser Reaktion bleibt auch dieselbe, wenn auch die Richtung der Ausflussbewegung nicht horizontal ist, und die Richtung der Reaktion bleibt stets der Richtung der Ausflussbewegung entgegengesetzt.

Antwort. Es ist die (theoretische) Rückwirkung oder Reaktion des aus einer Gefässöffnung in horizontaler Richtung ausfliessenden Wassers auf die Wand des ruhenden Gefässes gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche die Ausflussöffnung zur Grundfläche und die doppelte Druckhöhe des Wassers zur Höhe hat.

Frage 249. Wie lässt sich das vorstehende Gesetz beweisen?

Antwort. In dem mit Wasser gefüllten Gefässe AB (siehe Figur 133) befindet sich in der Seitenwand eine Oeffnung von der Grösse f , die mittlere Höhe des Wasserspiegels über dieser Oeffnung sei h , die theo-

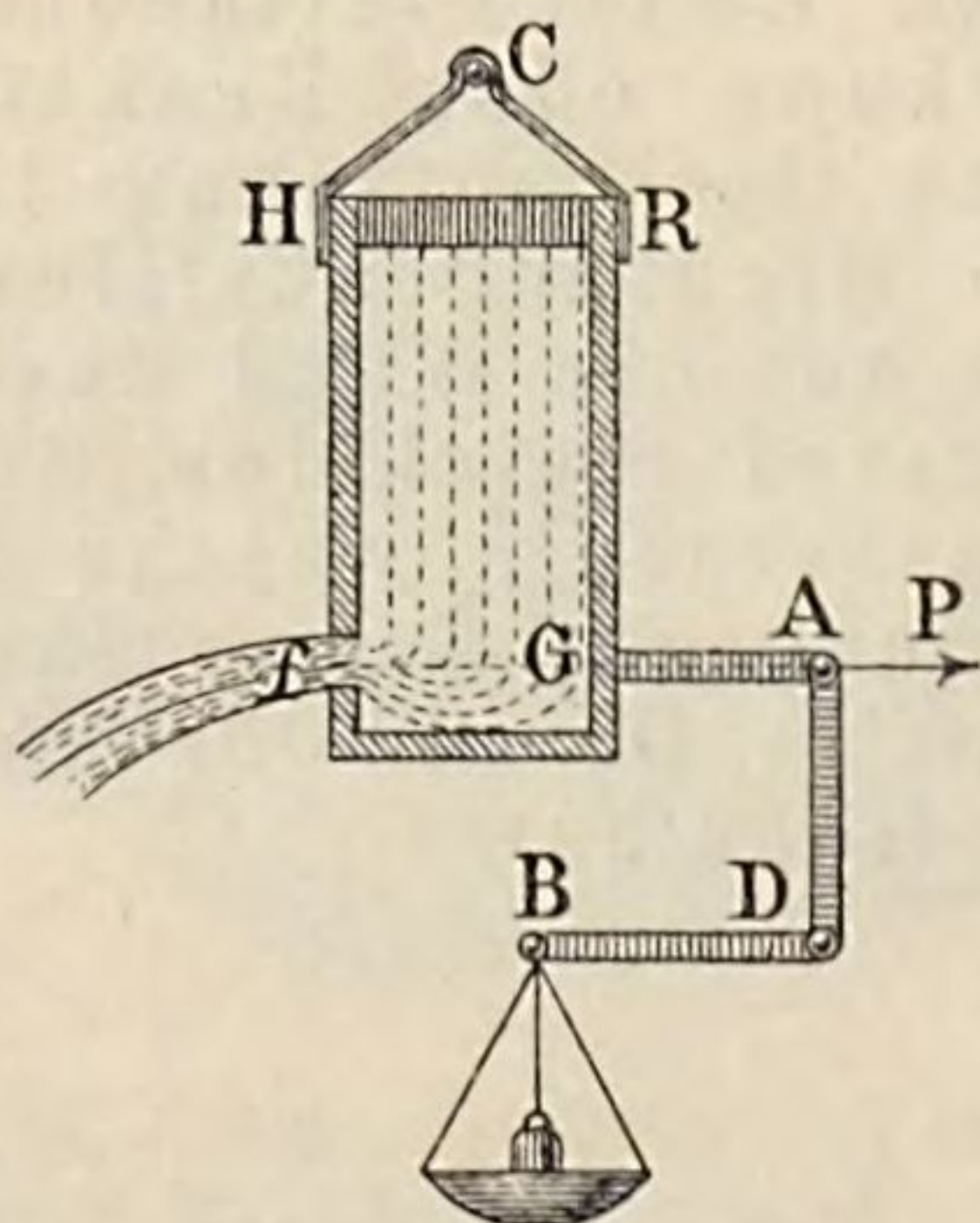
Figur 133.



Erkl. 276. Man hat lange Zeit, auf die Auktorität Newtons gestützt, angenommen, dass die Reaktion dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule gleich sei, welche zur Basis den Querschnitt des kontrahierten Wasserstrahles und zur Höhe die Höhe des Niveaus hat. Aber Daniel Bernoulli hat im XIII. Abschnitt seiner Hydro-dynamica die Richtigkeit des vorstehenden Gesetzes gezeigt. In § 21 desselben Abschnittes macht er den Vorschlag, die Reaktionskraft des aus geeigneten Röhren fließenden Wassers als Triebkraft zum Fortlaufen der Schiffe zu benutzen, wovon aber erst von der Mitte dieses Jahrhunderts ab, beim Reaktionspropeller thatsächliche nützliche Anwendung gemacht wurde. In neuerer Zeit hat der Engländer Peter Ewart dieses Gesetz durch Versuche zu bestätigen gesucht. Er hing zu diesem Zwecke das Gefäß $HRFG$ (s. Fig. 134) an eine horizontale Achse C und mass die Reaktion durch eine Winkelhebelwage ADB , auf welche das Gefäß mittels eines horizontalen Stabes GA wirkte, der sich genau der Mündung f gegenüber an das Gefäß anstemmte. Beim Ausfluss durch eine Mündung in der dünnen Wand ergab sich:

$$P = 1,14 \frac{v^2}{2g} f\gamma$$

Figur 134.



Setzt man den Strahlquerschnitt $f_1 = 0,64f$ und die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit:

$$v_1 = 0,96 v \text{ (s. I. Bd. der Hydrodynamik),}$$

retische Ausflussgeschwindigkeit des Wassers also:

$$v = \sqrt{2gh}$$

und die theoretische Ausflussmenge in der Sekunde:

$$fv = \sqrt{2gh}$$

Bezeichnet γ das Gewicht der Volumeinheit Wasser, so ist $fv\gamma$ das Gewicht der in der Sekunde zum Ausfluss kommenden Wassermenge und

$$fv\gamma \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{fv^3\gamma}{2g} = A$$

das Arbeitsvermögen dieser Wassermenge. Bewegt sich nun das Gefäß in einer der Ausflussbewegung genau entgegengesetzten Richtung mit der Geschwindigkeit c , so ist die absolute Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers nicht mehr v , sondern vielmehr nur $v - c$, sein Arbeitsvermögen beträgt also nur:

$$A_1 = fv\gamma \frac{(v - c)^2}{2g}$$

Ziehen wir diese Grösse A_1 ab von dem Arbeitsvermögen A , welches dieselbe Wassermasse ursprünglich besass, so erhalten wir die Arbeit, welche durch die Reaktion des Wassers auf das Gefäß übertragen ist; dieselbe hat also die Grösse:

$$Pc = \frac{fv^3\gamma}{2g} - \frac{fv\gamma(v - c)^2}{2g}$$

oder:

$$Pc = \frac{fvc(2v - c)\gamma}{2g}$$

und hieraus ergibt sich für den Druck P , den die Reaktion des Wassers auf die der Ausflussöffnung gegenüberliegende Gefäßwand ausübt:

$$1) \dots P = \frac{fv\gamma(2v - c)}{2g}$$

Wird das Gefäß nicht bewegt, so ist $c = 0$ und es folgt unmittelbar:

$$2) \dots P = \frac{fv^2\gamma}{g} = 2fh\gamma$$

was mit dem oben erwähnten Gesetz übereinstimmt.

so erhält man nach der theoretischen Formel:

$$P = 2 \cdot \frac{v_1^2}{2g} \cdot f_1 \gamma = 2 \cdot 0,96^2 \cdot 0,64 \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot f \gamma$$

oder:

$$P = 1,18 \frac{v^2}{2g} f \gamma,$$

also ziemlich dasselbe, was die Versuche gegeben haben.

Bei einer nach dem kontrahierten Wasserstrahle geformten Mündung wurde

$$P = 1,73 \frac{v^2}{2g} f \gamma,$$

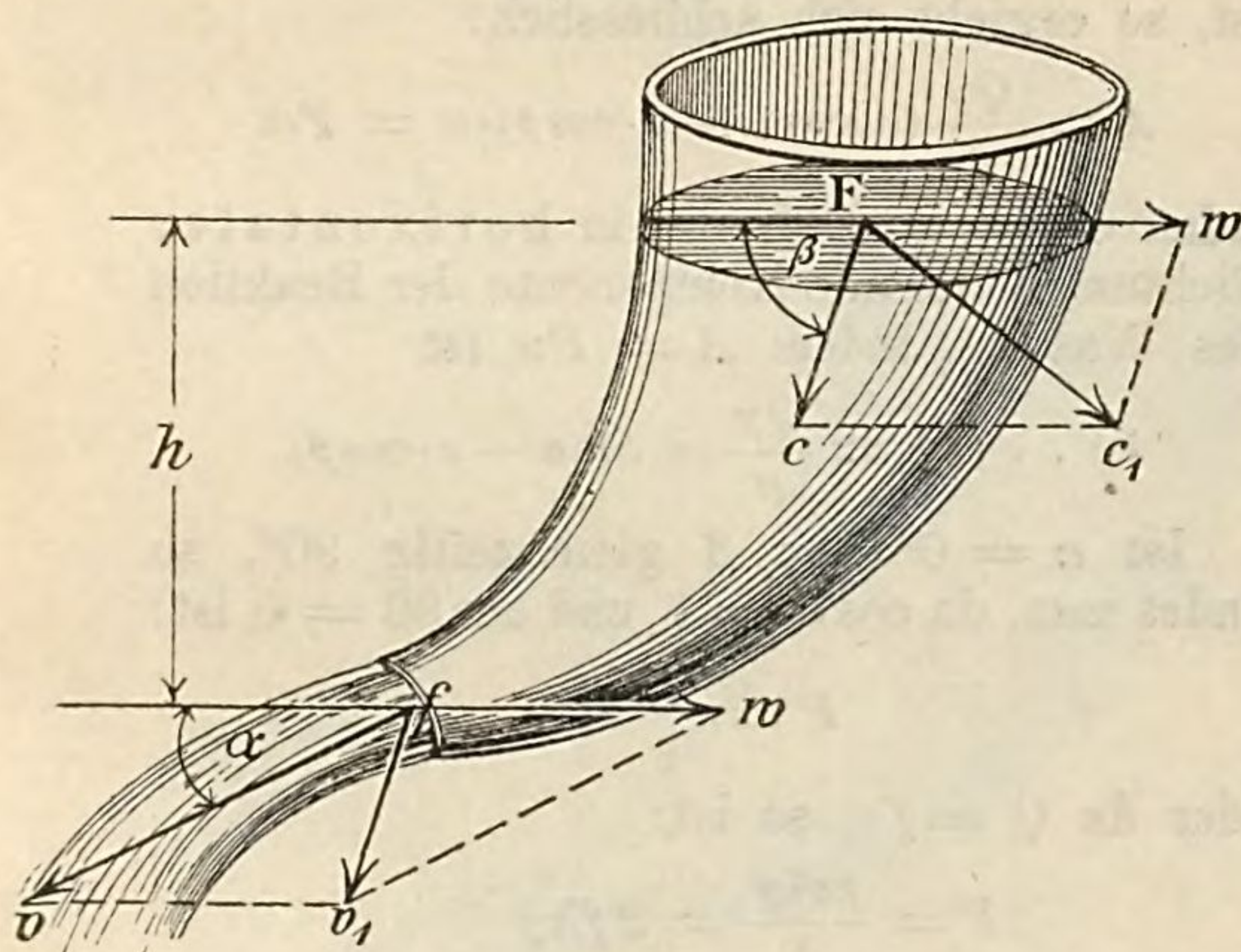
der Ausfluss- oder Geschwindigkeitskoeffizient aber = 0,94 gefunden. Da hier $f_1 = f$ und $v_1 = 0,94 v$, so hat man theoretisch:

$$P = 2 \cdot 0,94^2 \frac{v^2}{2g} f \gamma = 1,77 \frac{v^2}{2g} f \gamma$$

also wieder eine gute Uebereinstimmung.

Frage 250. Wie lautet der von Weisbach gegebene, auch für beliebig gerichtete Wasserstrahlen gültige allgemeine Beweis des vorstehenden Gesetzes?

Figur 135.



Antwort. Es sei v die Geschwindigkeit des durch die Mündung f ausfließenden Wassers, c die relative Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche F und h die Druckhöhe in der Ausmündung, dann ist:

$$\frac{v^2}{2g} = h + \frac{c^2}{2g}$$

und die sekundliche Ausflussmenge:

$$Q = f v = F c$$

Denken wir uns das Gefäß (s. Fig. 135) mit einer Geschwindigkeit w horizontal gleichförmig fortgehend, so ist die absolute Geschwindigkeit c_1 , womit das Wasser bei F eintritt, wenn β den Winkel bezeichnet, um den c von der Bewegungsrichtung des Gefäßes abweicht, nach dem Gesetz des Kräfteparallelogramms (siehe R. Klimpert, Lehrbuch der Statik):

$$c_1^2 = c^2 + w^2 - 2 c w \cdot \cos \beta$$

Ebenso erhält man für die absolute Geschwindigkeit v_1 , womit das Wasser bei f ausströmt, wenn hier α der Winkel ist, um welchen die Richtung der Ausflussgeschwindigkeit v von der Bewegungsrichtung des Gefäßes abweicht:

$$v_1^2 = v^2 + w^2 - 2 v w \cdot \cos \alpha$$

Nun ist das Arbeitsvermögen des Wassers vor dem Ausfluss:

$$A_1 = \left(\frac{c_1^2}{2g} + h \right) Q \gamma$$

wenn man mit Q die pro Sekunde durchfließende Wassermenge und mit γ deren

Erkl. 277. In den 1638 veröffentlichten Discorsi von Galilei wird zu Beginn des sechsten Dialoges, der von der Kraft des Stosses handelt, der folgende Versuch beschrieben, den Galilei ersonnen hatte, um zu erkennen, welchen Anteil die Geschwindigkeit an der Stosswirkung eines fallenden Körpers habe.

Ein Wagebalken von hinreichender Stärke und gegen 2 m Länge wurde an dem einen Ende mit zwei über einander befindlichen Eimern belastet (siehe Figur 136); der obere Eimer war mit Wasser gefüllt und mit einer verschliessbaren Bodenöffnung versehen, der untere leer. Am andern Ende des Wagebalkens war ein Gegengewicht aus Stein und anderem schweren Material angebracht, so dass Gleich-

spez. Gewicht bezeichnet oder für c_1 den oben gegebenen Wert einsetzt:

$$A_1 = \left(\frac{c^2 + w^2 - 2cw \cdot \cos \beta}{2g} + h \right) \cdot Q\gamma$$

dagegen ist das Arbeitsvermögen des Wassers nach dem Ausfluss:

$$A_2 = \frac{v_1^2}{2g} \cdot Q\gamma$$

oder für v_1^2 den oben gegebenen Wert eingesetzt:

$$A_2 = \left(\frac{v^2 + w^2 - 2vw \cdot \cos \alpha}{2g} \right) Q\gamma$$

Daher ist die dem Wasser entzogene und auf das Gefäß übertragene Arbeitsmenge:

$$A = A_1 - A_2$$

oder:

$$A = \left(h + \frac{c^2 + w^2 - 2cw \cdot \cos \beta - v^2 - w^2 + 2vw \cdot \cos \alpha}{2g} \right) Q\gamma$$

oder:

$$A = \left(h - \frac{v^2 - c^2 - 2w(v \cdot \cos \alpha - c \cdot \cos \beta)}{2g} \right) Q\gamma$$

gewicht hergestellt war. Galilei erwartete, dass beim Ausfliessen des Wassers aus dem obern in das untere Gefäß ein dauernder Ausschlag erfolgen würde, da das fallende Wasser einen beständigen Stoss gegen das untere Gefäß ausübte; durch Vermehrung des Gegengewichts auf der andern Seite sollte dann von neuem Gleichgewicht hergestellt und dadurch die Stärke des Stosses gemessen werden.

Der Erfolg war ein unerwarteter. Bei Beginn des Ausfliessens trat eine Neigung der Wage nach der Seite des Gegengewichts ein, sobald das Wasser aber das untere Gefäß erreicht hatte, stellte sich das frühere Gleichgewicht wieder her. Galilei schloss hieraus, dass die Kraft des Stosses dem Gewichte des Wassers gleich sein müsse, welches zwischen beiden Gefässen gerade im Fallen begriffen sei, dessen Druck also weder am obern noch am untern Gefässe zur Wirkung komme. Doch wird dieser Schluss hinterher wieder aufgehoben, indem dargethan wird, dass die Kraft des Stosses mit dem Druck eines ruhenden Gewichtes unvergleichbar sei.

In E. Machs Mechanik wird gezeigt, dass auf der Seite der Gefässe eine Druckverminderung stattfindet, die aus zwei Teilen besteht, erstlich aus dem Reaktionsdruck des ausfliessenden Strahles auf das obere Gefäß, zweitens aus dem Gewicht des in der Luft schwebenden Strahles. Andererseits bewirkt das Fallen des Wassers auf das untere Gefäß eine Druckvermehrung. Die Rechnung ergibt, dass diese drei Ursachen sich gegenseitig aufheben.

Denken wir uns beide Gefässe einander ganz nahe, so dass das in der Luft schwebende Wasser kein namhaftes Gewicht hat und durch den freien Fall keine namhafte Beschleunigung erfährt, so handelt es sich nur um den dynamischen Druck und um den Reaktionsdruck,

Da nun aber:

$$\frac{v^2 - c^2}{2g} = h$$

ist, so ergibt sich schliesslich:

$$A = \frac{Q\gamma}{g} (v \cdot \cos \alpha - c \cdot \cos \beta) \cdot w = Pw$$

daher erhält man für die in horizontaler Richtung wirkende Komponente der Reaktion des Wassers, indem $A = Pw$ ist

$$3) \dots P = \frac{Q\gamma}{g} (v \cdot \cos \alpha - c \cdot \cos \beta)$$

Ist $\alpha = 0^\circ$ und β gleichzeitig 90° , so findet man, da $\cos 0 = 1$ und $\cos 90 = 0$ ist:

$$P = \frac{Q\gamma}{g} \cdot v$$

oder da $Q = fv$, so ist:

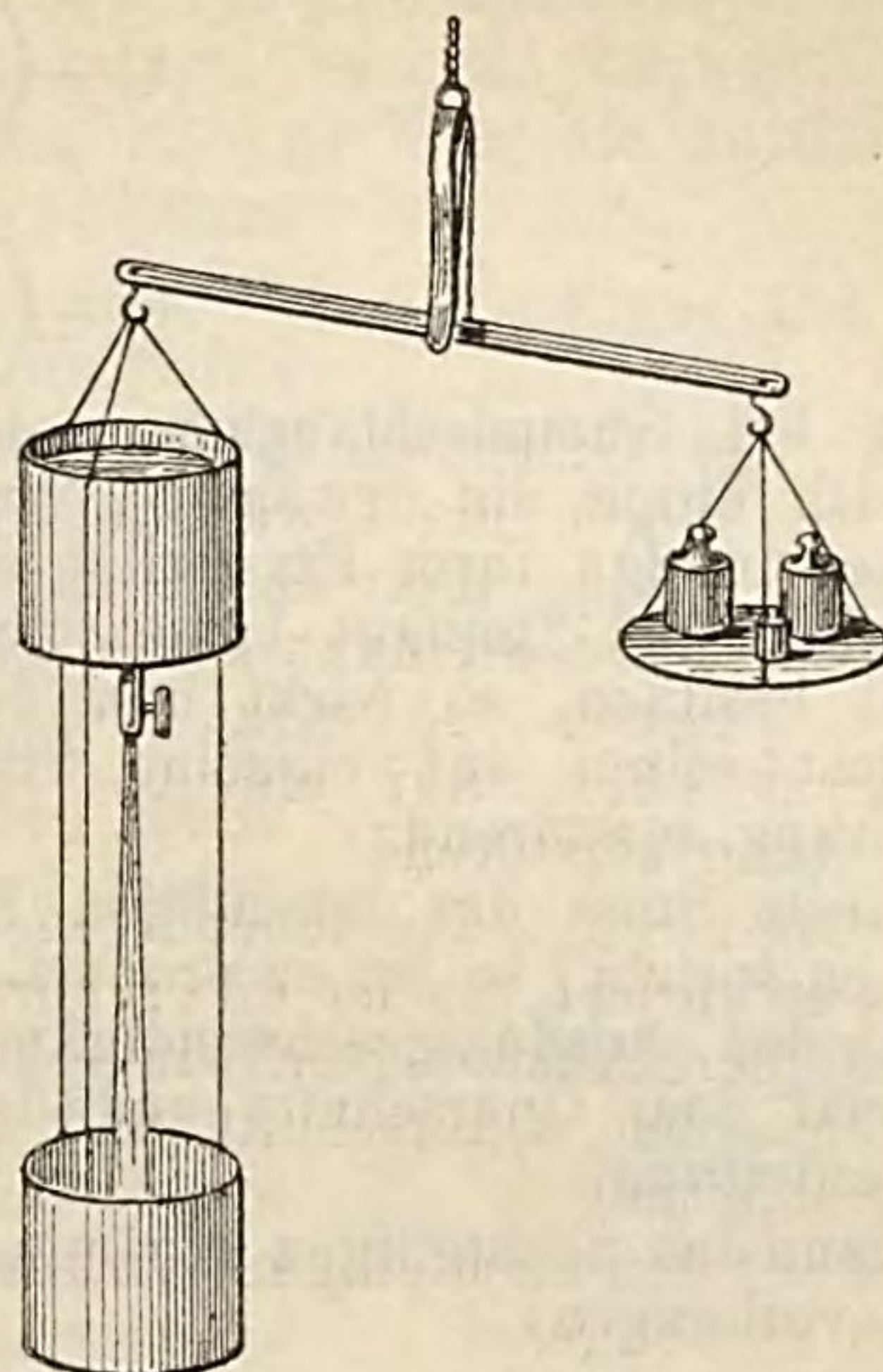
$$P = \frac{fv^2\gamma}{g} = 2fh\gamma$$

[siehe die obige Gleichung 2)].

welche in diesem Fall einander gleich aber entgegengesetzt gerichtet sind und somit keine Bewegung veranlassen können. Befinden sich beide Gefässe entfernter von einander, so kann das Gewicht der in der Luft schwebenden Wassersäule nicht mehr vernachlässigt werden; dafür ist aber auch der dynamische Druck grösser, weil das Wasser durch den freien Fall eine Beschleunigung erfahren hat. Und weil das Gleichgewicht erhalten bleibt, so muss der hierdurch bewirkte Teil des Druckes allemal gleich dem Gewichte der in der Luft schwebenden Wassersäule sein.

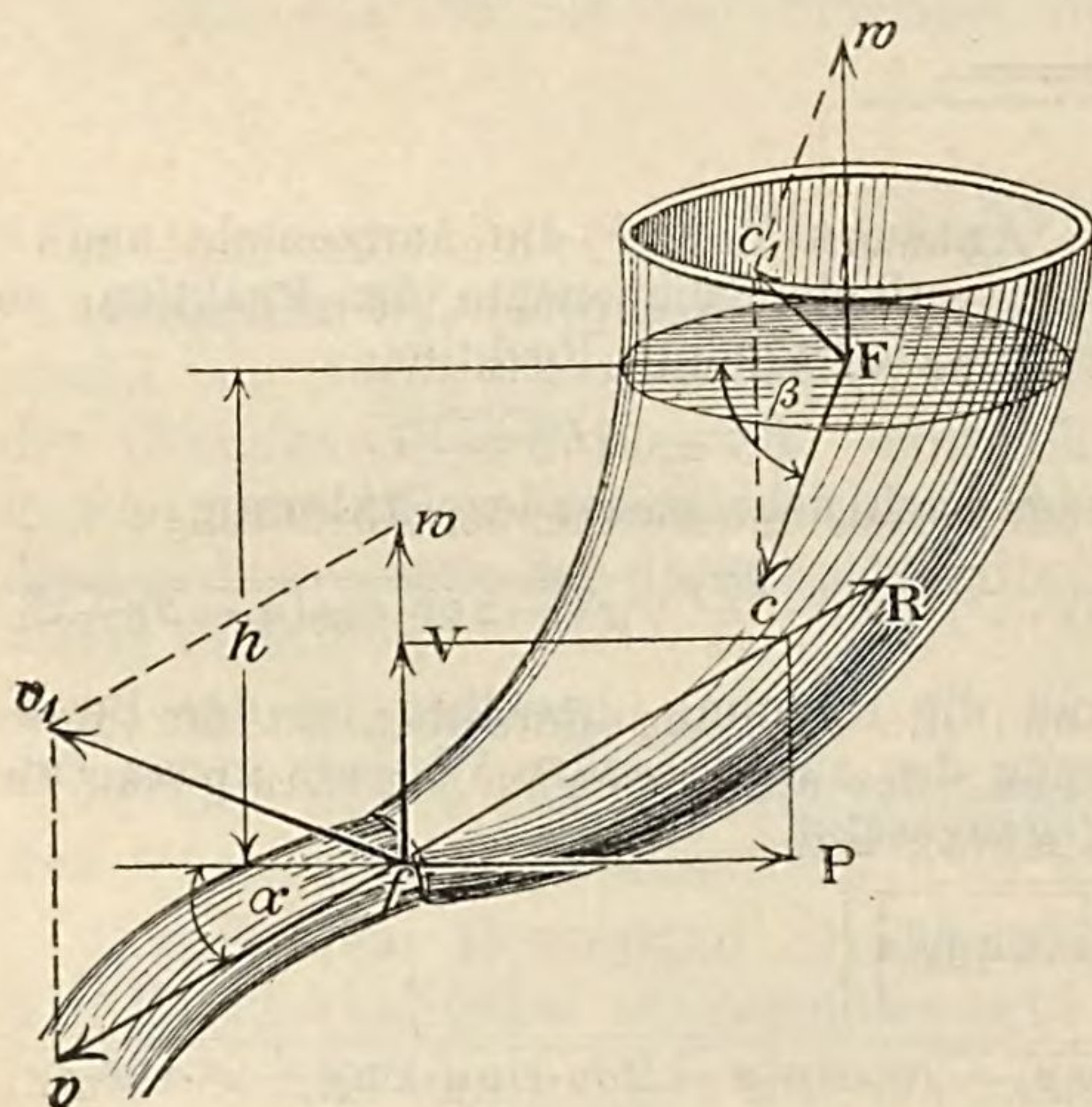
Den Ausschlag bei Beginn des Versuchs kann man am besten beobachten, wenn man die Oeffnung des Gefässes durch Abbrennen eines Fadens bewirkt. Eine Zerstreuung des Wassers durch Emporspritzen aus dem untern Gefässe vermeidet man durch Einsetzen eines trichterförmigen Ringes.

Figur 136.



Frage 251. Welchen Wert erhält man in analoger Weise für die vertikale Komponente der Reaktion?

Figur 137.



Erkl. 278. Eine Reaktion des Wassers nebst ihren nachteiligen Folgen tritt auch häufig in Wasserleitungsröhren auf, sobald die Ausflussöffnung plötzlich abgeschlossen wird. Das in Bewegung befindliche Wasser wird hierdurch plötzlich aufgehalten und es entsteht ein Stoss, ähnlich dem, welcher durch aufgehaltene bewegte feste Körper erzeugt wird, nur mit dem Unterschiede, dass sich derselbe, nach dem hydrostatischen Gesetze von der allseitigen Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten, sofort nach allen Richtungen auf die Röhrenwände äussert. Man kann diese Druckfortpflanzung

Antwort. Denkt man sich das Ausflussgefäss (s. Fig. 137) mit einer Geschwindigkeit w senkrecht aufwärts bewegt, so hat man für die absolute Geschwindigkeit des eintretenden Wassers, wenn die Winkel wieder wie oben bezeichnet werden:

$$c_1^2 = c^2 + w^2 - 2cw \cdot \cos(90 - \beta)$$

oder:

$$c_1^2 = c^2 + w^2 - 2cw \cdot \sin \beta$$

und dagegen für die des ausfliessenden:

$$v_1^2 = v^2 + w^2 - 2vw \cdot \cos(90 - \alpha)$$

oder:

$$v_1^2 = v^2 + w^2 - 2vw \cdot \sin \alpha$$

Es ist hiernach das Arbeitsvermögen des Wassers in der Oberfläche F :

$$A_1 = \left(\frac{c_1^2}{2g} + h \right) Q\gamma$$

oder für c_1^2 den obigen Wert eingesetzt:

$$A_1 = \left(\frac{c^2 + w^2 - 2cw \cdot \sin \beta}{2g} + h \right) Q\gamma$$

dagegen ist das Arbeitsvermögen des aus f abfliessenden Wassers:

$$A_2 = \frac{v_1^2}{2g} Q\gamma$$

oder den entsprechenden Wert für v_1^2 eingesetzt:

$$A_2 = \frac{v^2 + w^2 - 2vw \cdot \sin \alpha}{2g} Q\gamma$$

folglich ist die mechanische Arbeit, welche das Wasser dem Gefässe mitgeteilt hat:

$$A = A_1 - A_2$$

oder:

$$A = \left(h + \frac{c^2 + w^2 - 2cw \cdot \sin \beta - v^2 - w^2 + 2vw \cdot \sin \alpha}{2g} \right) Q\gamma$$

oder:

$$A = \left(h - \frac{v^2 - c^2 - 2w(v \cdot \sin \alpha - c \cdot \sin \beta)}{2g} \right) Q\gamma$$

sehr gut bei Gummischläuchen wahrnehmen, welche sich durch die erwähnte Wirksamkeit des Stosses infolge ihrer Elastizität erweitern. Da Gusseisen und Steingut keine solche Nachgiebigkeit besitzen, so wirkt hier der Stossdruck nicht selten auf einzelne Stücke der Röhrenleitung zerstörend.

Da dieser Stoss der lebendigen Kraft des Wassers entspricht, so ist er proportional dem Quadrate der Ausflussgeschwindigkeit, sowie proportional dem Querschnitt und der Länge der Röhrenleitung.

Man kann den nachteiligen Wirkungen dieser Reaktion vorbeugen:

a) durch recht langsames Schliessen der Ausflussöffnung,

b) durch eine federnde, sich nach aussen öffnende Klappe in der Nähe der Ausflussöffnung oder am besten

c) durch Einschalten eines Windkessels; durch die in demselben enthaltene sehr elastische Luft wird jeder Stoss von bedeutender Stärke verhindert.

oder da $\frac{v^2 - c^2}{2g} = h$ ist, so ist auch:

$$Vw \text{ oder } A = \frac{Q\gamma}{g} (v \cdot \sin \alpha - c \cdot \sin \beta) w$$

und demnach ist die entsprechende vertikale Komponente der Reaktion:

$$4) \dots V = \frac{Q\gamma}{g} (v \cdot \sin \alpha - c \cdot \sin \beta)$$

Frage 252. Wie gross ist daher die vollständige Reaktion des Wassers und welches ist ihre Richtung?

Antwort. Ist P die horizontale und V die vertikale Komponente der Reaktion, so ist die vollständige Reaktion:

$$R = \sqrt{P^2 + V^2}$$

oder nach nebenstehender Erklärung:

$$5) \dots R = \frac{Q\gamma}{g} \sqrt{v^2 - 2cv \cdot \cos(\alpha - \beta) + c^2}$$

und die Richtung derselben ist der Bewegung des ausfliessenden Wassers genau entgegengesetzt.

Erkl. 279.

$$R = \sqrt{\frac{Q^2 \gamma^2}{g^2} \left[(v \cdot \cos \alpha - c \cdot \cos \beta)^2 + (v \cdot \sin \alpha - c \cdot \sin \beta)^2 \right]}$$

$$R = \frac{Q\gamma}{g} \sqrt{(v^2 \cdot \cos^2 \alpha + c^2 \cdot \cos^2 \beta - 2cv \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta) + (v^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2cv \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + c^2 \cdot \sin^2 \beta)}$$

oder:

$$R = \frac{Q\gamma}{g} \sqrt{v^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2cv (\sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta)) + c^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta)}$$

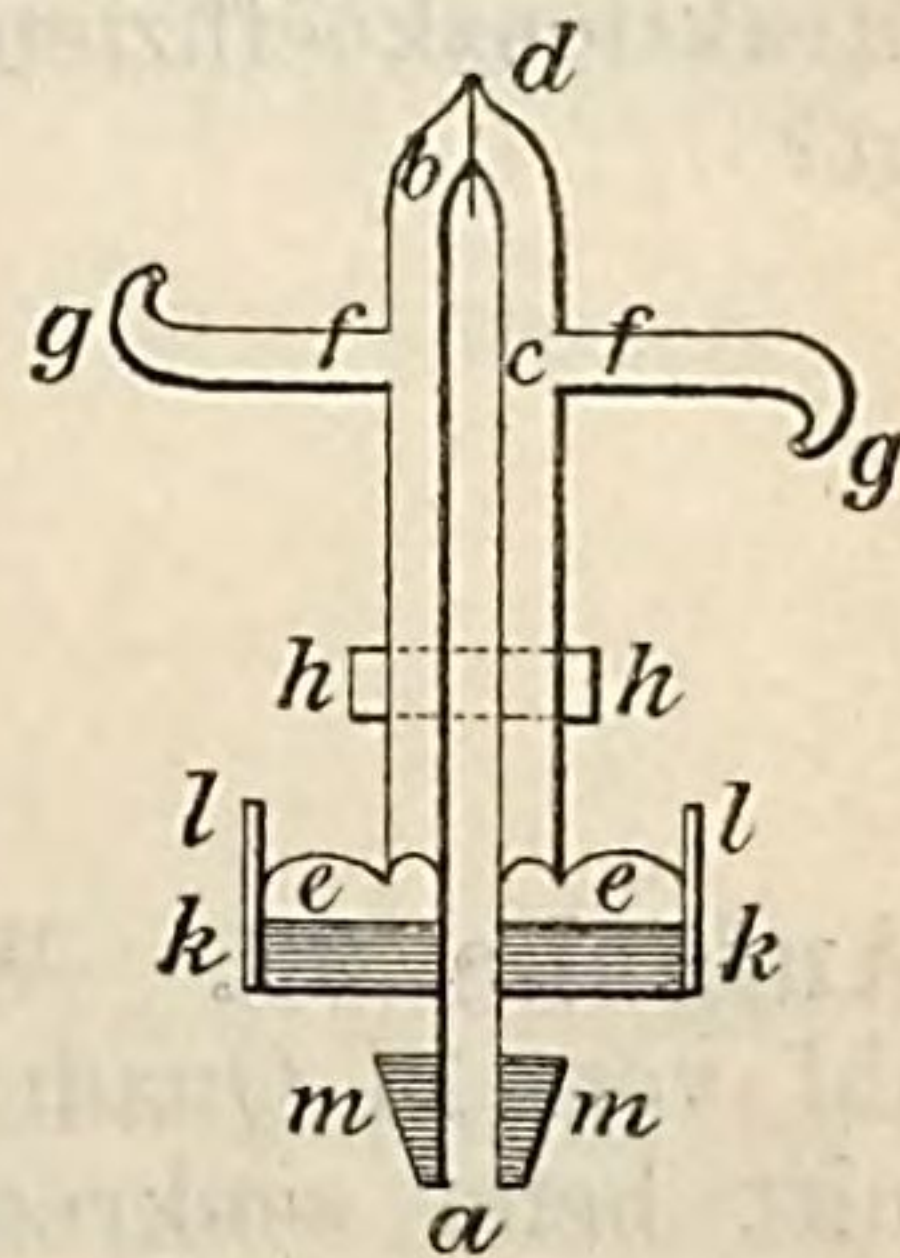
oder:

$$R = \frac{Q\gamma}{g} \sqrt{v^2 - 2cv \cdot \cos(\alpha - \beta) + c^2}$$

Anmerkung 11. Zur Darstellung verschiedener Reaktionserscheinungen giebt Sondhaus (Pogg. Ann., Bd. 82) folgenden Apparat (siehe Figur 138) an. Die Glasröhre ab ist an dem Ende b durch Ausziehen vor der Glasbläserlampe verengt und mit einer eingeschmolzenen oder eingekitteten Nadelspitze bd versehen, unterhalb deren, bei c , die Röhre eine Oeffnung hat. Auf der Spitze bd schwebt eine weitere Glas-

röhre ef . In den zwei entgegengesetzten Punkten ff derselben sind zwei gleichlange, enge Röhren fg eingesetzt, deren Enden nach entgegengesetzten Seiten umgebogen und auf 1 bis 2 mm verengt sind. Die untere Oeffnung der weitem Röhre wird durch Quecksilber abgesperrt, welches man in eine über die mittlere Röhre ab gesteckte Holzschale lk giesst. Die weitere Röhre ist noch durch einen darum gelegten Metallring hh belastet, damit sie durch den Druck der einströmenden Flüssigkeits- oder Gasmasse nicht emporgehoben wird. Man setzt diesen Apparat nun mittels des Pfropfens mm auf den Wasser- resp. Gasbehälter, dessen Inhalt man als bewegende Kraft benutzen will. Das Wasser oder Gas geht durch die mittlere Röhre ab und die Oeffnung c , erfüllt den durch Quecksilber abgesperrten Raum zwischen der mittlern und der weitem Röhre und treibt, indem es aus den nach der Seite gebogenen Spitzen der beiden Arme fg austritt, diese nach der den Oeffnungen entgegengesetzten Richtung. Es reicht schon ein Wasserdruck von 10 bis 20 cm hin, um die bewegliche Röhre ziemlich rasch rotieren zu lassen, selbst dann, wenn der Apparat in einem tiefen Gefässe ganz unter Wasser gesetzt ist. Das Wasser rotiert hierbei, wie die darin liegenden Staubteilchen zeigen, in der entgegengesetzten Richtung.

Figur 138.



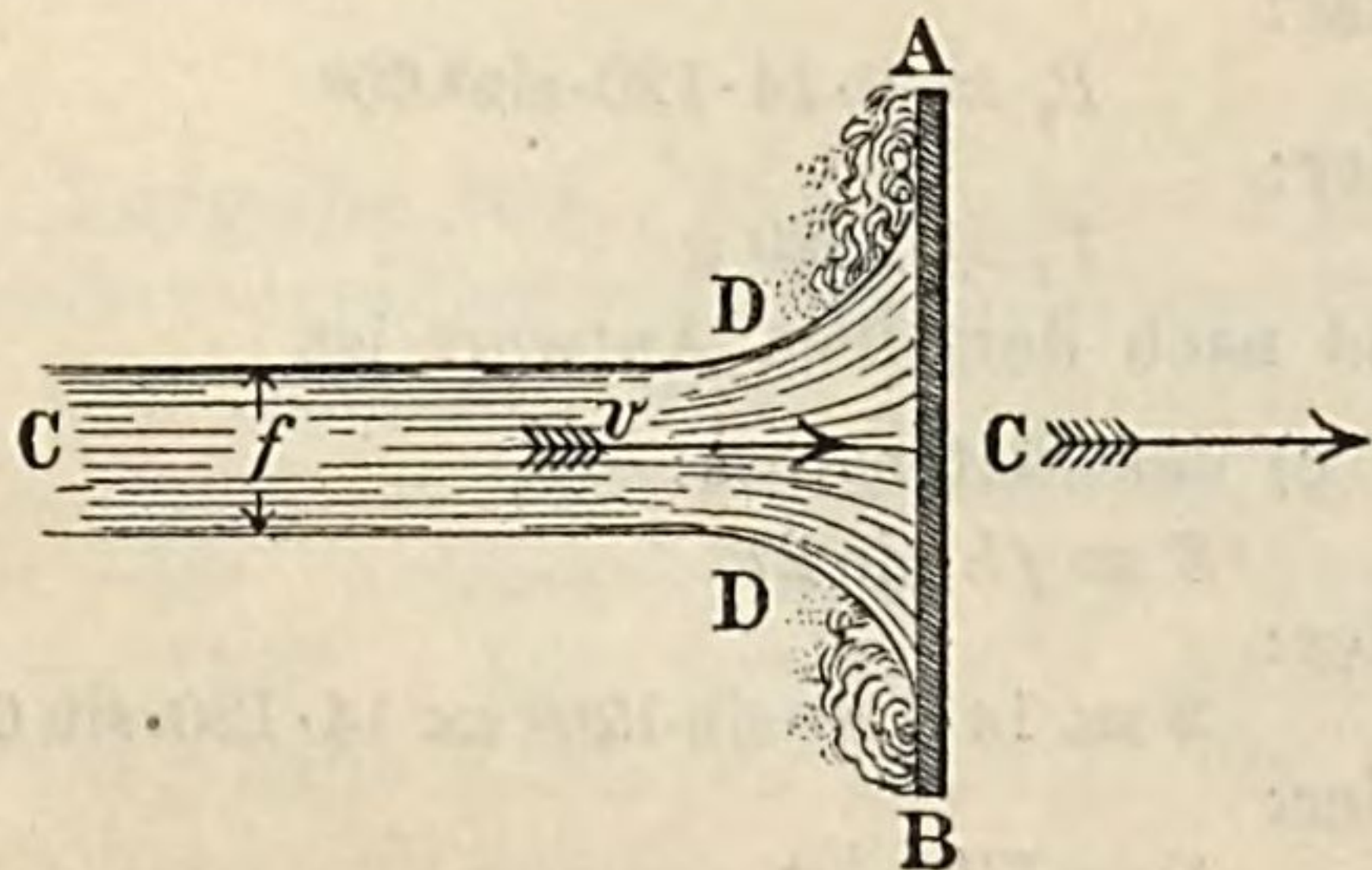
Noch leichter und rascher bewegt sich der Apparat, wenn man ihn mittels des Pfropfens auf den Hals einer Gasentwicklungsflasche oder eines Gasometers setzt; auch durch Anblasen mit dem Munde kann man denselben in rasche Rotationen versetzen. Lässt man ein brennbares Gas, z. B. Wasserstoffgas, durch den Apparat strömen, so kann man den Versuch noch dadurch interessanter machen, dass man das aus den Oeffnungen tretende Gas anzündet.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 97. Ein isolierter Wasserstrahl von 2 qcm Querschnitt stosse mit der Geschwindigkeit von 7 m senkrecht gegen eine ebene Wand; welchen hydraulischen Druck hat diese auszuhalten, wenn dieselbe:

- unbeweglich ist,
- dem Stosse des Wasserstrahles mit 2 m Geschwindigkeit ausweicht,
- sich dem stossenden Strahle mit 3 m Geschwindigkeit entgegenbewegt?

Figur 139.



Auflösung. a) Wenn $c = 0$, dann ist nach Antwort auf Frage 151 die Stosskraft:

$$P = \frac{Gv}{g}$$

oder da das Gewicht der pro Sekunde zum Stoss gelangenden Wassermasse:

$$G = f\gamma v = 2 \cdot 1 \cdot 700$$

oder:

$$G = 1400 \text{ g} = 1,4 \text{ kg}$$

beträgt, so ist:

$$P = \frac{1,4 \cdot 7}{9,81} = 1 \text{ kg}$$

b) Im zweiten Falle ist $c = -2$, also:

$$G = 2 \cdot 500 \text{ g} = 1 \text{ kg}$$

also:

$$P = \frac{1(7 - 2)}{9,81} = 0,51 \text{ kg}$$

c) Im dritten Falle ist:

$$G = 2 \cdot 1000 \text{ g} = 2 \text{ kg}$$

$$P = \frac{2(7 + 3)}{9,81} = 2,04 \text{ kg}$$

Aufgabe 98. Welchen Druck übt ein isolierter Wasserstrahl aus, der bei 1,3 m Druckhöhe aus einer Oeffnung von $2\frac{1}{4}$ cm Durchmesser senkrecht gegen eine feste Wand stösst, wenn der Kontraktionskoeffizient $\alpha = 0,64$ beträgt?

Auflösung. Nach Antwort auf Frage 151 ist, $\gamma = 1$ gesetzt, der Druck $P = 2fh\alpha$ oder die gegebenen Zahlenwerte in Centimetern eingesetzt:

$$P = 2 \cdot \frac{9 \cdot 9 \cdot 3,14}{8 \cdot 8} \cdot 130 \cdot 0,64$$

oder:

$$P = 661,284 \text{ Gramm.}$$

Aufgabe 99. Wenn ein Wasserstrahl von 14 Quadratcentimeter Querschnitt beim senkrechten Stoss gegen eine ebene Fläche einen Druck von 3140 Gramm ausübt, welcher Druckhöhe entspricht dann seine Geschwindigkeit?

Auflösung. Nach Formel $P = 2fh\gamma$ ist:

$$h = \frac{P}{2f\gamma}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$h = \frac{3140}{2 \cdot 14} = 112,2 \text{ cm}$$

Aufgabe 100. Ein isolierter Wasserstrahl von 14 □ cm Querschnitt und 120 cm Druckhöhe stösst unter einem Winkel von 60° gegen eine ebene Fläche. Wie gross ist:

- der Normalstoss N ,
- der Parallelstoss P_1 und
- der Seitenstoss S ?

d) Wenn nun durch den Parallelstoss P_1 der gestossenen Fläche eine Geschwindigkeit von 30 cm erteilt worden ist, wie gross ist dann die von dieser Fläche aufgenommene Arbeit?

Auflösung. a) Nach Antwort auf Frage 154 ist der Normalstoss:

$$N = \frac{f\gamma v^2}{g} \cdot \sin \alpha$$

oder:

$$N = 2fh\gamma \cdot \sin \alpha;$$

da $\gamma = 1$, so ist:

$$N = 2 \cdot 14 \cdot 120 \cdot \sin 60^\circ$$

oder:

$$N = 2910 \text{ Gramm}$$

b) Nach Antwort auf Frage 155 ist:

$$P_1 = 2fh \cdot \sin^2 \alpha$$

oder:

$$P_1 = 2 \cdot 14 \cdot 120 \cdot \sin^2 60^\circ$$

oder:

$$P_1 = 2520 \text{ g}$$

und nach derselben Antwort ist

c) der Seitenstoss:

$$S = fh \cdot \sin 2\alpha$$

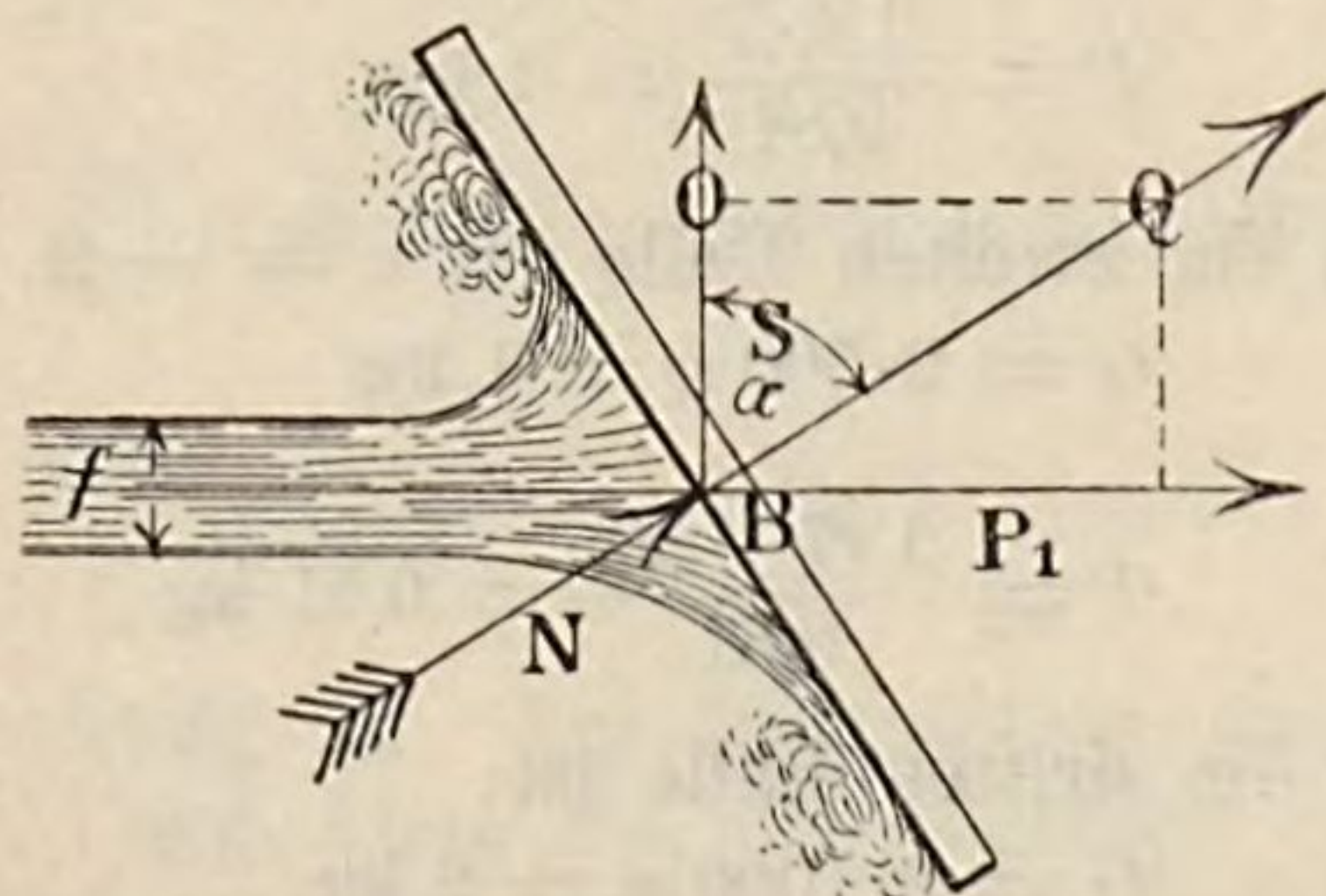
oder:

$$S = 14 \cdot 120 \cdot \sin 120^\circ = 14 \cdot 120 \cdot \sin 60^\circ$$

oder:

$$S = 1455 \text{ kg}$$

Figur 140.



Von der Richtigkeit der Rechnung kann man sich überzeugen, indem:

$$N^2 = P_1^2 + S^2$$

sein muss.

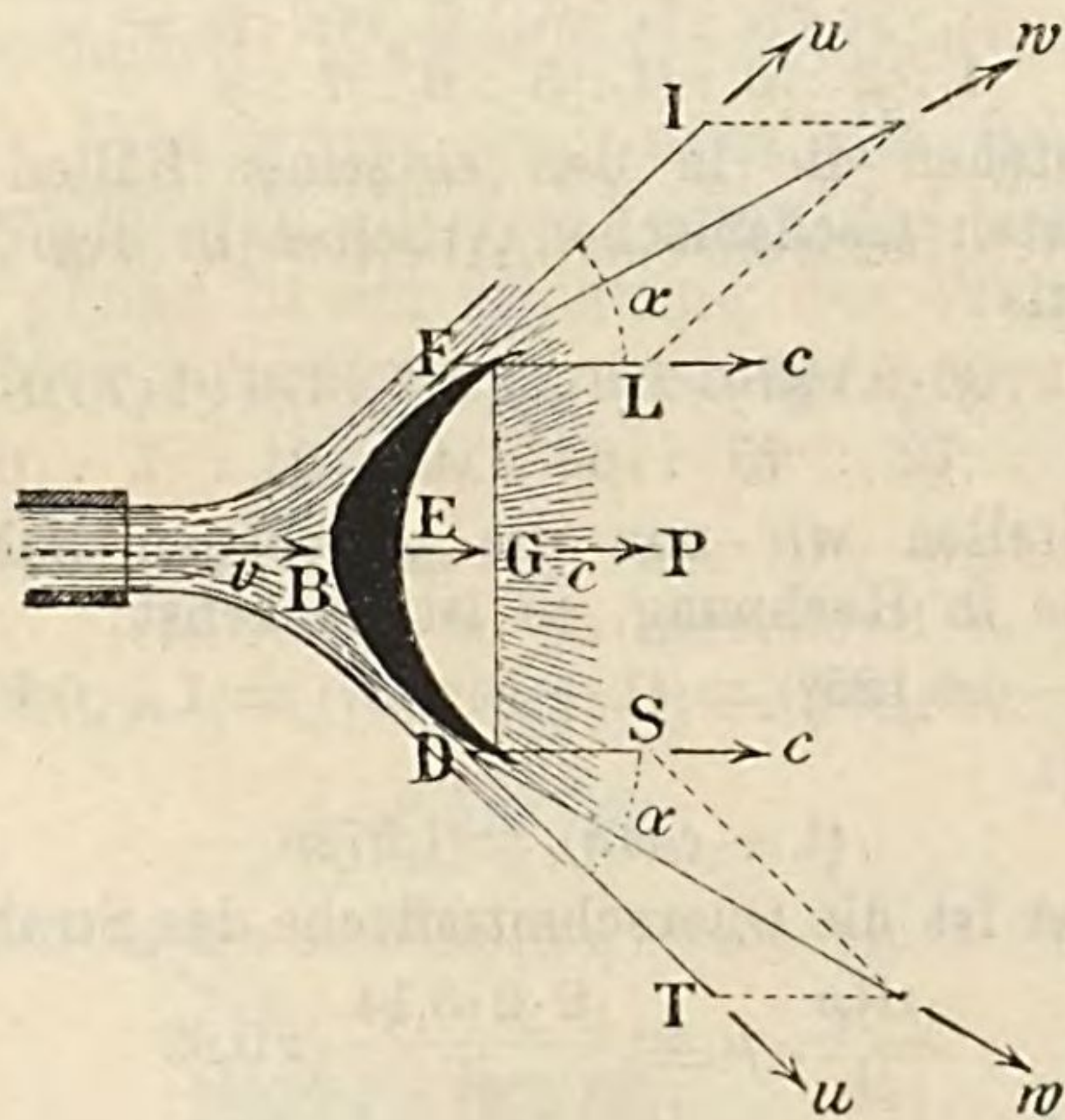
d) Da die erteilte Geschwindigkeit $c = 0,3$ m und die Stosskraft $P_1 = 2,52$ kg beträgt, so ist die auf die Fläche übergegangene mechanische Arbeit, nach Antwort auf Frage 157:

$$A = P_1 c = 0,3 \cdot 2,52 = 0,756 \text{ mkg}$$

Aufgabe 101. Wie gross ist der Stoss eines isolierten Wasserstrahles von $0,8$ cm Querschnitt bei $1,91$ m Druckhöhe gegen eine hohle Fläche, wenn jeder die Fläche verlassende Wasserfaden mit der Achsenrichtung den Winkel $\alpha = 134^\circ$ einschliesst. Wenn:

- die Fläche unbeweglich, oder
- dieselbe mit 2 m Geschwindigkeit sich
 - in der Richtung des Wasserstrahles,
 - in entgegengesetzter Richtung fortbewegt?

Figur 141.



Auflösung. a) Wenn die Geschwindigkeit der Fläche $c = 0$ ist, dann ist nach Antwort auf Frage 160 die Grösse des Wasserstosses:

$$P = (1 - \cos \alpha) \frac{v}{g} \cdot Q \gamma$$

Nun ist:

$$1 - \cos 134^\circ = 1 + \cos 46^\circ = 1 + 0,6947$$

ferner ist:

$$v = 4,429 \sqrt{1,91} = 6,12 \text{ m oder } 612 \text{ cm}$$

und die sekundlich zum Stosse gelangende Wassermenge $\gamma = 1$ gesetzt ist:

$$Q = 612 \cdot 0,8 = 489,6 \text{ Gramm,}$$

folglich ist:

$$P = 1,6947 \cdot \frac{612}{981} \cdot 489,6$$

oder:

$$P = 517,6 \text{ Gramm.}$$

b) α) Bewegt sich die Fläche mit 2 m Geschwindigkeit in der Richtung des Wasserstrahles fort, dann ist nach Antwort auf Frage 158 die Stosskraft:

$$P = 1,6947 \cdot \frac{612 - 200}{981} \cdot 489,6$$

oder:

$$P = 348,5 \text{ g}$$

β) Bewegt sich die Fläche in entgegengesetzter Richtung, dann ist:

$$P = 1,6947 \cdot \frac{612 + 200}{981} \cdot 489,6$$

oder:

$$P = 686,8 \text{ g}$$

Aufgabe 102. Eine konkave Fläche werde von einem isolierten Wasserstrahle in der Richtung ihrer Achse getroffen und die abfliessenden Wasserfäden bilden mit der Achsenrichtung den Winkel $\alpha = 125^\circ$. Die kreisrunde Ausflussöffnung habe 2 cm Durchmesser und den Ausflusskoeffizienten $\mu = 0,63$. Wenn

nun der Wasserstrahl eine Geschwindigkeit $v = 4 \text{ m}$ hat, wie gross ist dann:

α) die Stosskraft,

β) die von der Fläche aufgenommene mechanische Arbeit, wenn sich die Fläche in der Richtung des stossenden Wassers mit der Geschwindigkeit:

$$\text{a) } c = \frac{1}{8} v, \quad \text{b) } c = \frac{1}{4} v$$

$$\text{c) } c = \frac{3}{8} v, \quad \text{d) } c = \frac{2}{4} v$$

$$\text{e) } c = \frac{5}{8} v, \quad \text{f) } c = \frac{3}{4} v$$

$$\text{g) } c = \frac{7}{8} v, \quad \text{h) } c = v$$

bewegt.

Erkl. 280. Die Werte von P_1, P_2, P_3 etc. berechnen sich am einfachsten, wenn wir zunächst die konstante Grösse:

$$(1 - \cos \alpha) \frac{fv^2}{64g} = 1,5736 \cdot \frac{1,978 \cdot 400^2}{64 \cdot 981}$$

ausrechnen. Es ist:

$$\begin{aligned} \log 1,5736 &= 0,19689 \\ + \log 1,978 &= 0,29623 \\ + \log \frac{400^2}{64} &= 2500 = 3,39794 \\ &3,89106 \\ - \log 981 &= 2,99167 \\ \log k &= 0,89939 \end{aligned}$$

mithin $k = 7,932$.

Da wir in die Rechnung die Massgrössen in Centimeter, resp. Quadratcentimeter eingesetzt haben, und 1 ccm Wasser = 1 Gramm wiegt, so entspricht die konstante Grösse:

$$k = 7,932 \text{ ccm} = 7,932 \text{ g}$$

Erkl. 281. In Antwort auf Frage 170 wurde bemerkt, dass der Wasserstrahl die grösste mechanische Arbeit liefert, wenn die gestossene Fläche demselben mit der halben Geschwindigkeit des Wassers ausweicht. Wie aus der nebenstehenden Berechnung der Werte für $A_1, A_2 \dots$ ersichtlich ist, kann diese Regel nur so lange Geltung haben, als die Wassermenge Q , welche sekundlich zum Stoss gelangt, als konstant angesehen wird. Wenn wir aber, wie schon in Antwort auf Frage 162 betont wurde, bedenken, dass bei der Geschwindigkeit c der gestossenen Fläche nicht die Wassermenge $Q = fv$, sondern $Q = f(v - c)$ sekundlich zum Stosse gelangt, so wird mit der Zunahme von c bei unveränderlichem v die Kraft des Stosses abnehmen, woraus aber, weil diese Kraft bei Zunahme von c sekundlich auf einem grössern Wege wirkt, noch keineswegs folgt, dass auch die respekt. mechanischen Arbeiten abnehmen müssten. Dieselben werden vielmehr, wie neben-

Auflösung. Bezeichnen wir die Stosskräfte der Reihe nach mit $P_1, P_2, P_3 \dots$, so ist nach Antwort auf Frage 162:

$$P_1 = (1 - \cos \alpha) \frac{\left(v - \frac{1}{8} v\right)^2}{g} f$$

$$P_2 = (1 - \cos \alpha) \frac{\left(v - \frac{2}{8} v\right)^2}{g} f$$

$$P_3 = (1 - \cos \alpha) \frac{\left(v - \frac{3}{8} v\right)^2}{g} f \text{ u. s. f.}$$

oder es ist:

$$P_1 = (1 - \cos \alpha) \frac{49}{64} \frac{fv^2}{g}$$

$$P_2 = (1 - \cos \alpha) \frac{36}{64} \frac{fv^2}{g}$$

$$P_3 = (1 - \cos \alpha) \frac{25}{64} \frac{fv^2}{g} \text{ u. s. f.}$$

es verhalten sich demnach die Stosskräfte:

$$\begin{aligned} P_1 : P_2 : P_3 : P_4 : P_5 : P_6 : P_7 : P_8 &= \\ 49 : 36 : 25 : 16 : 9 : 4 : 1 : 0 &= \\ 7^2 : 6^2 : 5^2 : 4^2 : 3^2 : 2^2 : 1^2 : 0 & \end{aligned}$$

Da nun die geleistete mechanische Arbeit $Pc = \text{Weg mal Kraft}$ ist, und die Wege der Reihe nach $\frac{1}{8} v, \frac{2}{8} v, \frac{3}{8} v$ etc. betragen, also:

$$\begin{aligned} c_1 : c_2 : c_3 : c_4 : c_5 : c_6 : c_7 : c_8 &= \\ 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 & \end{aligned}$$

so stehen die in den einzelnen Fällen geleisteten mechanischen Arbeiten in dem Verhältnis:

$$\begin{aligned} 49 \cdot 1 : 36 \cdot 2 : 25 \cdot 3 : 16 \cdot 4 : 9 \cdot 5 : 4 \cdot 6 : 1 \cdot 7 : 0 \cdot 8 &= \\ 49 : 72 : 75 : 64 : 45 : 24 : 7 : 0 & \end{aligned}$$

Stellen wir nun die gegebenen Zahlenwerte in Rechnung, so ist zunächst:

$$(1 - \cos 125^\circ) = (1 + \cos 55^\circ) = 1 + 0,5736$$

oder:

$$(1 - \cos \alpha) = 1,5736$$

ferner ist die Querschnittsfläche des Strahles:

$$\frac{d^2 \pi}{4} \cdot \mu = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3,14}{4} : 0,63$$

oder:

$$f = 1,978 \text{ cm}$$

folglich ist nach Erkl. 280:

$$P_1 = 7,932 \text{ g} \cdot 49 = 388,668 \text{ g}$$

$$P_2 = 7,932 \text{ g} \cdot 36 = 285,552 \text{ g}$$

$$P_3 = 7,932 \text{ g} \cdot 25 = 198,300 \text{ g}$$

$$P_4 = 7,932 \text{ g} \cdot 16 = 126,912 \text{ g desgl.}$$

$$P_5 = 71,388 \text{ g}$$

$$P_6 = 31,728 \text{ g}$$

$$P_7 = 7,932 \text{ g}$$

$$P_8 = 0.$$

stehend ersichtlich, am grössten, wenn $c = \frac{1}{4} v$ bis $\frac{3}{8} v$ beträgt.

Nehmen wir z. B. $c = \frac{5}{16} v$, so ergibt sich unter Anwendung der der Rechnung zu Grunde gelegten Zahlenwerte für die sekundliche mechanische Arbeit sogar der Wert:

$$A = 29994 \text{ Zentimetergramm.}$$

Die resp. mechanischen Arbeiten ergeben sich, wenn wir die so erhaltenen Stosskräfte mit den beziehlichen Wegen 50, 100, 150 cm etc. multiplizieren. Es ist demnach:

$$A_1 = 388,668 \cdot 50 = 19433,4 \text{ cmg}$$

$$A_2 = 285,552 \cdot 100 = 28555,2 \text{ cmg}$$

$$A_3 = 198,300 \cdot 150 = 29745 \text{ cmg}$$

$$A_4 = 126,912 \cdot 200 = 25383 \text{ cmg desgl.}$$

$$A_5 = 17847 \text{ cmg}$$

$$A_6 = 9518 \text{ cmg}$$

$$A_7 = 2776 \text{ cmg}$$

Aufgabe 103. In ein auf eisernen Schienen stehendes, zum Teil mit Wasser gefülltes Wägelchen stösst ein cylindrischer Wasserstrahl von 8 mm Durchmesser und 1 m Geschwindigkeit so in das Wasser des Gefässes, dass die Achsenrichtung des Strahles mit der Bewegungsrichtung des Gefässes einen Winkel von $37 \frac{1}{2}^\circ$ bildet. Wenn nun hierdurch das Gefäss eine konstante Geschwindigkeit von 8 cm annimmt, wie gross ist dann:

a) die auf das Gefäss übergegangene mechanische Arbeit,

b) die Kraft, mit welcher das Gefäss in seiner Bewegungsrichtung durch das einströmende Wasser fortgetrieben wird?

c) Wie gross sind aber die beiden vorerwähnten Grössen, wenn das Gefäss sich genau in der Richtung des Wasserstrahles zu bewegen vermag?

Auflösung. a) Nach Antw. auf Frage 172 ist die gesuchte mechanische Arbeit:

$$A = \frac{(v \cdot \cos \alpha - c) c}{g} \cdot Q \gamma$$

oder da $\gamma = 1$ weggelassen und die sekundlich zum Stoss gelangende Wassermenge $Q = f(v - c)$ gesetzt werden kann, so ist

$$A = \frac{(v \cdot \cos \alpha - c) c (v - c) f}{g}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt, da $\cos 37 \frac{1}{2}^\circ = 0,7934$

$$A = \frac{(100 \cdot 0,7934 - 8) 8 (100 - 8) \cdot 0,5024}{981}$$

denn der Querschnitt des Strahles ist in Zentimetermass $f = 0,4^2 \cdot 3,14 = 0,5024$; oder es ist:

$$A = \frac{71,34 \cdot 8 \cdot 92 \cdot 0,5024}{981} = 26,89 \text{ cmg}$$

b) Da $A = Pc$ und $c = 8 \text{ cm}$ beträgt, so ist:

$$P = 26,89 : 8 = 336 \text{ g}$$

die Kraft, mit welcher das Gefäss in seiner Bewegungsrichtung fortgetrieben wird.

c) Vermag sich das Gefäss in der Richtung des Wasserstrahles fortzubewegen, dann ist nach Erkl. 206 die mechanische Arbeit:

$$A = \frac{Q}{g} c (v - c)$$

$$A = \frac{f (v - c)^2 c}{g}$$

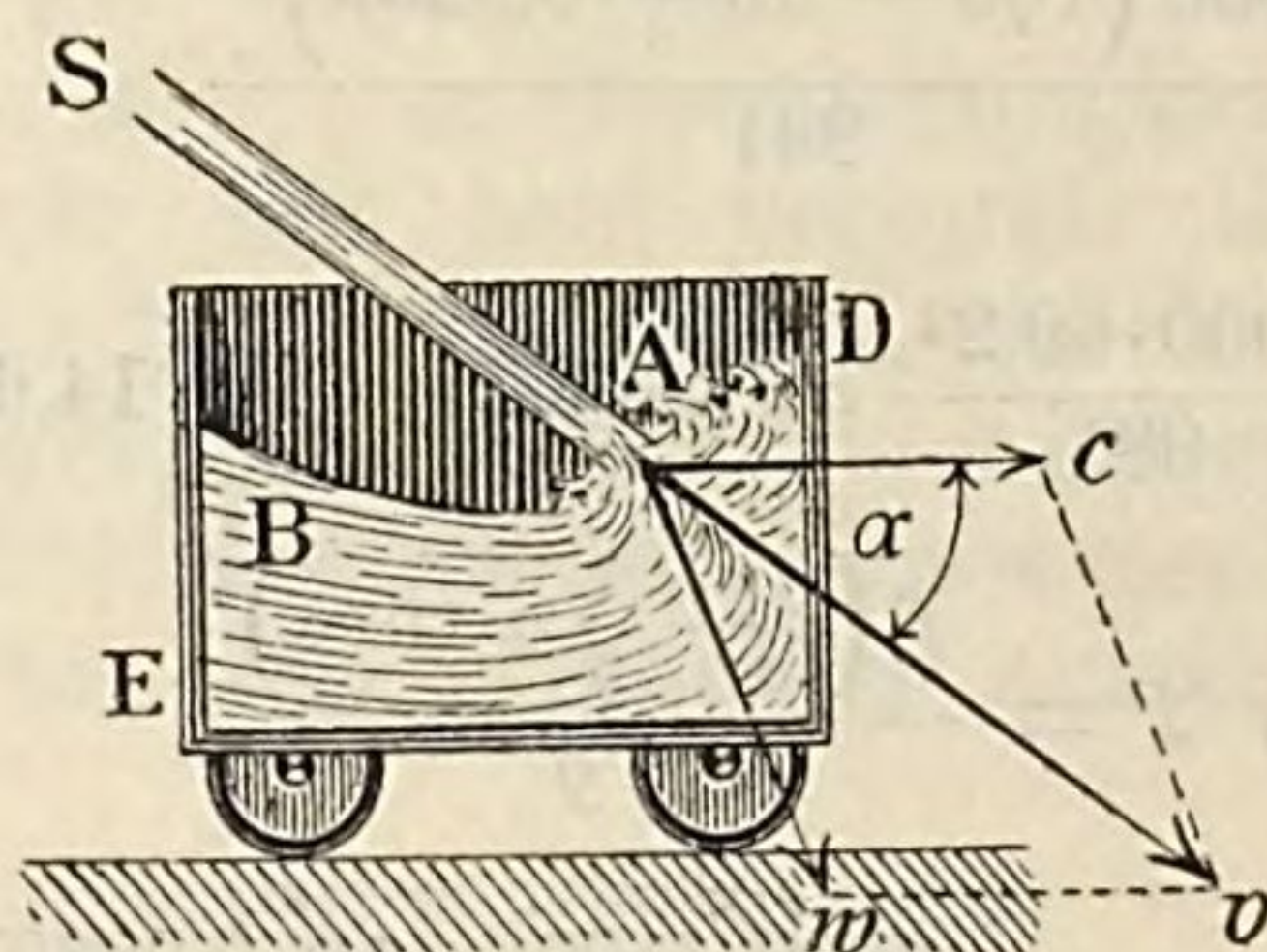
oder:

$$A = \frac{0,5024 \cdot 92^2 \cdot 8}{981} = 34,68 \text{ cmg}$$

und

$$P = 34,68 : 8 = 4,335 \text{ g}$$

Figur 142.



Aufgabe 104. Wie gross ist die Kraft des in einem Gerinne von 120 cm Breite, 25 cm hoch mit 1 m Geschwindigkeit fliessenden Wassers, wenn dasselbe gegen eine ebene, radial gestellte Schaufel von fast gleicher Breite stösst, wenn

a) die Schaufel stillsteht,

b) dieselbe sich in der Richtung des stossenden Wassers mit der Geschwindigkeit,

$$\alpha) c = \frac{1}{3} v,$$

$$\beta) c = \frac{1}{2} v \text{ fortbewegt,}$$

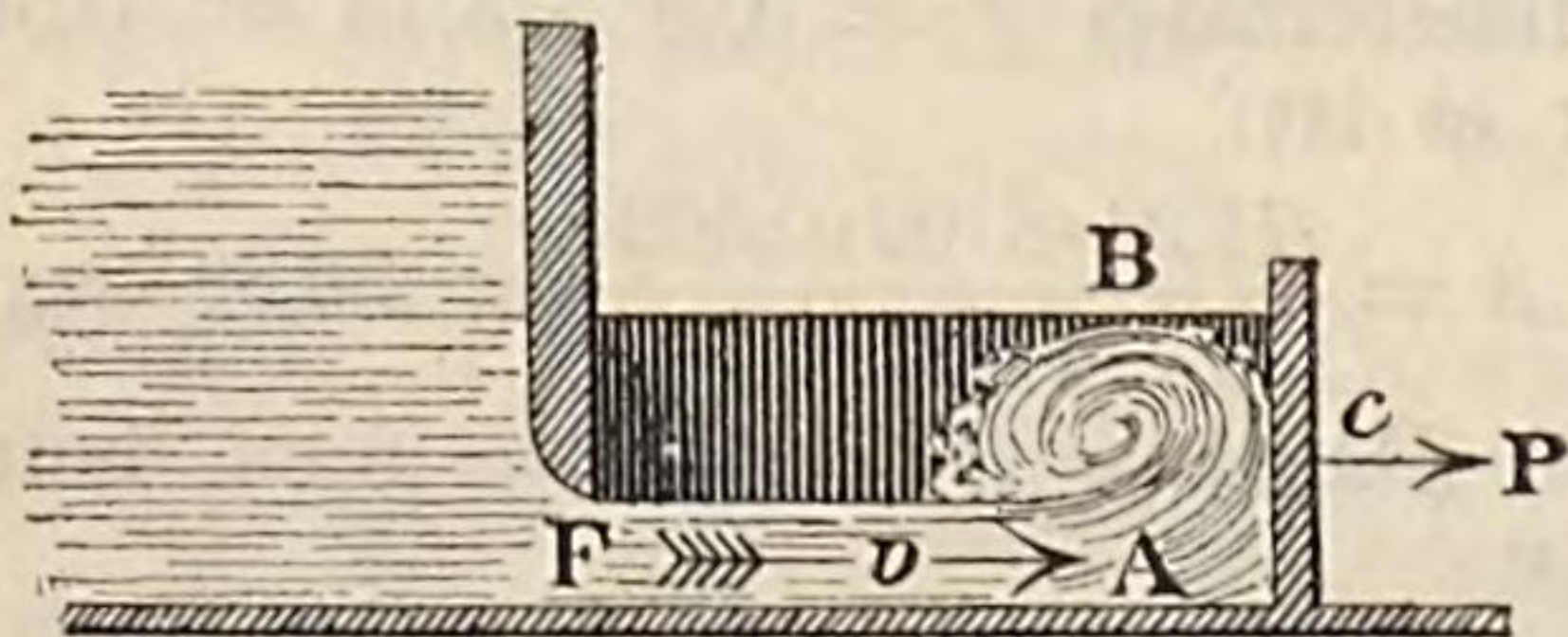
c) dieselbe in einer Richtung abweicht, welche um den Winkel $\alpha = 22\frac{1}{2}$ Grad von der ursprünglichen Richtung des Wassers abweicht und zwar mit einer Geschwindigkeit,

$$\alpha) \text{ von } c = \frac{1}{3} v,$$

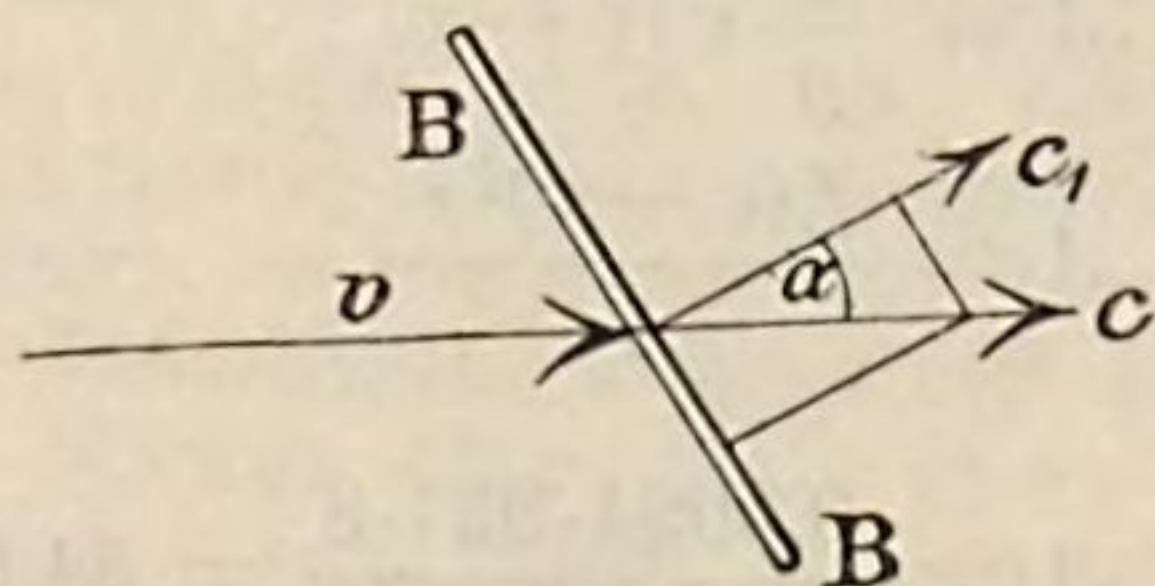
$$\beta) \text{ von } c = \frac{1}{2} v,$$

d) Wie gross ist in jedem der genannten Fälle die sekundliche Arbeitsleistung?

Figur 143



Figur 144.



Auflösung. a) Nach Antw. auf Frage 196 ist die Stosskraft bei ruhender Schaufel:

$$P = \frac{fv^2}{g}$$

oder für den vorliegenden Fall:

$$P = \frac{120 \cdot 25 \cdot 100 \cdot 100}{981}$$

oder:

$$P = 30580 \text{ g oder } 30,580 \text{ kg}$$

b) $\alpha)$ Nach Antwort auf Frage 194 ist:

$$P = \frac{f \left(v - \frac{1}{3} v \right)^2}{g} = \frac{4fv^2}{9g}$$

oder in Ziffern:

$$P = \frac{4 \cdot 3000 \cdot 10000}{9 \cdot 981} = 13590 \text{ g oder } 13,59 \text{ kg}$$

$$b) \beta) P = \frac{f \left(v - \frac{1}{2} v \right)^2}{g} = \frac{fv^2}{4g}$$

oder in Ziffern:

$$P = \frac{30000000}{3924} = 7645 \text{ g oder } 7,645 \text{ kg}$$

c) $\alpha)$ Ist die Geschwindigkeit $c = \frac{1}{3} v$, dann ist dieselbe in Richtung der Schaufel (siehe Figur 144):

$$c_1 = \frac{1}{3} v \cdot \cos \alpha$$

(siehe Antwort auf Frage 195) und hieraus ergibt sich für die Stosskraft:

$$P = \frac{f \left(v - \frac{1}{3} v \cdot \cos \alpha \right)^2}{g}$$

oder in Ziffern, da $\cos 22^\circ 30' = 0,9239$ beträgt:

$$P = \frac{3000 \left(100 - 33 \frac{1}{3} \cdot 0,9239 \right)^2}{981}$$

oder:

$$P = \frac{3000 \cdot 69,2^2}{981} = 14634 \text{ g oder } 14,634 \text{ kg}$$

$$c) \beta) P = \frac{f \left(v - \frac{1}{2} v \cdot \cos \alpha \right)^2}{g}$$

oder:

$$P = \frac{3000 \cdot (100 - 50 \cdot 0,9239)^2}{981}$$

oder:

$$P = \frac{3000 \cdot 53,8^2}{981} = 8851 \text{ g} \\ = 8,851 \text{ kg}$$

d) Um die in den einzelnen Fällen geleistete sekundliche Arbeit zu ermitteln, sind die ermittelten Werte für die Stosskraft mit den resp. Wegen zu multiplizieren, und so ist:

a) $A = 0$

b) $\alpha) A = 13,59 \cdot 0,33 = 4,53 \text{ mkg}$

b) $\beta) A = 7,645 \cdot 0,5 = 3,8225 \text{ mkg}$

c) $\alpha) A = 14,634 \cdot 0,308 = 4,5 \text{ mkg}$

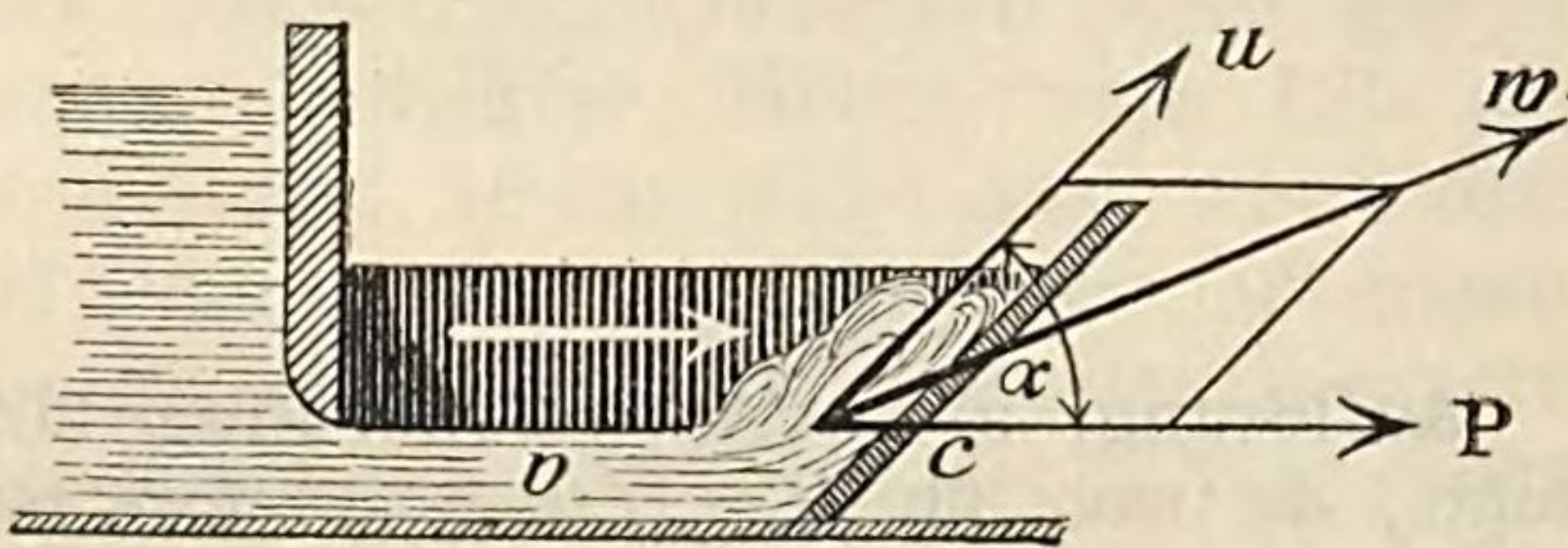
c) $\beta) A = 8,851 \cdot 0,462 = 4,09 \text{ mkg}$

Aufgabe 105. In dem Gerinne (siehe Figur 145) von 70 cm Breite fliesst das Wasser 16 cm hoch gegen eine ebene Fläche, welche mit dem Boden des Gerinnes einen Winkel von 42° bildet. Wie gross ist die Stosskraft des mit 2 m Geschwindigkeit fließenden Wassers, wenn

a) die Fläche stillsteht,

b) dieselbe sich mit der Geschwindigkeit $c = 75 \text{ cm}$ fortbewegt?

Figur 145.



Auflösung. a) Setzen wir in die in Antwort auf Frage 200 gegebene Formel:

$$P = (1 - \cos \alpha) \frac{v - c}{g} \cdot Q \gamma$$

für $Q = f(v - c)$ und $\gamma = 1$, so ist:

$$a) \dots P = (1 - \cos \alpha) \frac{f(v - c)^2}{g}$$

und wenn $c = v$, dann ist:

$$b) \dots P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{fv^2}{g}$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt:

$$P = (1 - 0,743) \cdot \frac{70 \cdot 16 \cdot 200^2}{981} = 11736 \text{ g oder } 11,736 \text{ kg}$$

b) Im zweiten Falle ist nach der obigen Formel a):

$$P = \frac{(1 - 0,743) \cdot 1120 \cdot 125^2}{981}$$

oder:

$$P = \frac{0,257 \cdot 1120 \cdot 125^2}{981} = 4585 \text{ g} = 4,585 \text{ kg}$$

Aufgabe 106. Mit welcher Kraft stösst ein Wasserstrahl von 6 cm Durchmesser und 3 m Geschwindigkeit gegen eine nur auf zwei gegenüberliegenden Seiten eingefasste Ebene, welche mit der Achsenrichtung des Strahles einen Winkel von 45° bildet und dem Stosse des Wassers mit 1,2 m Geschwindigkeit ausweicht?

Auflösung. Setzen wir in die in Antwort auf Frage 201 gegebene Formel 2) für $Q = f(v - c)$ ein, so ist die Stosskraft:

$$P = f \cdot \frac{(v - c)^2}{g} \cdot \sin^2 \alpha$$

oder die entsprechenden Zahlenwerte eingesetzt, da $\sin 45 = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$$P = \frac{9 \cdot 3,14 \cdot 180^2 \cdot 0,5}{981} = 458,4 \text{ g}$$

Aufgabe 107. Mit welcher Geschwindigkeit muss ein Wasserstrahl von 10 cm Durchmesser gegen eine ruhende ebene Fläche unter einem Winkel von 36° stossen, wenn derselbe 2 kg Druck ausüben soll und die Fläche

- a) an drei Seiten,
- b) an zwei gegenüberliegenden Seiten mit entsprechend hohen Leisten eingefasst ist?

Auflösung. a) Aus Gleichung b) in Auflösung der Aufgabe 105 ergibt sich für die Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{Pg}{f(1 - \cos \alpha)}}$$

oder da $f = 5,5 \cdot 3,14 = 78,5 \text{ cm}$ und $\cos 36^\circ = 0,809$ also $1 - \cos \alpha = 0,191$ ist

$$v = \sqrt{\frac{2000 \cdot 981}{78,5 \cdot 0,191}} = 361,7 \text{ cm}$$

b) Ist $c = 0$, dann erhält man aus der in der vorigen Auflösung benutzten Formel für:

$$v = \sqrt{\frac{Pg}{f \cdot \sin^2 \alpha}}$$

oder da $\sin 36 = 0,5878$ od. $\sin^2 36 = 0,3455$ beträgt:

$$v = \sqrt{\frac{2000 \cdot 981}{78,5 \cdot 0,3455}} = 269 \text{ cm}$$

Aufgabe 108. Welchen hydraulischen Druck äussert ein

a) unter einem Winkel $\alpha = 50^\circ$ gegen eine Ebene stossender Wasserstrahl, wenn derselbe bei 8 cm Durchmesser 3 m Geschwindigkeit besitzt, während die von jeder Einfassung freie Fläche dem stossenden Wasser mit 2 m Geschwindigkeit ausweicht?

b) Wie gross müsste unter sonst gleichen Umständen der Durchmesser des Strahles sein, wenn derselbe einen Druck von 2 kg ausüben soll?

c) Wenn aber derselbe Druck von 2 kg bei dem Wasserstrahle von 8 cm Durchmesser nur durch Veränderung der Geschwindigkeit des Wassers oder durch Veränderung der Geschwindigkeit der Fläche erzeugt werden soll, worin muss dann diese Veränderung bestehen?

Auflösung. a) Aus Antwort auf Frage 202 folgt, da man für $Q = f(v - c)$ einsetzen kann, der hydraulische Druck:

$$P = \frac{2 \cdot \sin^2 \alpha (v - c)^2 \cdot f}{(1 + \sin^2 \alpha) \cdot g}$$

nun ist $\log \sin \alpha = 9,88425$, mithin $\sin^2 \alpha = 0,5868$; ferner ist $f = 4 \cdot 4 \cdot 3,14 = 50,24 \text{ cm}$; folglich:

$$P = \frac{1,1736 \cdot 40000 \cdot 50,24}{1,5868 \cdot 981} = 1515 \text{ g}$$

b) Setzen wir in die vorige Formel:

$$f = \frac{1}{4} d^2 \pi$$

ein, und reduzieren wir dieselbe auf d , so ergibt sich:

$$d = \sqrt{\frac{4Pg \cdot (1 + \sin^2 \alpha)}{\pi \cdot 2 \cdot \sin^2 \alpha (v - c)^2}}$$

oder:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 2000 \cdot 981 \cdot 1,5868}{3,14 \cdot 1,1736 \cdot 40000}} = 9,192 \text{ cm}$$

c) In analoger Weise erhält man für:

$$v - c = \sqrt{\frac{Pg \cdot (1 + \sin^2 \alpha)}{2 \sin^2 \alpha \cdot f}}$$

oder:

$$v - c = \sqrt{\frac{2000 \cdot 981 \cdot 1,5868}{1,1736 \cdot 50,24}} = 230 \text{ cm}$$

d. h. es muss die Geschwindigkeit v entweder um 30 cm vergrößert oder c um ebensoviel vermindert werden.

Aufgabe 109. Welchen Druck hat eine rechteckige Fläche von 13,5 cm Höhe und 10 cm Breite in einem mit 72 cm Geschwindigkeit fließenden Wasser zu erleiden, wenn die Fläche vom Wasser winkelrecht getroffen wird und

- a) stillsteht,
- b) mit 30 cm Geschwindigkeit in der Richtung des fließenden Wassers,
- c) mit derselben Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung bewegt wird?

Auflösung. a) Nach Antw. auf Frage 205 ist:

$$P = \zeta \frac{v^2}{2g} f$$

oder da nach Erkl. 231 $\zeta = 1,86$, ferner $f = 135 \square \text{ cm}$ ist, so ist:

$$P = \frac{1,86 \cdot 72^2 \cdot 135}{1962} = 663 \text{ g}$$

b) Nach Antwort auf Frage 207 ist:

$$P = \frac{1,86 \cdot 42^2 \cdot 135}{1962} = 226 \text{ g}$$

oder:

$$\text{c) } \dots P = \frac{1,86 \cdot 102^2 \cdot 135}{1962} = 1332 \text{ g}$$

Aufgabe 110. a) Welchen Normalstoss übt unbegrenztes Wasser, welches mit 120 cm Geschwindigkeit fließt, gegen eine rechteckige Ebene von 120 cm Breite und 30 cm Höhe aus, wenn dieselbe unter einem Winkel $\alpha = 60^\circ$ gegen die Richtung des ankommenden Wassers geneigt und unbeweglich ist? Wie gross müsste unter sonst gleichen Verhältnissen

- b) Der Flächeninhalt f ,
 - c) die Geschwindigkeit v ,
 - d) der Winkel α sein,
- wenn der Normaldruck $N = 45 \text{ kg}$ betragen sollte?

Auflösung. a) Aus Antw. auf Frage 208 und Erkl. 232 folgt:

$$N = \frac{3 \cdot 120 \cdot 30 \cdot 120^2 \cdot 3}{2 \cdot 981 \cdot 4}$$

denn $\sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$, also $\sin^2 60^\circ = \frac{3}{4}$, demnach ist der Normalstoss:

$$N = \text{ca. } 60 \text{ kg (59,904)}$$

b) Aus der nämlichen Formel folgt für:

$$f = \frac{2 N g}{3 v^2 \cdot \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 45000 \cdot 981 \cdot 4}{3 \cdot 14400 \cdot 3} = 2725 \square \text{ cm}$$

c) Ebenso erhält man:

$$v = \sqrt{\frac{2 N g}{3 f \cdot \sin^2 \alpha}}$$

oder:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 45000 \cdot 981 \cdot 4}{3 \cdot 3600 \cdot 3}} = 10 \sqrt{109} = 104,4 \text{ cm}$$

d) Ferner ist:

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{2 N g}{3 f v^2}}$$

oder:

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{2 \cdot 45000 \cdot 981}{3 \cdot 3600 \cdot 14400}}$$

oder:

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{981}{1728}} \text{ oder } \alpha = 34^\circ 35'$$

Aufgabe 111. Ein vollständig unter Wasser getauchter prismatischer Block von 106 cm Länge, 75 cm Breite und 66 cm Höhe, dessen Längsachse in der Bewegungsrichtung des Wassers liegt, wird von letzterem mit 1,32 m Geschwindigkeit getroffen; wie gross ist der entsprechende Stoss oder der hydraulische Druck

- a) wenn der Körper unbeweglich ist,
b) wenn sich der Körper mit 50 cm Geschwindigkeit

- α) in derselben,
 β) in gerade entgegengesetzter Richtung wie die Flüssigkeit bewegt?

Auflösung. a) Die gestossene Vorderfläche des Körpers ist:

$$f = 75 \cdot 66 = 4950$$

und da:

$$\sqrt{f} = \sqrt{4950} = 70,35$$

so ist:

$$\frac{l}{\sqrt{f}} = \frac{106}{70,35} \text{ oder } \frac{l}{\sqrt{f}} = 1,5$$

folglich ist, wenn wir die Proportionalteile berücksichtigen (s. Erkl. 243) nach Dubuat $\zeta = 1,432$ zu setzen. Nehmen wir hiernach das arithmetische Mittel, so ist nach der in Antwort auf Frage 217 gegebenen Formel die Stosskraft:

$$P = 1,426 \cdot \frac{132^2}{1962} \cdot 4950$$

oder:

$$P = 62690 \text{ g oder } 62,69 \text{ kg}$$

- b) α) Nach Antwort auf Frage 218 ist:

$$P = 1,426 \cdot \frac{82^2}{1962} \cdot 4950 = 24,19 \text{ kg}$$

und β):

$$P = 1,426 \cdot \frac{182^2}{1962} \cdot 4950 = 119,2 \text{ kg}$$

Aufgabe 112. Wenn der in der vorigen Aufgabe erwähnte Körper sich in stillstehendem Wasser befindet und mit 20 cm Geschwindigkeit in demselben fortbewegt werden soll, wie gross ist dann der zu überwindende Widerstand?

Auflösung. Da $\frac{l}{\sqrt{f}} = 1,5$, so ist nach Erkl. 253 der Widerstandskoeffizient $\zeta = 1,2946$ und demnach (siehe Antwort auf Frage 226 und 227):

$$P = \frac{1,2946 \cdot 4950 \cdot 400}{1962}$$

oder:

$$P = 1306 \text{ g oder } 1,306 \text{ kg}$$

bei 2 m Geschwindigkeit würde der Widerstand 100 mal so gross sein.

Aufgabe 113. Welchen Widerstand erleidet eine Geschützkugel von 12 cm Durchmesser, welche mit 450 m Geschwindigkeit in ruhendes Wasser trifft?

Auflösung. Benutzen wir die Formel in Antwort auf Frage 229 und setzen wir nach

Erkl. 282. Setzt man statt:

$$\frac{2}{3}\zeta = \frac{19}{30}\zeta = 0,7942 \text{ dann ist } P = 92700 \text{ kg}$$

Erkl. 256 $\frac{2}{3}\zeta = 0,836$, so ist der Widerstand, welchen die Kugel erfährt:

$$P = \frac{0,836 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3,14 \cdot 45000^2}{1962}$$

oder:

$$P = 97580000 \text{ g} = 97580 \text{ kg}$$

Aufgabe 114. In einem Wasserbassin schwimmt eine hölzerne Walze von 30 cm Durchmesser, 2 m Länge und 0,82 spez. Gewicht. Wie gross wird der Widerstand sein, welchen das Wasser dem Fortschieben der Walze in der Achsenrichtung bei 40 cm Geschwindigkeit entgegensetzt?

Auflösung. Die untergetauchte, dem Wasserwiderstande winkelrecht ausgesetzte Fläche ist:

$$f = 15 \cdot 15 \cdot 3,14 \cdot 0,82 = 579 \text{ cm}^2$$

setzen wir nun (siehe Antwort auf Frage 240)

$\zeta = 1,10$, dann ist (siehe Antwort auf Frage 239):

$$P = \frac{1,1 \cdot 579 \cdot 1600}{1962} = 519 \text{ g}$$

Aufgabe 115. Ein dünnwandiges Gefäss mit einer Seitenöffnung von 25 cm Querschnitt ist 10 m hoch mit einer Flüssigkeit von dem spez. Gewicht $\gamma = 0,8$ angefüllt; wie gross ist bei Beginn des Ausflusses die Reaktion P auf das Gefäss?

Auflösung. Nach Antwort auf Frage 249 ist:

$$P = 2 f h \gamma \text{ oder } P = 2 \cdot 25 \cdot 1000 \cdot 0,8$$

$$\text{oder } P = 40000 \text{ g oder } 40 \text{ kg}$$

da das Gefäss als dünnwandig angegeben ist, so haben wir (nach Erkl. 276) aber nur:

$$P = 1,18 \cdot 25 \cdot 1000 \cdot 0,8 = 23,6 \text{ kg}$$

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 116. Ein isolierter Wasserstrahl von 0,2 cm Querschnitt stosse mit 3 m Geschwindigkeit senkrecht gegen eine ebene Wand. Welchen Druck hat dieselbe auszuhalten, wenn sie

a) unbeweglich ist,

b) mit 1,3 m Geschwindigkeit dem Wasserstrahl ausweicht,

c) mit 0,8 m Geschwindigkeit dem Wasserstrahl entgegengerht?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 97.

$$\text{Für a) ist } G = f \gamma v$$

$$\text{„ b) „ } G = f \gamma (v - c)$$

$$\text{„ c) „ } G = f \gamma (v + c)$$

Aufgabe 117. Welchen Druck übt ein isolierter Wasserstrahl aus, der bei 0,65 m Druckhöhe aus einer Oeffnung von 13,5 mm Durchmesser senkrecht gegen eine feste Fläche stösst? ($\alpha = 0,64$)

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 98.

Aufgabe 118. Ein Wasserstrahl von 6 cm Durchmesser soll im senkrechten Stosse gegen eine ebene Fläche 5 kg Druck ausüben; welcher Druckhöhe muss seine Geschwindigkeit entsprechen und wie gross ist die letztere?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 99.

$$v = \sqrt{2gh}$$

Aufgabe 119. Ein Wasserstrahl von 16 cm Durchmesser und 5 m Geschwindigkeit trifft unter einem Winkel von 40° auf eine ebene, feststehende Fläche. Wie gross ist

a) der Normalstoss N ,

b) der Parallelstoss P ,

c) der Seitenstoss S und

d) die durch den Parallelstoss geleistete Arbeit, wenn die gestossene Fläche eine Geschwindigkeit von 1,2 m übernimmt?

e) Wenn diese Geschwindigkeit eine konstante geworden ist, wie gross ist dann noch jede der genannten drei Stosskräfte?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 100.

$$e) \quad N = \frac{f\gamma(v-c)^2}{g} \cdot \sin \alpha$$

$$P_1 = \frac{f\gamma(v-c)^2}{g} \cdot \sin^2 \alpha$$

$$S = \frac{f\gamma(v-c)^2}{2g} \cdot \sin 2\alpha$$

Aufgabe 120. Wie gross ist der Stoss eines isolierten Wasserstrahles gegen eine konvexe feste Fläche, wenn jeder diese Fläche verlassende Wasserfaden mit der Achsenrichtung einen Winkel von 40° bildet, wenn der Ausfluss des Wassers durch ein kurzes konoidisches Ansatzstück von 2,8 cm Durchmesser erfolgt, dessen Ausflusskoeffizient $\mu = 0,979$ beträgt, und wenn die Ausflussgeschwindigkeit des Wasserstrahles so gross ist, dass sie denselben, ohne Rücksicht auf die Bewegungshindernisse, $s = 15$ m hoch senkrecht emportreiben würde?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 101.

Es ist:

$$f = \frac{d^2\pi}{4} \cdot \mu$$

$$v = \sqrt{2gs}$$

und

$$Q = f v \gamma$$

Aufgabe 121. Eine konkave Fläche von der Form der nebenstehenden Figur werde von einem cylindrischen Wasserstrahl von 3 cm Durchmesser und 2 m Geschwindigkeit getroffen. Wie gross ist

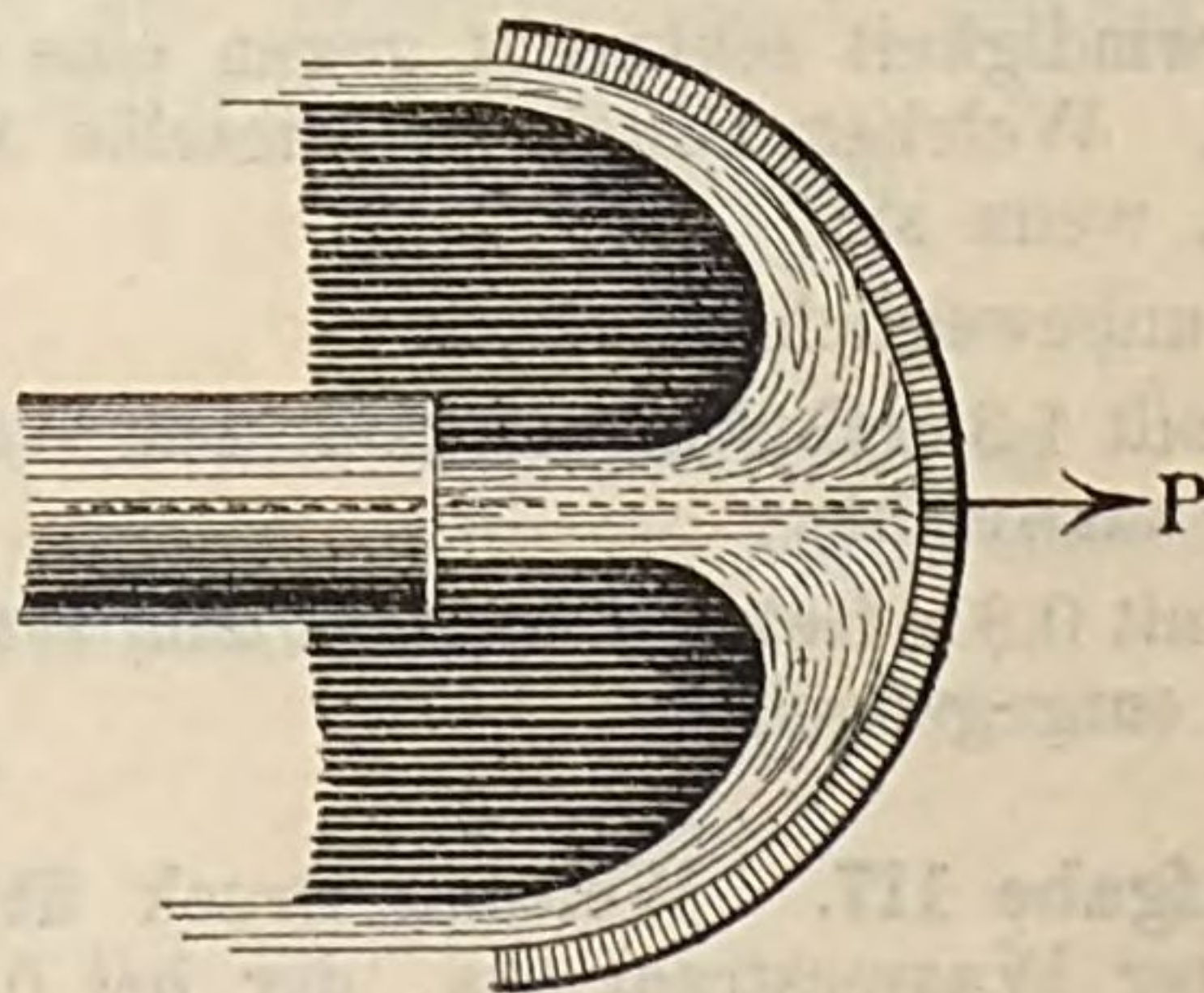
α) die Stosskraft,

β) die verrichtete mechanische Arbeit, wenn die Geschwindigkeit der gestossenen Fläche in der Richtung des Wasserstrahles

$$c = 0, \quad c = \frac{1}{6}v, \quad c = \frac{1}{3}v, \quad c = \frac{1}{2}v,$$

$$c = \frac{2}{3}v, \quad c = \frac{5}{6}v \text{ und } c = v \text{ ist?}$$

Figur 146.



Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 102.

Aufgabe 122. In ein zum Teil mit Wasser gefülltes Gefäss stösst ein Wasserstrahl, dessen kreisförmiger Querschnitt 5 cm Durchmesser hat mit 2,5 m Geschwindigkeit so in das Wasser des Gefässes, dass die Achsenrichtung des Strahles mit der Bewegungsrichtung des Gefässes einen Winkel von 33° bildet.

Wie gross ist die durch das Wasser ausgeübte Druckkraft, wenn

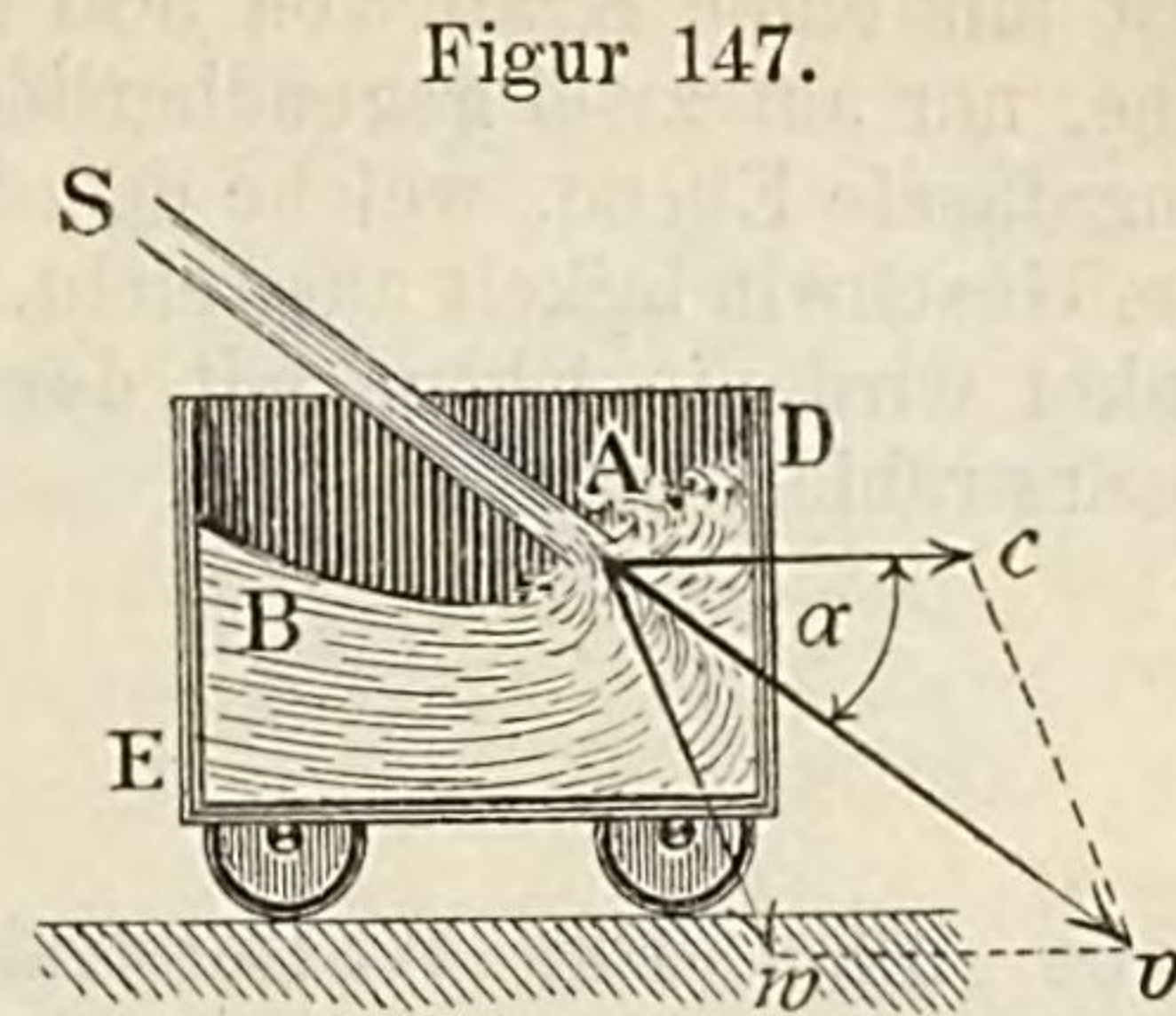
- das Gefäss stillsteht,
- sich mit 25 cm Geschwindigkeit
- sich mit der Geschwindigkeit $c = \frac{1}{2} v \cdot \cos \alpha$ fortbewegt?

d) Wenn das Gefäss sich genau in der Richtung des Wasserstrahles

α) mit 25 cm,

β) mit $c = \frac{1}{2} v$ fortbewegt?

e) Wie gross ist in jedem der genannten Fälle die auf das Gefäss übergegangene mechanische Arbeit?



Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 103.

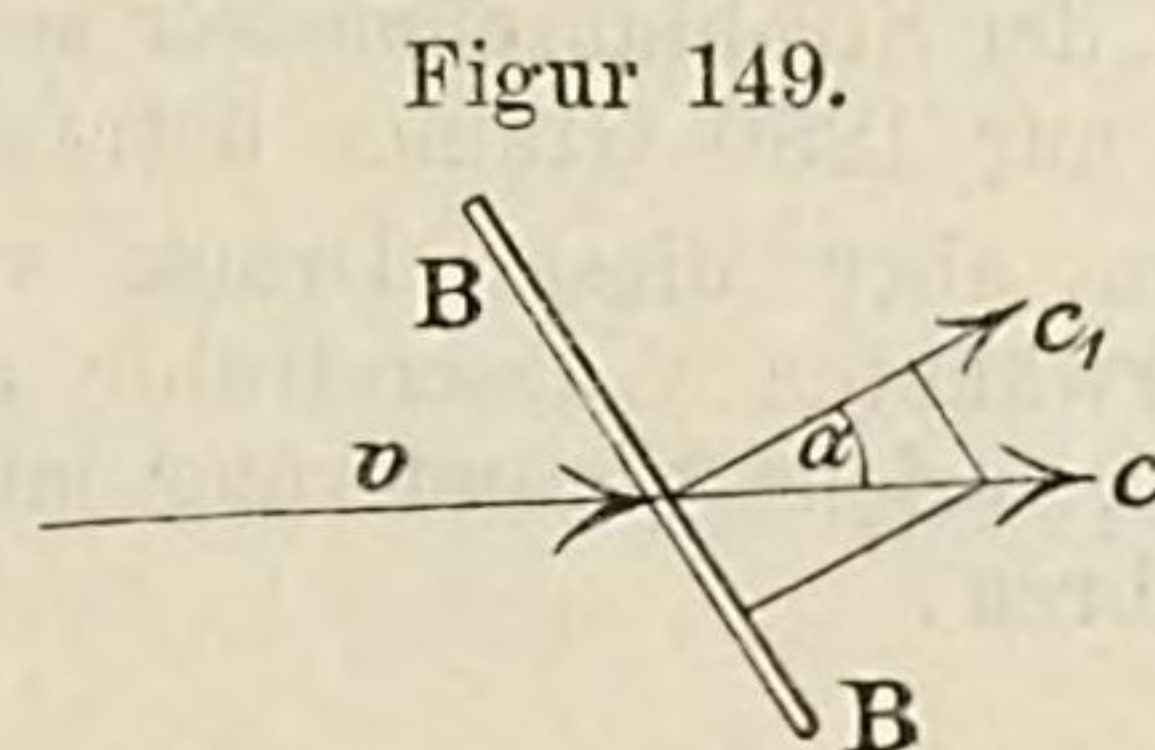
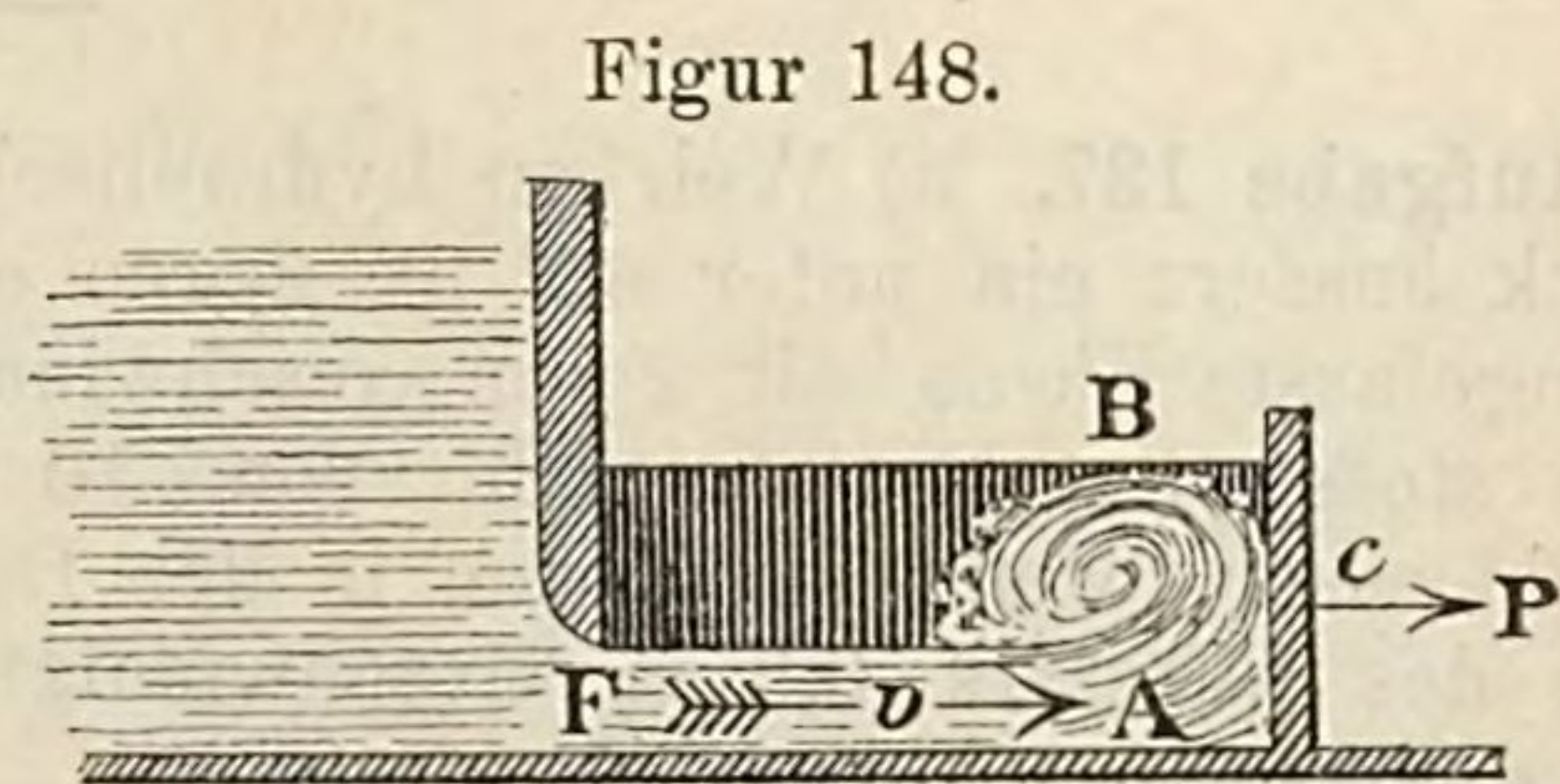
Aufgabe 123. Wie gross ist die Kraft und die durch dieselbe geleistete mechanische Arbeit des in einem Gerinne von 60 cm Breite, 20 cm hoch mit 1,8 m Geschwindigkeit fliessenden Wassers, wenn dasselbe gegen eine ebene, radial gestellte Schaufel von fast gleicher Breite stösst, wenn

- die Schaufel stillsteht,
- dieselbe sich in der Richtung des stossenden Wassers mit der Geschwindigkeit,
 - $c = 30$ cm,
 - $c = 60$ cm fortbewegt?

c) Wenn dieselbe in einer Richtung ausweicht, welche um den Winkel $\alpha = 25^\circ$ von der ursprünglichen Richtung des Wassers abweicht und zwar mit

α) $c = 30$ cm,

β) $c = 60$ cm Geschwindigkeit?



Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 104.

Aufgabe 124. In einem Gerinne von 64 cm Breite stösst das Wasser gegen eine ebene Fläche von gleicher Breite, welche mit der Gerinnesohle einen Winkel von 48° bildet, mit 80 cm Geschwindigkeit. Wie hoch müsste das Wasser fließen, wenn der Druck desselben

- gegen die ruhende,
- gegen die mit 30 cm Geschwindigkeit ausweichende Fläche 5 kg betragen sollte?

Andeutung. Aus der in Auflösung der Aufgabe 105 benutzten Formel folgt, da $f = b h$ gesetzt werden kann, für die unbekannte Grösse h :

$$a) \quad h = \frac{Pg}{(1 - \cos \alpha) v^2 \cdot b}$$

$$b) \quad h = \frac{Pg}{(1 - \cos \alpha) (v - c)^2 \cdot b}$$

Aufgabe 125. Ein Wasserstrahl von 5 cm Durchmesser und 2,5 m Geschwindigkeit stösst mit einer Kraft von 500 Gramm gegen eine, nur auf zwei gegenüberliegenden Seiten eingefasste Ebene, welche dem Strahle mit 50 cm Geschwindigkeit ausweicht. Welchen Winkel wird die Ebene mit der Achse des Wasserstrahles bilden?

Andeutung. Aus der in der Auflösung der Aufgabe 106 benutzten Formel folgt für den Winkel:

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{Pg}{f(v-c)^2}}$$

Aufgabe 126. Ein Wasserstrahl von 10 cm Durchmesser und 2,5 m Geschwindigkeit stösst gegen eine ebene Fläche und zwar bildet diese mit der Strahlrichtung einen Winkel von 50° . Mit welcher Geschwindigkeit muss die Fläche dem Wasserstrahle ausweichen, wenn der hydraulische Druck nicht mehr als 600 Gramm betragen soll, und die Fläche

- a) an drei Seiten,
- b) nur an zwei gegenüberliegenden Seiten entsprechend eingefasst ist?

Andeutung. Aus den beiden vorhergehenden Aufgaben ergibt sich für die gesuchte Grösse c :

$$a) \quad c = v - \sqrt{\frac{Pg}{f(1 - \cos \alpha)}}$$

$$b) \quad c = v - \sqrt{\frac{Pg}{f \cdot \sin^2 \alpha}}$$

Aufgabe 127. a) Welchen hydraulischen Druck äussert ein unter $62^\circ 30'$ gegen eine uneingefasste Ebene mit 2,5 m Geschwindigkeit stossender Wasserstrahl von 10 cm Durchmesser, wenn die Ebene in der Richtung des Wassers 0,9 m Geschwindigkeit besitzt?

b) Wie gross müsste unter sonst gleichen Umständen der Strahldurchmesser sein, wenn der Druck nur 1250 Gramm betragen soll?

c) Wenn aber dieser Druck von dem unter a) erwähnten Wasserstrahle ausgeübt werden soll, welche Veränderung muss dann $v - c$ erfahren?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 108.

Aufgabe 128. Eine kreisrunde, feststehende Fläche von 20 cm Durchmesser erfährt in unbegrenztem, fliessenden Wasser, rechtwinklig zur Stromrichtung gestellt, einen Druck von 1,5 kg.

a) Welches wird die Stromgeschwindigkeit sein?

b) Wie gross müsste der Flächendurchmesser sein, wenn derselbe Druck bei einer Geschwindigkeit $v = 1$ m erreicht werden sollte?

Andeutung. Die Auflösung ergibt sich aus der in der Auflösung der Aufgabe 109 a) benutzten Formel, nach welcher

$$v = \sqrt{\frac{2Pg}{\zeta f}} \quad \text{ist.}$$

b) Setzt man für:

$$f = \frac{1}{4} d^2 \pi$$

so ergibt sich aus derselben Gleichung:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 2Pg}{\pi \zeta v^2}}$$

Aufgabe 129. a) Welchen Normalstoss übt unbegrenztes, mit 135 cm Geschwindigkeit fliessendes Wasser gegen eine rechteckige Ebene von 80 cm Länge und 27 cm Höhe aus, wenn dieselbe unter einem Winkel $\alpha = 54^\circ$ gegen die Richtung des ankommenden Wassers geneigt ist und demselben mit 45 cm Geschwindigkeit ausweicht, welche mit der Stromgeschwindigkeit v einen rechten Winkel bildet?

b) Wie gross darf die Fläche sein, wenn unter sonst gleichen Umständen der Druck 40 kg betragen soll?

Andeutung. Die Auflösung a) ergibt sich aus der Formel 2) in Antwort auf Frage 209, in welche man nur die entsprechenden Zahlenwerte einzusetzen braucht. Aus derselben Formel folgt für:

$$f = \frac{2Ng}{3 \cdot (\sin \alpha \cdot v + \cos \alpha \cdot c)^2}$$

Aufgabe 130. Ein würfelförmiger Körper von 60 cm Kantenlänge taucht so unter Wasser, dass eine seiner Flächen rechtwinklig zur Stromrichtung steht. Das Wasser hat 92 cm Geschwindigkeit, wie gross ist der hydraulische Druck

a) wenn der Körper unbeweglich ist,

b) wenn sich derselbe mit 45 cm Geschwindigkeit

α) in der Stromrichtung,

β) in gerade entgegengesetzter Richtung bewegt?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 111.

Aufgabe 131. Wenn der in der vorigen Aufgabe erwähnte Körper in stillstehendem Wasser mit 50 cm Geschwindigkeit fortbewegt werden soll, wie gross ist dann der zu überwindende Widerstand?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 112.

Aufgabe 132. Eine Kugel von 40 cm Durchmesser soll mit 1 m Geschwindigkeit in ruhendem Wasser fortbewegt werden. Wie gross ist:

a) nach Duchemin,

b) nach Eytelwein der zu überwindende Widerstand?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 113.

Aufgabe 133. a) Ein prismatischer Holzblock, 60 cm breit, 50 cm hoch und 3 m lang, hat ein spezifisches Gewicht von 0,73; derselbe soll in seiner Achsenrichtung mit einer Geschwindigkeit von 1,2 m in stillstehendem Wasser fortbewegt werden, wie gross ist der zu überwindende Widerstand?

b) Wie gross ist aber dieser Widerstand, wenn der Block mit einem um den Winkel von 60° zugespitzten Vorderteil,

c) wenn derselbe mit einem um 48° zugespitzten Hinterteil versehen ist?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 114 nach der Formel:

$$P = \zeta \frac{fv^2}{2g}$$

Nach Antwort auf Frage 240 ist für ζ einzusetzen:

a) $\zeta = 1,10$

b) $\zeta = 0,48$

c) $\zeta = 0,95$

Die Höhe, bis zu welcher das Prisma eintaucht, ist $0,5 \cdot 0,73$ m.

Aufgabe 134. Aus einer nach dem kontrahierten Strahle geformten Mündung von 5 mm Durchmesser kann man Quecksilber ($\gamma = 13,6$) ausströmen lassen, welches 30 cm hoch über dieser Mündung steht. Wie gross ist bei Beginn des Ausflusses die Reaktion P auf das Gefäss?

Andeutung. Die Auflösung erfolgt analog der gelösten Aufgabe 115.

Nach Antwort auf Frage 249 und nach Erkl. 276 ist für den vorliegenden Fall:

$$P = 1,77 \cdot h f \gamma$$



Resultate zu den ungelösten Aufgaben.

36. $c = 0,7444 \text{ m}$

37. $F = 4,9 \square \text{ m}$

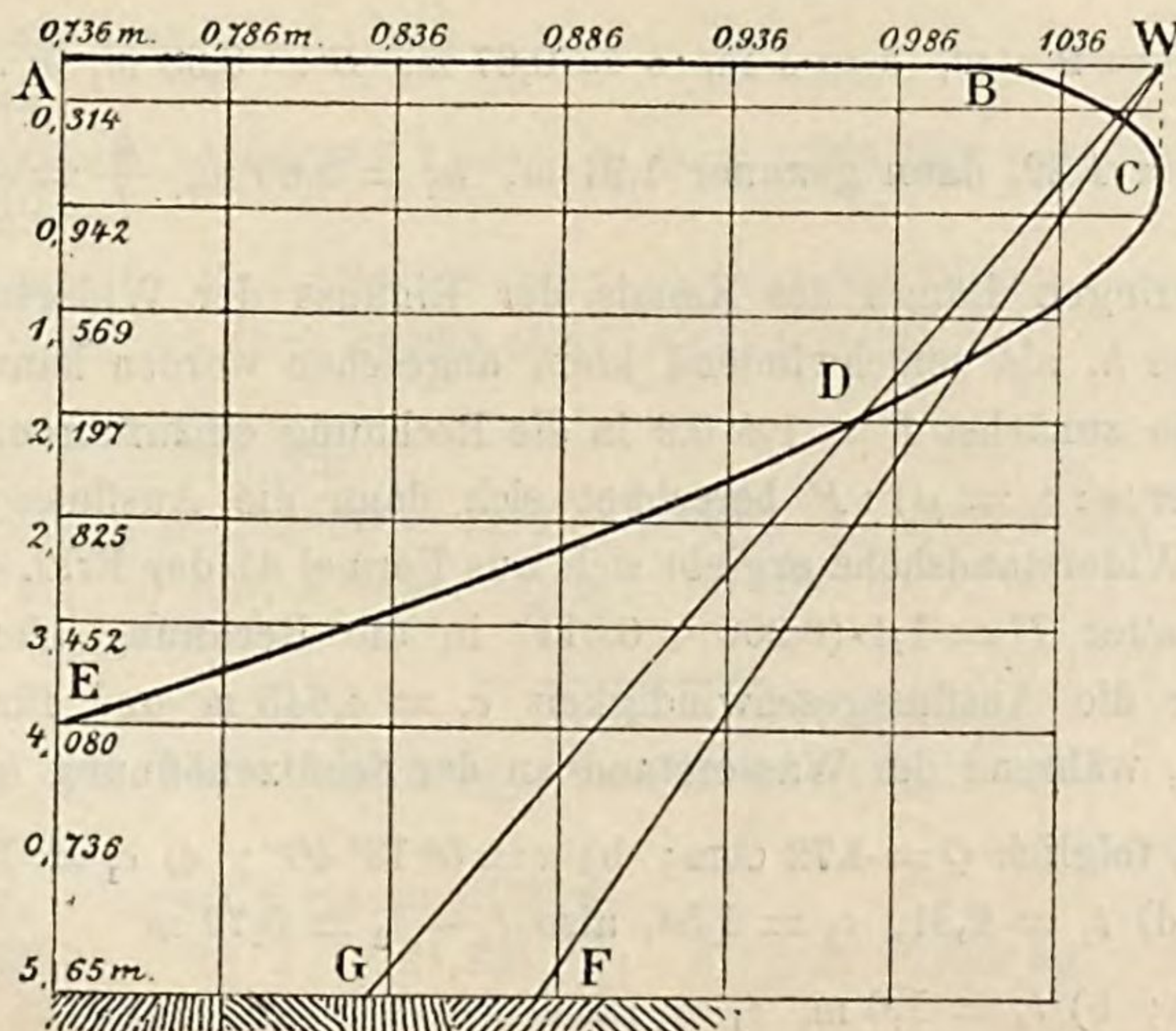
38. a) $Q = 173,6 \text{ cbm}$; b) $c_2 = 2,84 \text{ m}$

39. a) $F = 55,8 \square \text{ m}$; b) $Q = 63,585 \text{ m}$; c) $c = 1,14 \text{ m}$

40. a) $\alpha) c_0 = 0,717 \text{ m}$; $\beta) c_m = 0,656 \text{ m}$; $\gamma) c_u = 0,595 \text{ m}$; $\delta) v = 0,676 \text{ m}$
 b) $\alpha) c_0 = 0,743 \text{ m}$; $\beta) c_m = 0,692 \text{ m}$; $\gamma) c_u = 0,608 \text{ m}$; $\delta) v = 0,718 \text{ m}$. Die resp. Geschwindigkeiten sind also nach Lahmeyers Formel $\alpha)$ um $2,6 \text{ cm}$, $\beta)$ um $3,6 \text{ cm}$, $\gamma)$ um $1,3 \text{ cm}$ und $\delta)$ um $4,2 \text{ cm}$ grösser.

41.

Wassertiefen	Geschwindigkeiten	Nach Weisbach	Unterschied	Nach Lahmeyer	Unterschied
0,314 m	1,044 m	1,055 m	+ 11 mm	1,052 m	+ 8 mm
0,942 „	1,065 „	1,035 „	— 30 „	1,026 „	— 39 „
1,569 „	1,026 „	1,015 „	— 11 „	1,000 „	— 26 „
2,197 „	0,981 „	0,995 „	+ 14 „	0,973 „	— 8 „
2,825 „	0,897 „	0,974 „	+ 77 „	0,947 „	+ 50 „
3,452 „	0,871 „	0,954 „	+ 83 „	0,921 „	+ 50 „
4,080 „	0,736 „	0,934 „	+ 198 „	0,894 „	+ 158 „
5,65 „	—	0,884 „	—	0,830 „	—



42. a) Nach Weisbach ist $Q = 1,2555 \text{ cbm}$; b) nach Lahmeyer ist $Q = 1,1812 \text{ cbm}$; c) nach Prony ist $Q = 1,228 \text{ cbm}$
43. $t = 1,39 \text{ m}$, $b = 1,60 \text{ m}$, $B = 3,2 \text{ m}$, $u = 4,8 \text{ m}$ und $\frac{u}{F} = 1,44$.
44. Da $F = \frac{Q}{c} = 4 \text{ m}$, so ist $\sqrt{F} = \sqrt{4} = 2$, folglich $t = 1,48 \text{ m}$, $b = 1,226 \text{ m}$, $AE = nt = 1,48 \text{ m}$, $B = 4,184 \text{ m}$ und $\frac{u}{F} = 2,704 : 2 = 1,352$.
45. $h = 1,367 \text{ m}$
46. $c = 0,891 \text{ m}$, $Q = 0,254 \text{ cbm}$
47. $b = 12 \text{ m}$
48. $t = 1,5 \text{ m}$
49. $t = \sqrt[5]{\frac{0,00003615 l Q^2}{h}}$, $t = 0,2 \text{ m}$, $b = 0,8 \text{ m}$
50. 0,0002, d. i. auf einen Kilometer eine Senkung von 20 cm
51. a) $Q = 97,04 \text{ cbm}$; b) $Q = 89,598 \text{ cbm}$
52. $r = 0,54$, $c = 0,79$; a) $k = 41,3$, folglich $s = 0,00067758$ oder $h = 0,33879 \text{ m}$; b) nach Darcys Formel 3) für rauhere Wände ist $\frac{rs}{c^2} = 0,0003216$, somit $s = 0,00037$ oder $h = 0,185 \text{ m}$; c) nach Weisbachs Formel ist $\zeta = 0,007656$ und somit (siehe Antwort auf Frage 40) $s = 0,00047$ oder $h = 0,235$.
53. Näherungsweise ist $c = 1,76$ und hiernach $\zeta = 0,007656$, folglich genauer $c = 1,754$ und $Q = 31,57 \text{ cbm}$
54. a) $\sqrt{F} = 0,966$ und somit $t = 0,64 \text{ m}$, $b = 0,34 \text{ m}$, $nt = 1,11 \text{ m}$, $B = 2,56 \text{ m}$, $\frac{u}{F} = 3,118$; b) $\zeta = 0,00885$ und $h = 0,152 \text{ m}$
55. $F = 0,873 \text{ m}$, $t = 0,71 \text{ m}$, $b = 0,82 \text{ m}$, $B = 1,64 \text{ m}$, $c = 0,458 \text{ m}$
56. a) Es ist $F = 2,925 \text{ m}$, $u = 4,5 \text{ m}$ und hiernach $h = 0,414 \text{ m}$; b) $c = 1,03 \text{ m}$; c) $t_1 = 1,55 \text{ m}$; d) $c_1 = 1,124 \text{ m}$
57. $t = \text{ca. } 1 \text{ m}$, $F = 2 \text{ m}$, $c = 1 \text{ m}$, $b = 0,67 \text{ m}$, $B = 3,33 \text{ m}$, $u = 4 \text{ m}$
58. Zunächst ist $c = 1,22$, dann genauer $1,21 \text{ m}$, $h_2 = 0,80 \text{ m}$, $\frac{h}{l} = \frac{1}{300}$, $Q = 1,355 \text{ cbm}$
59. Da bei der geringen Länge des Kanals der Einfluss der Widerstände, also auch die Widerstandshöhe h_1 als verschwindend klein angesehen werden kann, so ist fast genau $h = H$ und also zunächst $F = 1,4 \cdot 0,9$ in die Rechnung einzuführen. Aus der Gleichung $Fc = \mu f c_1$ oder $c : c_1 = \mu f : F$ berechnet sich dann die Ausflussgeschwindigkeit $c_1 = 4,7 \text{ m}$ und die Widerstandshöhe ergibt sich aus Formel 4) der Erkl. 43 zu $h_1 = 0,011 \text{ m}$, folglich ist genauer $F = 1,4 \cdot (0,900 - 0,011)$ in die Rechnung einzuführen. Hiernach erhält man für die Ausflussgeschwindigkeit $c_1 = 4,645 \text{ m}$ und für die Ausflussmenge $Q = 0,348 \text{ cbm}$, während der Wasserstand an der Schützenöffnung $h = 0,889 \text{ m}$ beträgt.
60. a) $\zeta = 0,00755$, folglich $Q = 4,72 \text{ cbm}$; b) $\alpha = 0^\circ 13' 40''$; c) $c_1 = 1,57 \text{ m}$, $c_0 = 1,89 \text{ m}$, $c_2 = 2,36 \text{ m}$; d) $t_1 = 2,31$, $t_2 = 1,54$, also $t_1 - t_2 = 0,77 \text{ m}$
61. a) $h = 1,797 \text{ m}$; b) $t_0 = 1,6 \text{ m}$, $t_1 = 1,2 \text{ m}$

62.

$t_0 - t_1$	F_0 in □ m	F_1 in □ m	$\frac{1}{F_0^2}$	$\frac{1}{F_1^2}$	Mittlere c in m	ζ	Mittlerer u in m	$\frac{u}{F_0 + F_1}$	l in m
1,7 — 1,6	2,267	2,133	0,195	0,220	0,36	0,00863	4,63	1,052	807
1,6 — 1,5	2,133	2,000	0,220	0,250	0,39	0,00853	4,43	1,072	722
1,5 — 1,4	2,000	1,867	0,250	0,287	0,41	0,00847	4,23	1,094	608
1,4 — 1,3	1,867	1,733	0,287	0,333	0,44	0,00841	4,03	1,119	517
1,3 — 1,2	1,733	1,600	0,333	0,390	0,48	0,00832	3,83	1,146	436
1,2 — 1,1	1,600	1,467	0,390	0,465	0,52	0,00825	3,63	1,183	358
1,1 — 1,0	1,467	1,333	0,465	0,563	0,57	0,00816	3,43	1,225	289
1,0 — 0,9	1,333	1,200	0,563	0,694	0,63	0,00810	3,23	1,275	226
0,9 — 0,8	1,200	1,067	0,694	0,878	0,71	0,00802	3,03	1,336	171
0,8 — 0,7	1,067	0,933	0,878	1,149	0,80	0,00795	2,83	1,415	123
0,7 — 0,6	0,933	0,800	1,149	1,562	0,92	0,00788	2,63	1,518	82
0,6 — 0,5	0,800	0,667	1,562	2,250	1,10	0,00780	2,43	1,656	48
0,5 — 0,4	0,667	0,533	2,250	3,520	1,33	0,00774	2,23	1,858	22

Die Wassertiefe wird also in 4409 m Entfernung von der Ausmündung des Kanals stromaufwärts 1,7 m betragen.

63. a) Geschwindigkeitsabnahme 4 0/0; b) Abnahme der Wassermenge 12 0/0.

64. $\eta = 2,1$ m, $x = 40$ cm und $z = 10$ cm

65. Nach Weisbach ist $x = 0,469$ m und $\eta = 1,531$ m,
nach Redtenbacher ist $x = 0,536$ m und $\eta = 1,464$ m

66. $Q = \frac{2}{3} \cdot 0,8 \cdot 9,4 \sqrt{2g} (\sqrt{1,272^3} - \sqrt{0,0021^3}) = 31,85$ cbm

67. $f = 2,41$ □ m

68. x ist näherungsweise 0,333; hieraus ergibt sich der genauere Wert $x = 0,343$ m = 34,3 cm

69. a) $\eta = 1,43$ m; b) $\lambda = 7645$ m; c) $W = 97860$ cbm

70. $Q = 207,4$ cbm ($h = 7,5$, $h_0 = 9$, $u_0 = 35$, $F_0 = 153$ □ m).

84. $Q = 0,0015$ cbm = 1,5 l

85. $h = 25$ cm

86. $Q = 0,6157$ cbm oder 615,7 Liter.

87. $Q = 3,322$ cbm

88. a) $Q = 939300$ ccm oder 939,3 Liter; b) $Q = 1,264$ cbm oder genauer $Q = 1,4597$ cbm

89. $Q = 615,96$ Liter.

90. a) $v = 2,625$ m; b) $V = 224,028$ cbm; c) $Q = 558$ Liter.

91. a) $F = 30,2$ □ m; b) $Q = 24,264$ cbm; c) $c = 0,803$ m

92. $c = 0,74$ m

93. a) 29 mm; b) $b = 30,5$ mm

94. a) $v = 2,83$ m; b) $\alpha = 20^\circ 50'$; c) $\alpha = 8^\circ 40'$; d) $\alpha_1 = 20^\circ 58'$.

95. a) $v = 1,014$ m; b) $b = 2,73$ m; c) $a = 36$ cm

96. $\alpha = 0,177$.

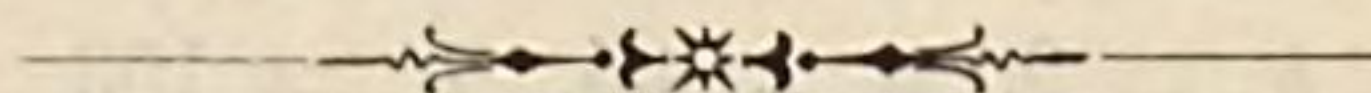
116. a) $P = 183,5$ kg; b) $P = 58,9$ kg; c) $P = 294,4$ kg

117. $P = 119$ Gramm.

118. $h = 88,46$ cm, $v = 416,6$ cm = 4,166 m

119. a) $N = 32,926$ kg; b) $P_1 = 21,164$ kg; c) $S = 25,222$ kg; d) 25,4 mkg; e) $N = 19,02$ kg, $P_1 = 12,225$ kg, $S = 14,57$ kg

120. $P = 4,176 \text{ kg}$
121. $P_0 : P_1 : P_2 : P_3 : P_4 : P_5 : P_6 = 36 : 25 : 16 : 9 : 4 : 1 : 0$; $A_0 : A_1 : A_2 : A_3 : A_4 : A_5 : A_6 = 0 : 25 : 32 : 27 : 16 : 5 : 0$; $P_0 = 576 \text{ g}$, $P_1 = 400 \text{ g}$, $P_2 = 256 \text{ g}$, $P_3 = 144 \text{ g}$, $P_4 = 64 \text{ g}$, $P_5 = 16 \text{ g}$; $P_6 = 0$, $A_0 = 0$; $A_1 = 13333 \frac{1}{3} \text{ cmg}$, $A_2 = 17066 \frac{2}{3} \text{ cmg}$, $A_3 = 14400 \text{ cmg}$, $A_4 = 8533 \frac{1}{3} \text{ cmg}$, $A_5 = 2666 \frac{2}{3} \text{ cmg}$, $A_6 = 0$.
122. a) $P = 1049 \text{ g}$; b) $P = 831 \text{ g}$; c) $P = 304,6 \text{ g}$; d) α) $P = 1036 \text{ g}$; β) $P = 312,6 \text{ g}$; a) $A = 0$; b) $A = 20775 \text{ cmg}$; c) $A = 31924 \text{ cmg}$; d) α) $A = 25900 \text{ cmg}$; β) $A = 39075 \text{ cmg}$
123. a) $P = 39,633 \text{ kg}$, $A = 0$; b) α) $P = 27,523 \text{ kg}$, $A = 8,257 \text{ mkg}$; β) $P = 17,615 \text{ kg}$, $A = 10,563 \text{ mkg}$; c) α) $P = 28,56 \text{ kg}$, $A = 7,768 \text{ mkg}$; β) $P = 19,3 \text{ kg}$, $A = 105 \text{ mkg}$
124. a) $36,2 \text{ cm}$; b) $92,6 \text{ cm}$ Höhe.
125. $\alpha = 52^\circ 14'$.
126. a) $c = 105 \text{ cm}$; b) $c = 137 \text{ cm}$
127. a) $P = 1804 \text{ g}$ oder $1,804 \text{ kg}$; b) $d = 8,322 \text{ cm}$; c) $v - c = 133 \text{ cm}$ anstatt 160 cm
128. a) $v = 71 \text{ cm}$; b) $d = 14,2 \text{ cm}$
129. a) $N = 60,789 \text{ kg}$; b) $f = 1421 \square \text{ cm}$
130. Da $\frac{l}{\sqrt{f}} = 1$, so ist nach Dubuat $\zeta = 1,451$ und hiernach a) $P = 22,530 \text{ kg}$; b) $P = 5,881 \text{ kg}$; c) $P = 49,970 \text{ kg}$
131. $P = 5,883 \text{ kg}$
132. a) $P = 3,284 \text{ kg}$; b) $P = 3,365 \text{ kg}$
133. a) $P = 17,680 \text{ kg}$; b) $P = 7,540 \text{ kg}$; c) $P = 15,270 \text{ kg}$
134. $P = 566,89 \text{ g}$



Zusammenstellung der Formeln.

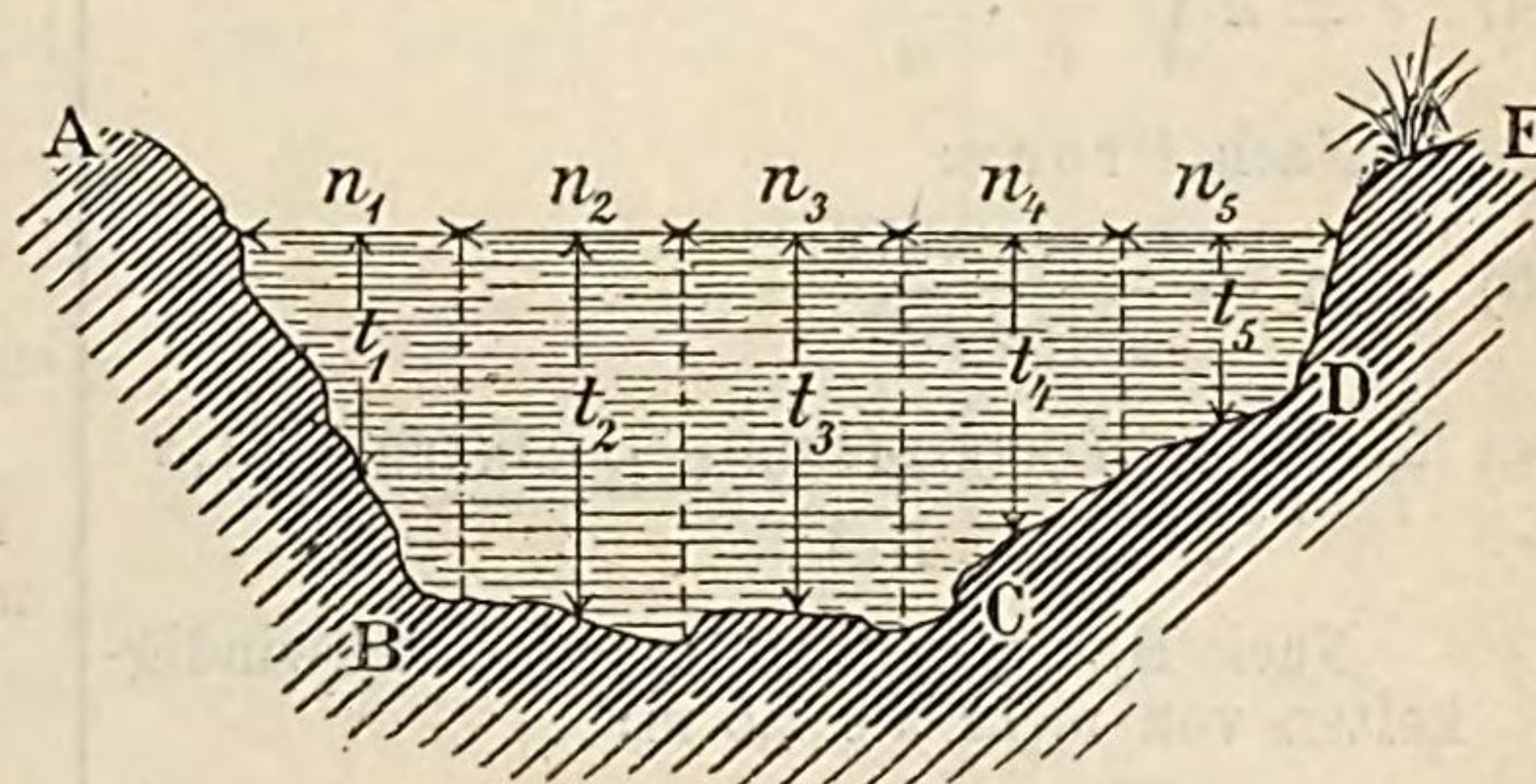
1) Formeln über die Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

$$\begin{aligned} 1) \quad c &= \frac{Q}{F} \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort auf Frage 14} \\ \text{siehe Antwort auf Frage 16} \end{array} \right\} \\ 2) \quad t &= \frac{F}{b} \end{aligned}$$

c ist die mittlere Geschwindigkeit
 Q ist die sekundliche Wassermenge.
 F ist der Inhalt des Querprofils.
 t ist die mittlere Wassertiefe.
 b ist die Breite des Querschnitts.

$$\begin{aligned} 3) \quad c &= \frac{n_1 t_1 c_1 + n_2 t_2 c_2 + n_3 t_3 c_3 + \dots}{n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \dots} \\ &\text{oder wenn } n_1 = n_2 = n_3 = \dots \\ 4) \quad c &= \frac{c_1 t_1 + c_2 t_2 + c_3 t_3 + \dots}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots} \end{aligned}$$

siehe Antwort auf Frage 17



$$5) \quad F : F_1 = c_1 : c \quad \text{siehe Antwort auf Frage 19}$$

$$6) \quad f = \zeta \frac{u}{p} \cdot c^2 \quad \text{siehe Antwort auf Frage 24}$$

$$7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \zeta = 0,00371 + \frac{0,000691}{c} \\ \text{oder abgekürzt:} \\ \zeta = 0,0038 \end{array} \right\} \quad \text{siehe Erkl. 20}$$

$$8) \quad C = \frac{AC}{AN} \left(\frac{1}{2} c_0 + c_1 + c_2 + \dots + \frac{1}{2} c_n \right)$$

$$9) \quad c = \frac{F_1 C_1 + F_2 C_2 + \dots + F_n C_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

siehe Antwort auf Frage 26

Nach Eytelwein:

$$\begin{aligned} 10) \quad v &= (1 - 0,008 x) c_0 \\ 11) \quad v_m &= (1 - 0,004 t) c_0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{siehe Erkl. 21.}$$

Nach Weisbach:

$$\begin{aligned} 12) \quad c_m &= 0,915 c_0 \\ 13) \quad c_u &= 0,83 c_0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe die unten-} \\ \text{stehende Figur} \end{array} \right\}$$

$$14) \quad v = \left(1 - 0,17 \frac{x}{t} \right) c_0$$

$$15) \quad c = 0,915 \frac{c_0 + c_1 + c_2 + \dots + c_n}{n}$$

$$16) \quad c = 0,837 c_0$$

siehe Antwort auf Frage 27

f bezeichnet die Wirkung der Reibung auf die Masseneinheit.

u ist der vom Wasser benetzte Umfang.

$p = mg$ ist das Gewicht der Volumeinheit der Flüssigkeit, wobei m die in der Volumeinheit enthaltene Masse darstellt und

ζ ist ein Koeffizient, welcher aus Versuchen zu bestimmen ist.

F_1, F_2, F_3 etc. sind die den Profilen n_1, n_2, n_3 etc. zugehörigen Flächeninhalte und

C_1, C_2, C_3 etc. die zugehörigen mittleren Geschwindigkeiten.

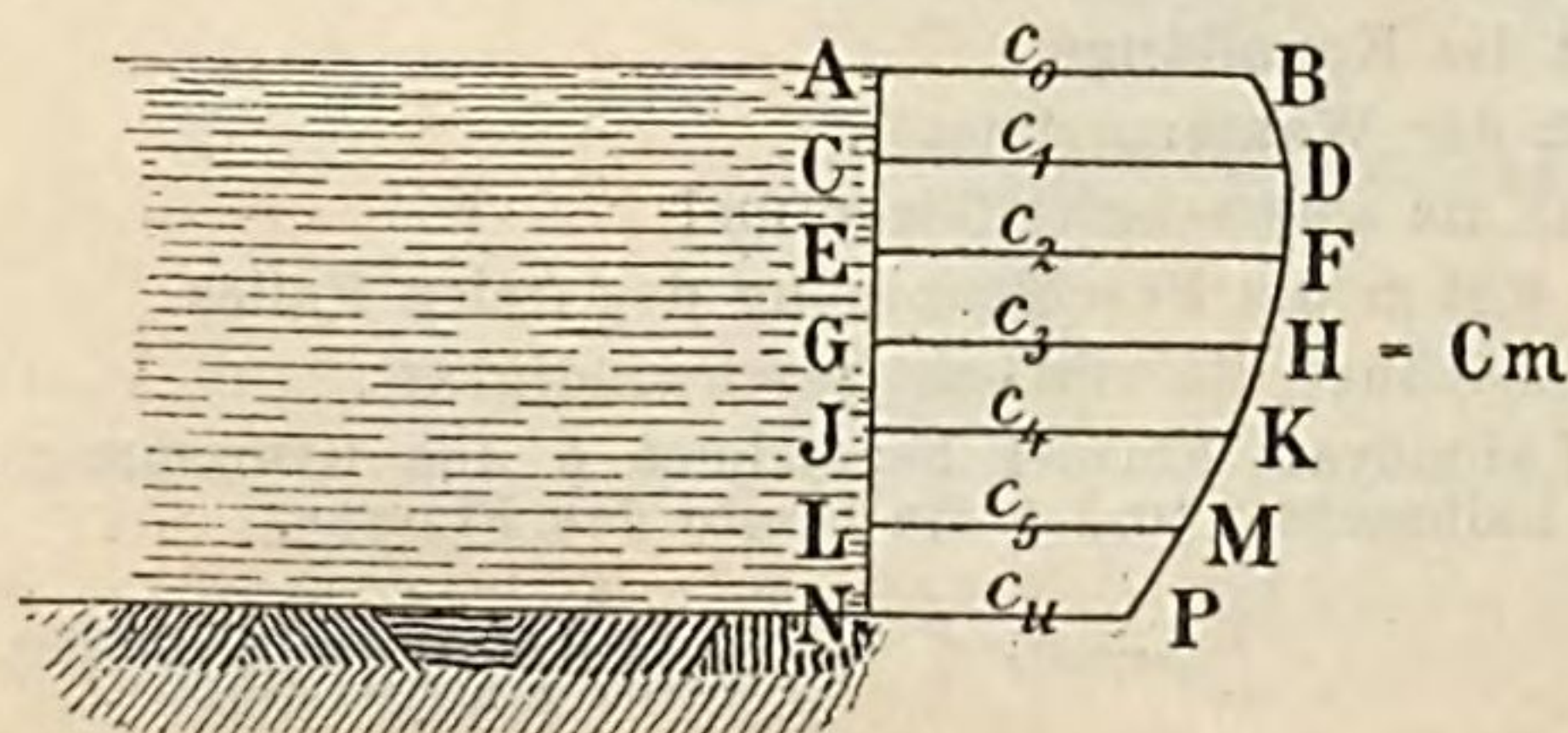
v ist die Geschwindigkeit in x Meter Tiefe und

v_m die mittlere Geschwindigkeit eines Flusses bei t Meter Tiefe.

c_0 ist die Geschwindigkeit an der Oberfläche.

In Formel 15) bezeichnet c die mittlere Geschwindigkeit eines ganzen Querprofils, ferner

c_0, c_1, c_2 etc. die verschiedenen Oberflächen-geschwindigkeiten eines Querprofils, worauf die mittlere Oberflächengeschwindigkeit $c = 0,915 c_0$.



Nach Lahmeyer:

17) $c_m = 0,937 c_0 - 0,00792 c_0^2$

18) $c_u = (0,862 - 0,0147 t) c_0$

19) $v = \left[1 - (0,138 + 0,0147 t) \frac{x}{t} \right] c_0$

20) $C = 0,826 c_0 - 0,0257 c_0^2$

21) $\left(\frac{C}{C_m} - \sqrt{\frac{\tau + \delta}{\tau}} \right) \frac{\tau + \delta}{\delta^2} = V$

siehe
Erkl. 22 c_m, c_u, c_0 und t haben dieselbe Bedeutung wie oben. v ist die Geschwindigkeit in der Tiefe x . C_m ist die mittlere Geschwindigkeit eines ganzen senkrechten Querschnitts bei normalem Wasserstande von der mittleren Tiefe τ . C ist die mittlere Geschwindigkeit desselben Profils, wenn der Wasserspiegel um δ gestiegen ist. V bezeichnet eine sich mit δ ändernde Zahlengrösse, deren Werte in Erkl. 22 gegeben sind. c_2 ist die Geschwindigkeit im Horizontalabstande z vom Stromstriche. h ist das Kanalfälle auf die Länge l oder $\frac{h}{l}$ bezeichnet die sog. Rösche. F ist der Inhalt des Querprofils. u ist der Wasserperimeter. c die mittlere Geschwindigkeit und k eine durch Versuche zu bestimmende Grösse.

Nach Boileau:

22) $v = 0,878 m - 2,615 x^2$

23) $c_z = c_0 - \zeta z^2$

Nach Chézy:

24) $c = k \sqrt{\frac{h}{l} \cdot \frac{F}{u}}$

Nach Prony:

25) $c = \frac{c_0 (c_0 + 2,372)}{c_0 + 3,153}$

26) $\frac{h}{l} \cdot \frac{F}{u} = 0,0000444499 c + 0,000309314 c^2$
 $= Ac + Bc^2$

siehe An-
merkung 2

Nach Baumgartner, bei Geschwindigkeiten von mehr als 1,5 m:

27) $c = \frac{2,372 + c_0}{3,153 + c_0} \cdot 0,8 c_0 \text{ m}$

Nach Dubuat:

28) $c = \frac{1}{2} (c_0 + c_u)$

29) $c = \frac{1}{4} + \left(\sqrt{c_0} - \frac{1}{2} \right)^2$

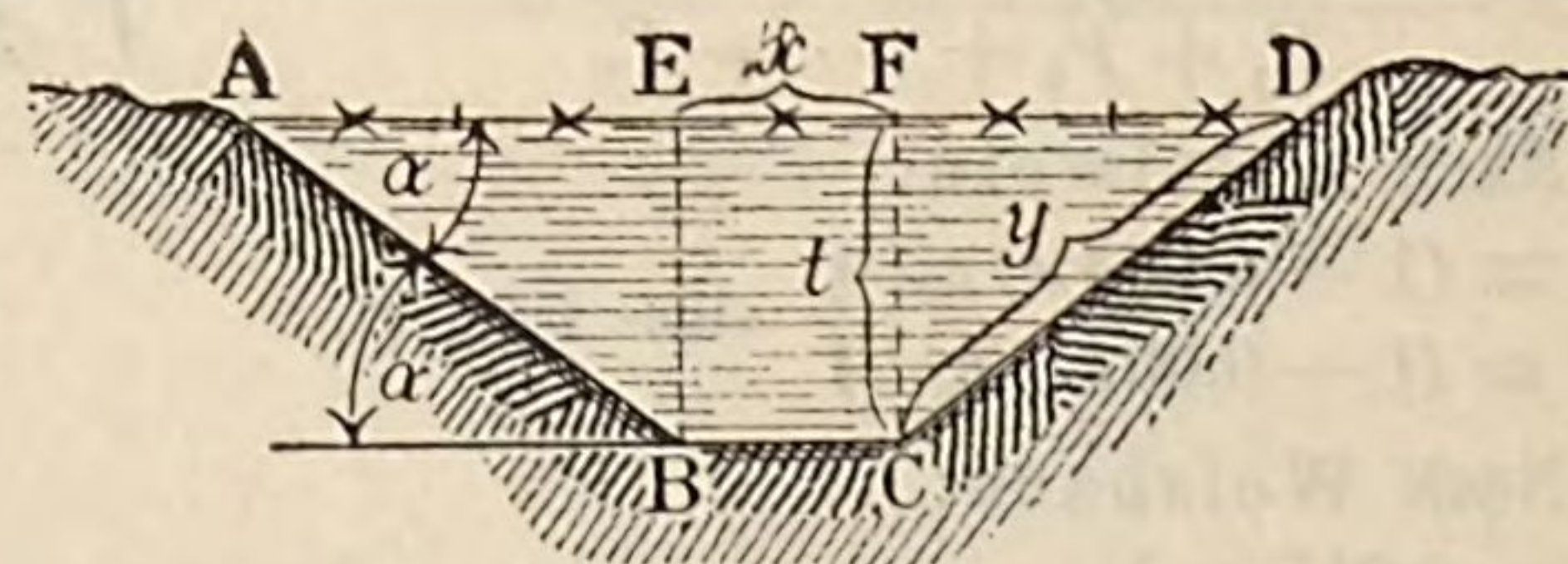
30) $c_u = (\sqrt{c_0} - 1)^2$

31) $\left\{ \begin{array}{l} t^2 = \frac{F \cdot \sin \alpha}{2 - \cos \alpha} \\ t = \sqrt{\frac{F \cdot \sin \alpha}{2 - \cos \alpha}} \end{array} \right.$

32) $b = \frac{F}{t} - t \cdot \text{ctg} \alpha$ siehe Antwort auf Frage 37

33) $B = \frac{F}{t} + t \cdot \text{ctg} \alpha$

34) $\frac{u}{F} = \frac{2}{t}$

 $t = BE$ ist die Tiefe des Querprofils. F der Flächeninhalt und u der Wasserperimeter. b die untere und B die obere Breite desselben.

Gleichförmige Bewegung.

35) $h_1 \text{ od. } h = \zeta \frac{lu}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$ siehe Antwort auf Frage 40

36) $c = \sqrt{\frac{F}{\zeta lu} 2gh}$ siehe Antwort auf Frage 41

Eytelweins Formel:

37) $h = 0,0003856 \frac{lu}{F} \cdot c^2$ siehe Antwort auf Frage 44

38) $c = 50,9 \sqrt{\frac{Fh}{lu}}$

 $h = h_1$ bezeichnet das Gefälle, welches bei gleichförmiger Bewegung der Widerstandshöhe h_1 gleichzusetzen ist. ρ ist der Widerstandskoeffizient. l ist die Kanallänge. u ist der Wasserperimeter. F ist die Querschnittsfläche und $g = 9,81 \text{ m}$ die Beschleunigung des freien Falles. c bezeichnet die mittlere Geschwindigkeit.In Lahmeyers Formel bezeichnet ρ den Krümmungshalbmesser und b die Breite des Flusses.

$\frac{F}{u} = r;$

$\frac{h}{l} = s.$

Lahmeyers Formel:

$$39) \frac{F'}{u} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{c \sqrt{c}} = 0,004021 + 0,0002881 \sqrt{\frac{b}{c}}$$

Für gerade Flussstrecke ist danach:

$$40) \frac{F'}{u} \cdot \frac{h}{l} = 0,004021 c \sqrt{c}$$

Bornemanns Formel:

$$41) c = \frac{0,000562151}{\sqrt{c}}$$

St. Venants Formel:

$$42) \frac{F'}{u} \cdot \frac{h}{l} = rs = 0,00040102 c$$

Darcys Formel:

$$43) \frac{rs}{c^2} = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{r}}$$

$$44) \left\{ \begin{array}{l} \frac{rs}{c^2} = 0,00015 \left(1 + \frac{0,03}{\sqrt{r}} \right) \text{ für sehr glatte Wände} \\ \frac{rs}{c^2} = 0,00019 \left(1 + \frac{0,07}{\sqrt{r}} \right) \text{ für glatte Wände} \\ \frac{rs}{c^2} = 0,00024 \left(1 + \frac{0,25}{\sqrt{r}} \right) \text{ für rauhere Wände} \\ \frac{rs}{c^2} = 0,00028 \left(1 + \frac{1,25}{\sqrt{r}} \right) \text{ für Erdwände} \end{array} \right.$$

siehe Antwort auf Frage 44

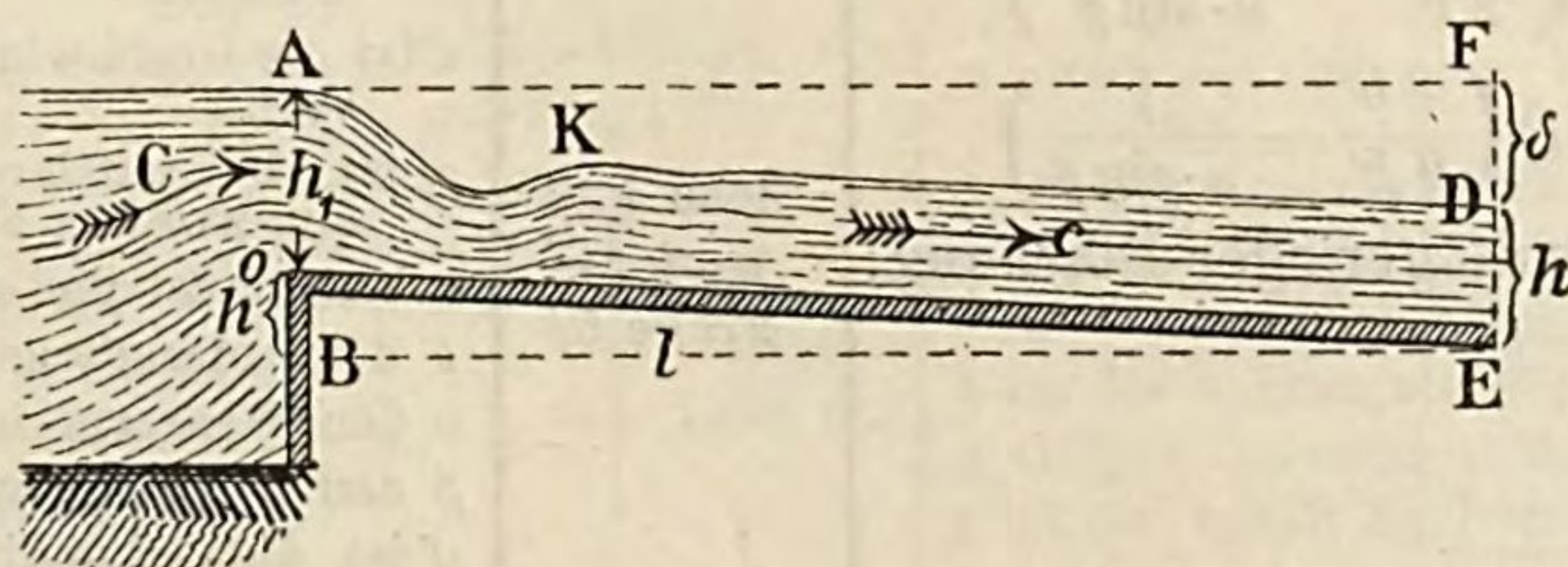
siehe Antwort auf Frage 45

$$45) h_1 - h_2 = \frac{1}{2g} \frac{c^2}{\mu^2} - \frac{C^2}{2g}$$

$$46) \frac{h}{l} = \frac{\delta - (h_1 - h_2)}{l}$$

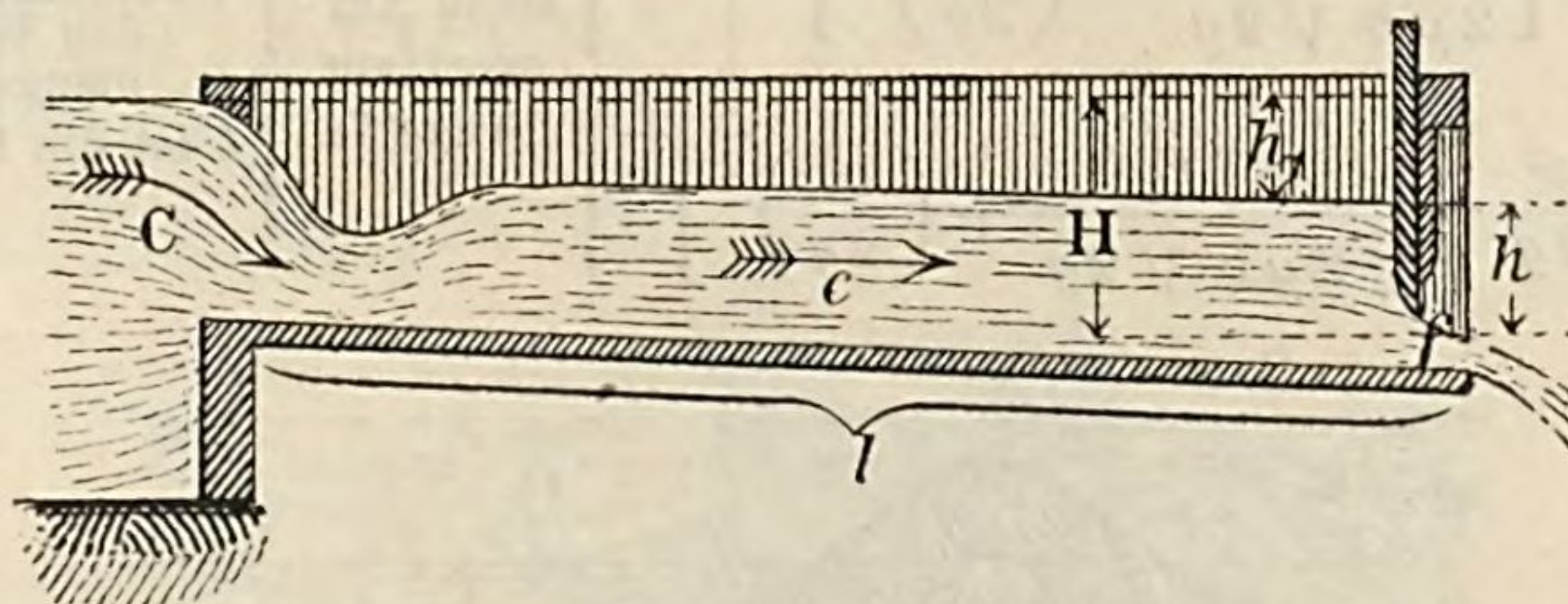
siehe Antwort auf Frage 52

μ bezeichnet den Kontraktionskoeffizienten bei A O.
 u ist der benetzte Umfang.
 F ist das Querprofil.
 l ist die Kanallänge.
 k ist eine durch Versuche zu bestimmende Grösse.



$$47) \delta = \frac{c^2}{2g\mu^2} + \frac{u}{F} \cdot l \cdot \frac{c^2}{k^2} \left\{ \text{siehe Antwort auf Frage 52} \right.$$

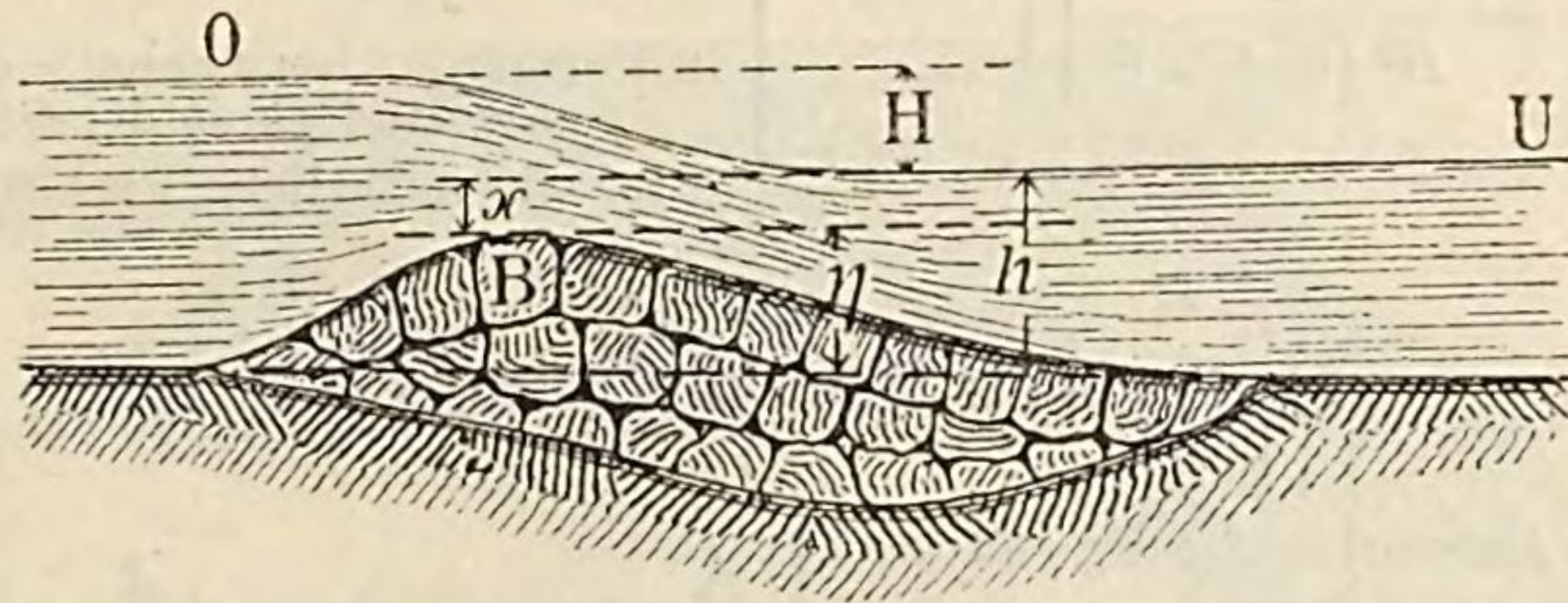
$$48) h_1 = \frac{c^2}{2g} \left[2 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + 2g \cdot \frac{ul}{Fk^2} \right] \left\{ \text{siehe Erkl. 43} \right.$$



$$49) H = \frac{c_1^2}{2g} \left\{ 1 + \left(\frac{\mu f}{F} \right)^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + 2g \frac{ul}{Fk^2} \right] \right\} \text{ siehe Erkl. 43}$$

4) Formeln über die Stauhöhe unvollkommener Ueberfallswehre.

$$\begin{aligned}
 61) \quad x &= \frac{Q}{\mu_1 b \sqrt{2gH}} - \frac{2}{3} \frac{\mu}{\mu_1} H \\
 62) \quad \eta &= h - \frac{Q}{\mu_1 b \sqrt{2gH}} + \frac{2}{3} \frac{\mu}{\mu_1} H
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} 61) \\ 62) \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 76} \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} 61) \\ 62) \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} Q \text{ bezeichnet die pro Sekunde über das} \\ \text{Wehr fließende Wassermenge.} \\ b \text{ ist die Breite der Wehrkrone.} \end{array}$$



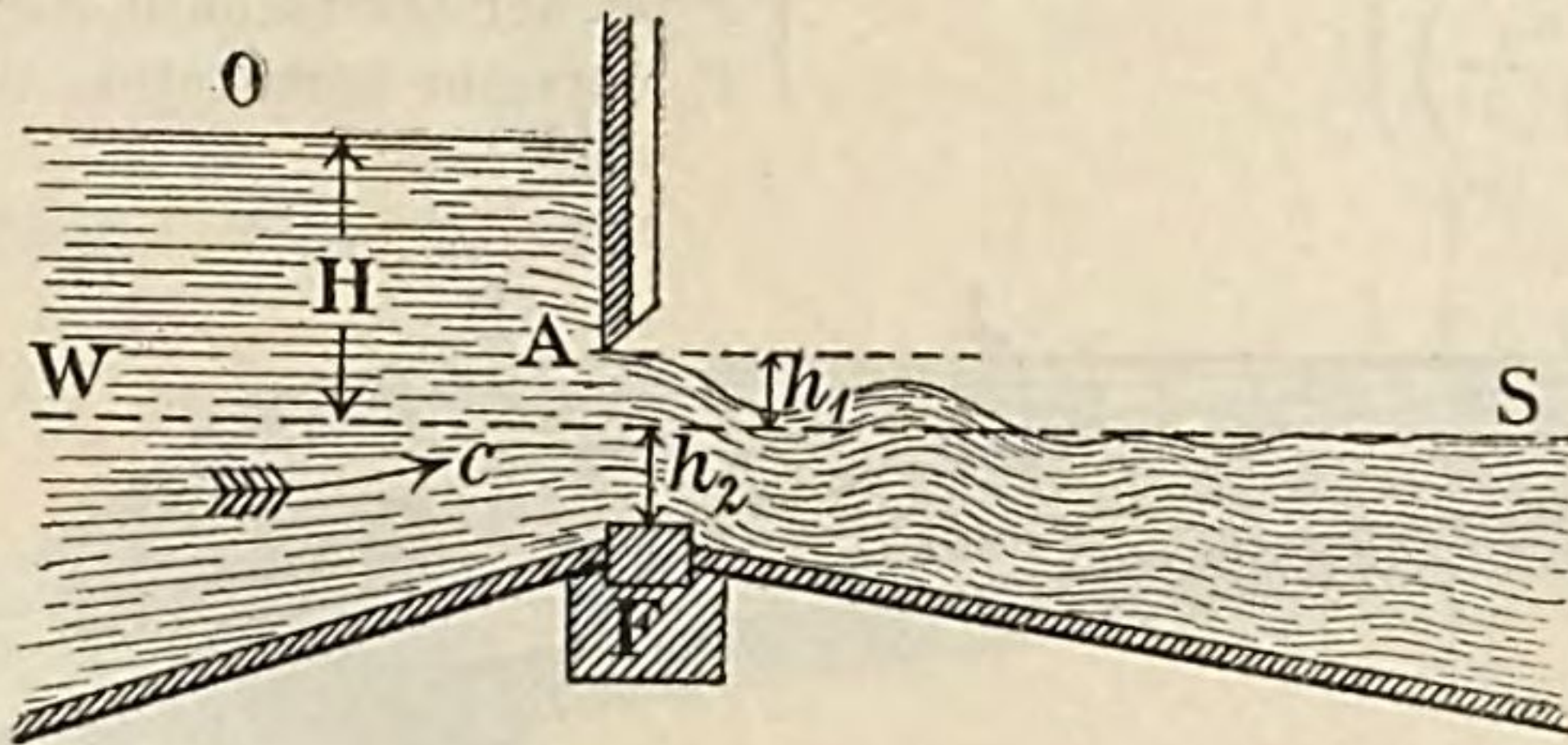
5) Formeln für Durchlass- oder Schleusenwehre.

Wenn $c = 0$

$$63) \quad Q = b \sqrt{2g} \left[\mu_1 h_1 \sqrt{\left(H - \frac{1}{2} h_1\right)} + \mu_2 h_2 \sqrt{H} \right] \left. \vphantom{Q = b \sqrt{2g} \left[\mu_1 h_1 \sqrt{\left(H - \frac{1}{2} h_1\right)} + \mu_2 h_2 \sqrt{H} \right]} \right\} \text{siehe Antwort auf Frage 78}$$

Wenn $c > 0$

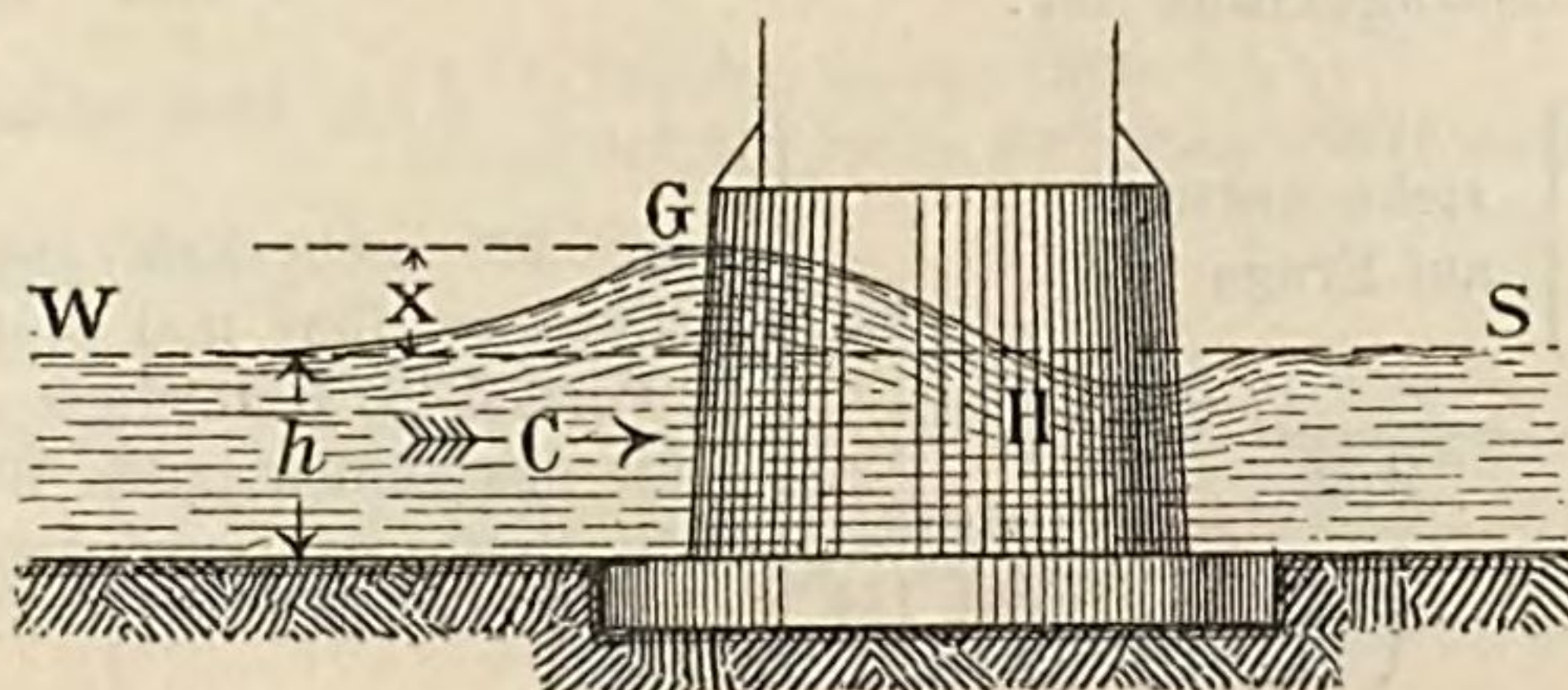
$$64) \quad Q = b \sqrt{2g} \left[\mu_1 h_1 \sqrt{\left(H - \frac{1}{2} h_1\right) + \frac{c^2}{2g}} + \mu_2 h_2 \sqrt{H + \frac{c^2}{2g}} \right] \left. \vphantom{Q = b \sqrt{2g} \left[\mu_1 h_1 \sqrt{\left(H - \frac{1}{2} h_1\right) + \frac{c^2}{2g}} + \mu_2 h_2 \sqrt{H + \frac{c^2}{2g}} \right]} \right\} \text{siehe Erkl. 67}$$



$$\begin{aligned}
 65) \quad H &= \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{\alpha^2 f^2} - \frac{1}{F^2} \right] \left. \vphantom{H = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{\alpha^2 f^2} - \frac{1}{F^2} \right]} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 79} \end{array} \\
 66) \quad H &= \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\alpha^2 f^2} - \frac{1}{b^2 (H + h)^2} \right) \\
 67) \quad f &= \frac{Q}{\alpha \sqrt{2gH + \left(\frac{Q}{F}\right)^2}}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} 65) \\ 66) \\ 67) \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe} \\ \text{Erkl. 68} \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} 65) \\ 66) \\ 67) \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} \mu_1 \text{ und } \mu_2 \text{ sind die betreffenden Ausflusskoeffi-} \\ \text{zienten.} \\ \alpha \text{ ist der Kontraktionskoeffizient.} \\ Q \text{ ist die sekundliche Wassermenge.} \\ b \text{ ist die Breite der Schützenöffnung.} \\ h \text{ ist die ungestaute Wassertiefe.} \\ F \text{ ist der Querschnitt des Oberwasserprofils.} \\ f \text{ ist der Inhalt der Oeffnung.} \end{array}$$

6) Formeln für die Stauhöhe bei Brücken, Buhnen und Schleusen.

$$\begin{aligned}
 68) \quad Q &= \mu b \sqrt{2g} \left[\frac{2}{3} \left(x + \frac{c^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}} + h \sqrt{x + \frac{c^2}{2g}} \right] \\
 69) \quad Q &= \mu b \sqrt{2g} \left[\left(\frac{2}{3} x + h\right) \cdot \sqrt{x + \frac{c^2}{2g}} \right]
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} 68) \\ 69) \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 80} \end{array}$$



$$70) \quad x^3 + x^2(H + 3h) + x\left(\frac{9}{4}h^2 + 3Hh\right) = \frac{9}{8} \frac{Q^2}{\mu^2 b^2 g} - \frac{9}{4} Hh^2 \quad \left. \vphantom{\frac{9}{8} \frac{Q^2}{\mu^2 b^2 g}} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 81} \end{array}$$

$$71) \quad x = \frac{c^2 - c_0^2}{2g}$$

$$72) \quad x = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{(\mu b h)^2} - \frac{1}{B^2 (h + x)^2} \right]$$

siehe
Erkl. 71

Q bezeichnet die sekundlich durch die Staustelle fließende Wassermenge.

μ ist der Ausflusskoeffizient.

b ist die lichte Weite zwischen den Brückenpfeilern

$$H = \frac{c^2}{2g}.$$

In Formel 71) bezeichnet c die grösste, c_0 die kleinste Geschwindigkeit der Staustelle.

B ist die natürliche Flussbreite.

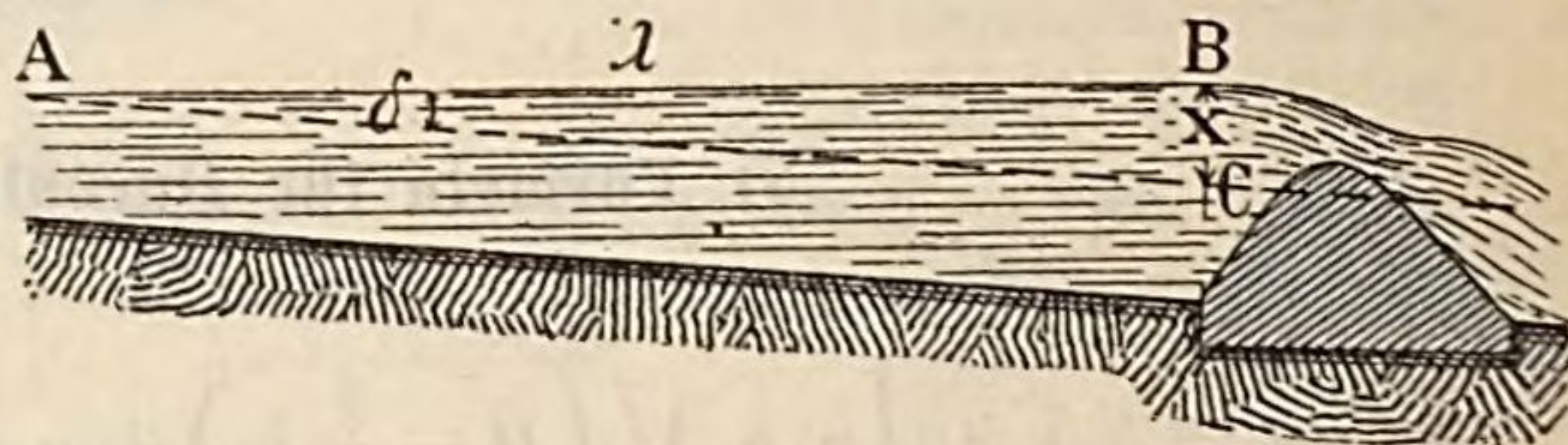
7) Formeln über die Stauweite.

$$73) \quad \lambda = x \cdot \operatorname{ctg} \delta \quad \text{siehe Antwort auf Frage 84}$$

$$74) \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda = x \sqrt{\left(\frac{2gF^3}{\zeta Q^2 u}\right)^2 - 1} \\ \lambda = x \sqrt{\left(\frac{2gF}{\zeta c^2 u}\right)^2 - 1} \end{array} \right. \quad \left. \vphantom{\frac{2gF}{\zeta c^2 u}} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 85} \end{array}$$

$$75) \quad \lambda = \frac{x}{\frac{h}{l} - \frac{h_0}{l}} \quad \left. \vphantom{\frac{h}{l} - \frac{h_0}{l}} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 86} \end{array}$$

$$76) \quad \lambda = \frac{1,9 \cdot 2gx}{\zeta Q^2 \left(\frac{u}{F^3} - \frac{u_0}{F_0^3} \right)}$$



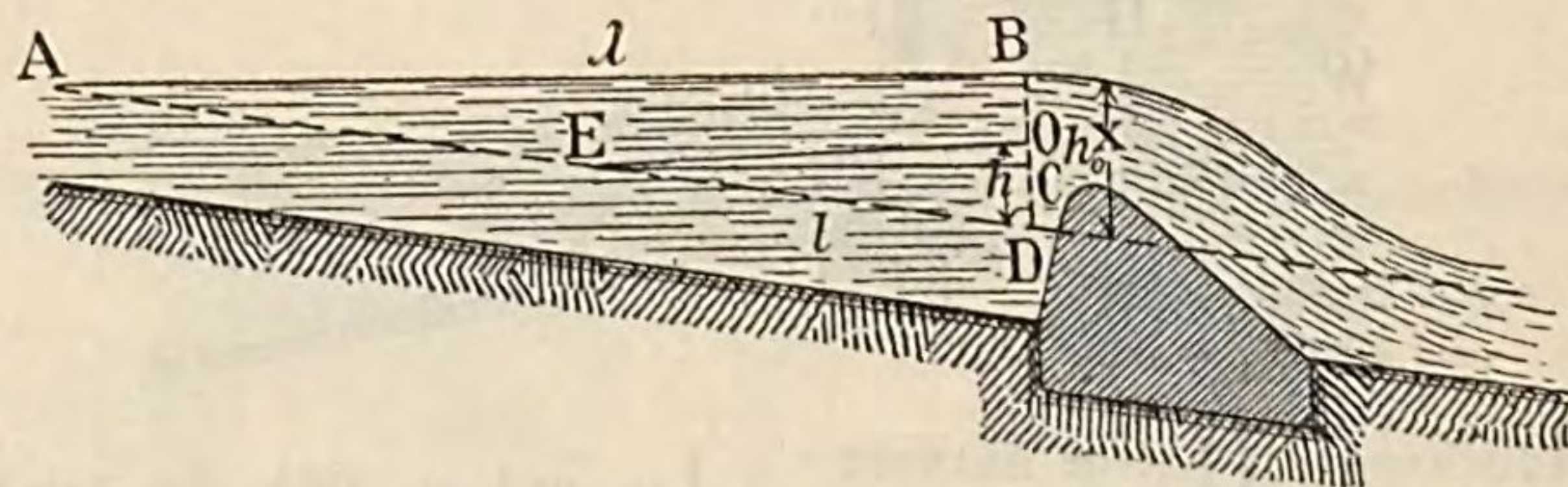
λ bezeichnet die Stauweite.

Q ist die pro Sekunde abfließende Wassermenge.

u bezeichnet den benetzten Umfang des Flusses vor, u_0 denselben Wert unmittelbar vor dem Wehre nach erfolgter Stauung.

F ist der Querschnitt des Flusses vor,

F_0 derselbe unmittelbar vor dem Wehre nach erfolgter Stauung.



8) Formeln über das Messen der Wassermengen (Aichungen).

$$77) \quad Q = \frac{Fh}{t} \quad \left. \vphantom{\frac{Fh}{t}} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 93} \end{array}$$

$$78) \quad Q = \mu F \sqrt{2gh} \quad \text{siehe Antwort auf Frage 94}$$

= Formel 47) im I. Teil der Hydrodynamik.

$$79) \quad Q = \mu b (H - h) \sqrt{2g \frac{H + h}{2}} \quad \left. \vphantom{\frac{H + h}{2}} \right\} \begin{array}{l} \text{s. Antwort} \\ \text{auf Frg. 98} \end{array}$$

= Formel 50) im I. Teil der Hydrodynamik.

Q ist die sekundliche Wassermenge.

F ist der Querschnitt des Aichgefäßes.

h ist die Höhe des geaichten Wassers und

t ist die Füllzeit.

Für ein kurzes Ansatzgerinne ist:

$$80) \quad \left\{ \begin{array}{l} Q = \mu ab \sqrt{2gh} \\ \text{oder:} \\ Q = \mu F \sqrt{2gh} \end{array} \right. \quad \left. \vphantom{\mu F \sqrt{2gh}} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 101} \end{array}$$

$$81) \quad Q = 0,965 ab \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{a}{a_1}\right)^2}} \quad \left. \vphantom{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{a}{a_1}\right)^2}} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe} \\ \text{Erkl. 134} \end{array}$$

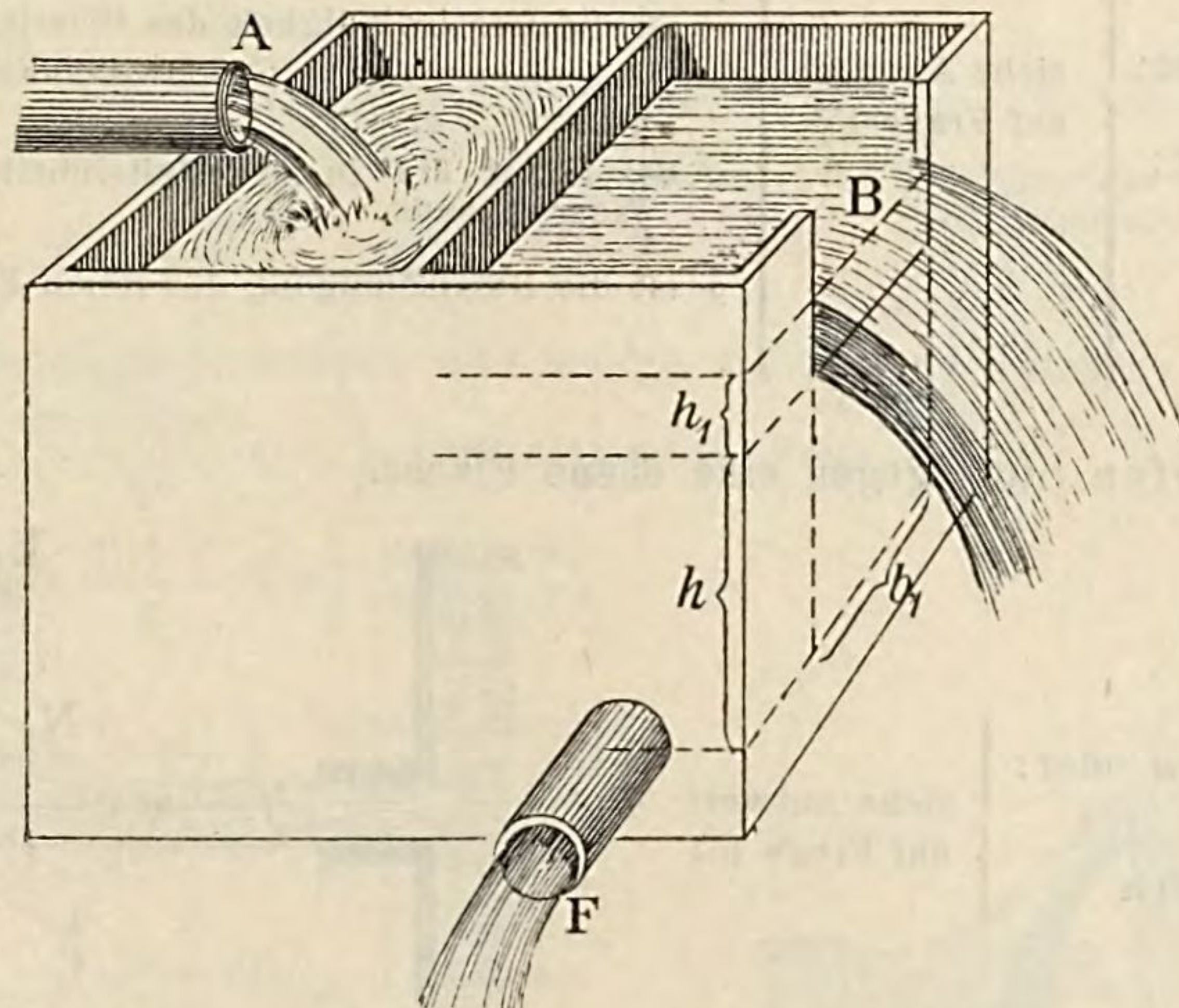
$\mu = 0,965$ (siehe Erkl. 134).

$F = ab = \text{Höhe mal Breite.}$

In Formel 81) bezeichnet a_1 die Tiefe des zu- und a die des abfließenden Wassers, während

b die Breite der Ausflussöffnung ist.

$$82) \left\{ \begin{array}{l} Q = \mu F \sqrt{2g(h+h_1)} \\ Q_1 = \frac{2}{3} \mu_1 b_1 \sqrt{2gh_1^3} \\ \text{also:} \\ Q = \mu F \sqrt{2gh + \left(\frac{3gQ_1}{\mu_1 b_1}\right)^{2/3}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe} \\ \text{Erkl. 139} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} Q \text{ bezeichnet die Ausflussmenge aus dem Rohre } F. \\ Q_1 \text{ bezeichnet die Ausflussmenge des Ueberfalles } B. \end{array} \right.$$



Für grössere abgefasste Wasserläufe:

$$83) \quad Q = \frac{\mu F t \sqrt{2g}}{12(t+t_1)} (\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$$

siehe Antwort auf Frage 111

$\left\{ \begin{array}{l} Q \text{ ist die sekundl. Zuflussmenge.} \\ t \text{ ist die Ausflusszeit.} \\ t_1 \text{ ist die Zeit des Zuflusses.} \\ h_0, h_1, h_2 \dots \text{ sind die Druck-} \\ \text{höhen während des Sinkens} \\ \text{des Wasserspiegels.} \\ F \text{ ist der Inhalt der Schützen-} \\ \text{öffnung.} \end{array} \right.$

Mittlere Geschwindigkeit breiter Flüsse:

$$84) \quad c = \frac{Q}{F} = \frac{n_1 t_1 c_1 + n_2 t_2 c_2 + n_3 t_3 c_3 + \dots}{n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{siehe} \\ \text{Erkl. 145} \end{array} \right.$$

$\left\{ \begin{array}{l} n_1, n_2, n_3 \dots \text{ sind die Teile der Breite} \\ \text{eines Querprofiles.} \\ t_1, t_2, t_3 \dots \text{ sind die mittleren Tiefen} \\ \text{innerhalb dieser Teile.} \\ c_1, c_2, c_3 \dots \text{ sind die mittleren Ge-} \\ \text{schwindigkeiten dieser Teile.} \end{array} \right.$

9) Formeln über die tachometrischen oder Geschwindigkeitsmessungen.

Für Schwimmer:

$$85) \quad c = \frac{s}{t} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{siehe Antwort auf Frage 120} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} c \text{ ist die sekundliche Geschwindigkeit.} \\ s \text{ ist der in der Zeit } t \text{ zurückgelegte Weg.} \end{array} \right.$$

Für Pitot's Röhre:

$$86) \quad \left\{ \begin{array}{l} v = \mu \sqrt{2gh} \\ v = \psi \sqrt{h} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 131} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} v \text{ ist die Flussgeschwindigkeit } g = 9,81 \text{ m.} \\ h \text{ ist die Höhe der gehobenen Wassersäule.} \\ \mu \text{ ist eine Erfahrungszahl. } \psi = 4,429 \mu. \end{array} \right.$$

Für Darcys Sympiezometer:

$$87) \quad v = \psi \sqrt{h_1 + h_2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{siehe Erkl. 164} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} h_1 \text{ ist die Wassersäule über,} \\ h_2 \text{ ist die Höhe derselben unter dem Niveau.} \end{array} \right.$$

Für den Stromquadranten:

$$88) \quad \left\{ \begin{array}{l} v = \sqrt{\frac{G}{\mu F}} \cdot \sqrt{\tan \alpha} \\ \text{oder:} \\ v = \psi \sqrt{\tan \alpha} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 136} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} G \text{ ist das Gewicht der Kugel im Wasser.} \\ \mu \text{ ist eine durch Versuche zu bestimmende Zahl.} \\ \alpha \text{ ist der Winkel, welchen das abgelenkte Pendel mit} \\ \text{einem Lote bildet.} \end{array} \right.$$

10) Formeln über den Stoss des bewegten Wassers.

Für den geraden Stoss gegen eine ebene Fläche.

89a)
$$P = \frac{f\gamma(v-c)^2}{g}$$

89b)
$$P = \frac{G(v-c)}{g}$$

Ist $c = 0$, dann ist:

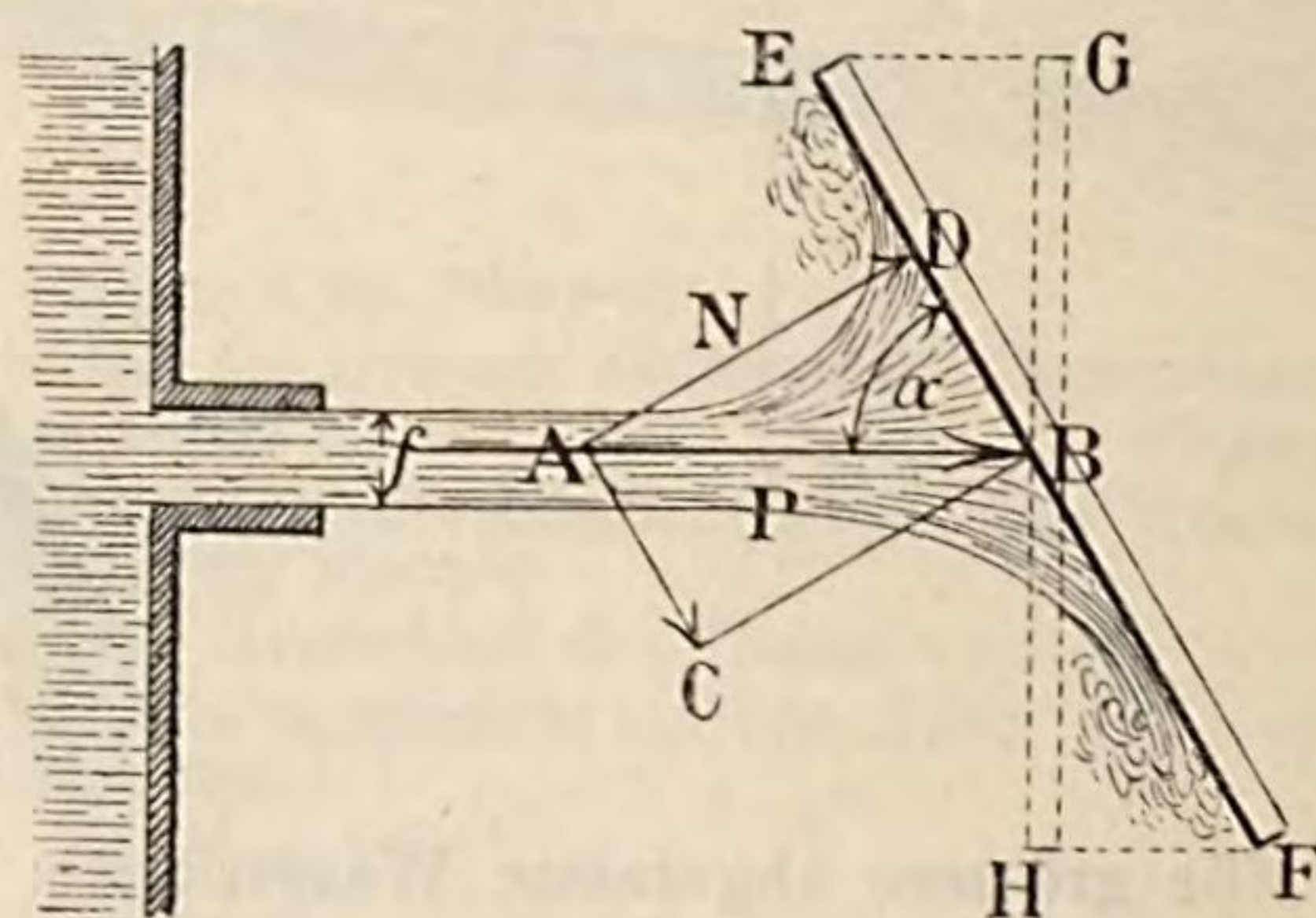
90)
$$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{Gv}{g} \text{ oder:} \\ P = \frac{f\gamma v^2}{g} \end{array} \right.$$

91)
$$P = 2fh\gamma$$

siehe Antwort
auf Frage 151 P bezeichnet den hydraulischen Druck. f ist der Querschnitt der Ausflussöffnung. γ das Gewicht der Volumeinheit der Flüssigkeit. v ist die Geschwindigkeit des Flüssigkeitsstrahles und c die gleichgerichtete Geschwindigkeit der Stossfläche, und
zwar $v > c$. G bezeichnet die in der Zeiteinheit zum Stoss kommende Wassermenge. g ist die Beschleunigung des freien Falles und $h = \frac{v^2}{2g}$.

Für den schiefen Stoss gegen eine ebene Fläche.

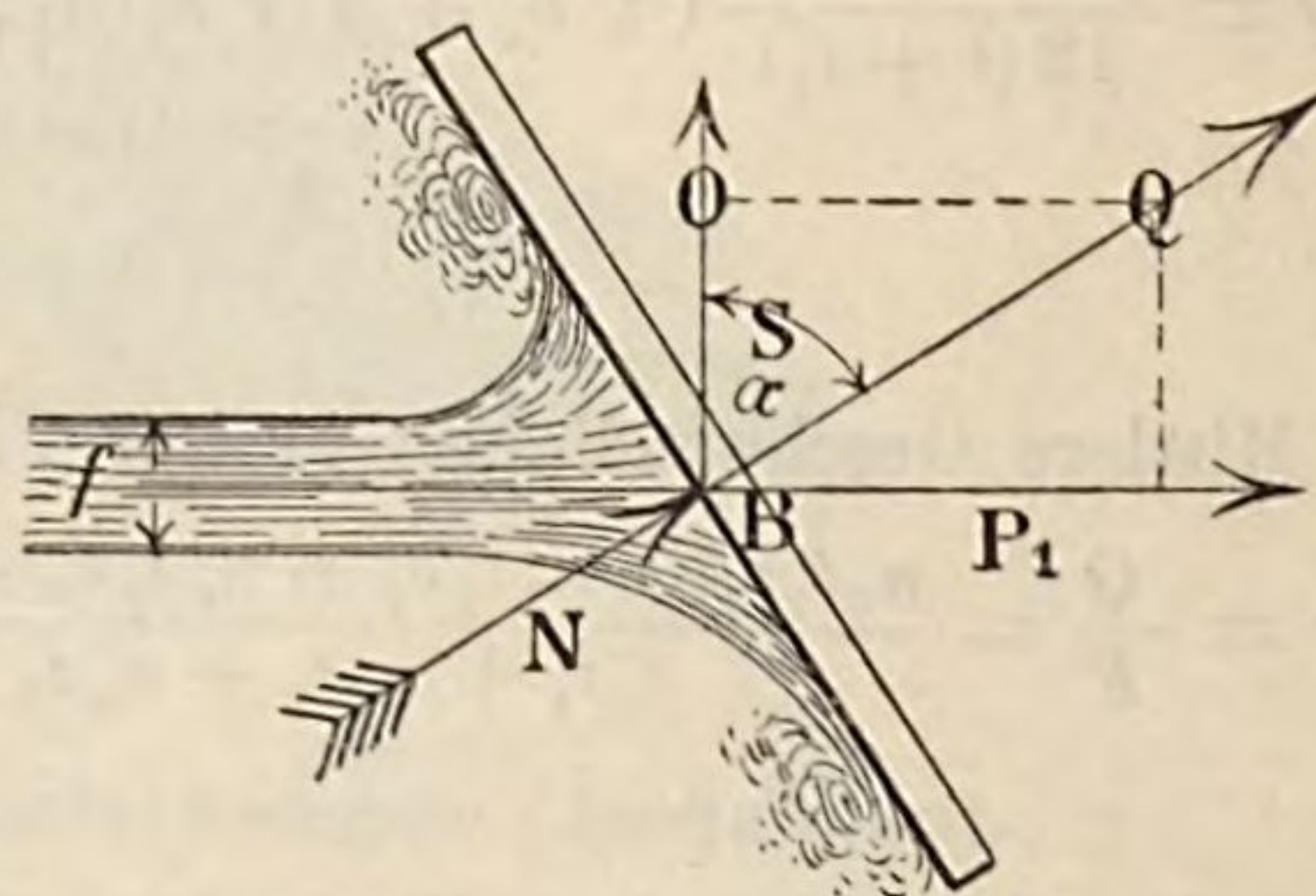
92)
$$\left\{ \begin{array}{l} N = \frac{Gv}{g} \cdot \sin \alpha \text{ oder:} \\ N = \frac{f\gamma v^2}{g} \cdot \sin \alpha \end{array} \right.$$

siehe Antwort
auf Frage 154

93)
$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = \frac{Gv}{g} \sin^2 \alpha \text{ oder:} \\ P_1 = \frac{f\gamma v^2}{g} \sin^2 \alpha \end{array} \right.$$

siehe Antwort
auf Frage 155

94)
$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{Gv}{g} \sin \alpha \cos \alpha \\ S = \frac{f\gamma v^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha \end{array} \right.$$



95)
$$\left\{ \begin{array}{l} N = \frac{G(v-c)}{g} \sin \alpha \\ N = \frac{f\gamma(v-c)^2}{g} \sin \alpha \end{array} \right.$$

siehe
Erkl. 197

96)
$$\left\{ \begin{array}{l} N = \frac{G(v+c)}{g} \sin \alpha \\ N = \frac{f\gamma(v+c)^2}{g} \sin \alpha \end{array} \right.$$

NB. Die Formeln 92) 93) und 94) gelten für den Fall, dass sich die gestossene Fläche im Zustande der Ruhe befindet.

97)
$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = \frac{G(v-c)}{g} \sin^2 \alpha \\ P_1 = \frac{f\gamma(v-c)^2}{g} \sin^2 \alpha \end{array} \right.$$

siehe
Erkl. 198

98)
$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{G(v-c)}{g} \sin 2\alpha \\ S = \frac{f\gamma(v-c)^2}{2g} \sin 2\alpha \end{array} \right.$$

NB. Die Formeln 95), 97) und 98) gelten für den Fall, dass sich die gestossene Fläche mit der Geschwindigkeit c in der Richtung des stossenden Wasserstrahles fortbewegt.

$$99) \left\{ \begin{array}{l} P_1 = \frac{G(v+c)}{g} \cdot \sin^2 \alpha \\ P_1 = \frac{f\gamma(v+c)^2}{g} \cdot \sin^2 \alpha \end{array} \right\} \quad \text{siehe Erkl. 198}$$

$$100) \left\{ \begin{array}{l} S = \frac{G(v+c)}{2g} \cdot \sin 2\alpha \\ S = \frac{f\gamma(v+c)^2}{2g} \cdot \sin 2\alpha \end{array} \right\}$$

NB. Die Formeln 96), 99) und 100) gelten für den Fall, dass die Fläche eine dem stossenden Wasserstrahl entgegengesetzte Geschwindigkeit c besitzt.

$$101) \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{G(v-c)c}{g} \cdot \sin^2 \alpha = Pc \\ A = \frac{f\gamma(v-c)^2 \cdot c}{g} \cdot \sin^2 \alpha = Pc \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 157} \end{array} \right\} \quad A \text{ bezeichnet die von der gestossenen Fläche aufgenommene Arbeit.}$$

Für den Stoss gegen Rotations- und andere nicht ebene Flächen:

$$102) \quad P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v-c}{g} \cdot Q\gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort auf Frage 158} \end{array} \right\}$$

$$103) \quad P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v+c}{g} \cdot Q\gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{s. Antwort} \\ \text{auf Frag. 159} \end{array} \right\}$$

Wenn $c = 0$:

$$104) \quad P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v}{g} \cdot Q\gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 160} \end{array} \right\}$$

$$105) \left\{ \begin{array}{l} P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{(v-c)^2}{g} \cdot f\gamma \\ P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{(v+c)^2}{g} \cdot f\gamma \\ P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v^2}{g} \cdot f\gamma \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe} \\ \text{Antwort} \\ \text{auf} \\ \text{Frage 162} \end{array} \right\}$$

Wenn $\alpha = 180^\circ$ (siehe Figur)

$$106) \left\{ \begin{array}{l} P = \frac{2(v-c)^2}{g} f\gamma \\ P = \frac{2(v+c)^2}{g} f\gamma \\ P = \frac{2v^2}{g} f\gamma = 4fh\gamma \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 166} \end{array} \right\}$$

Wenn $c = \frac{1}{2}v$:

$$107) \quad Pc = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{1}{2} Qh\gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 170} \end{array} \right\}$$

Wenn $\alpha = 180^\circ$:

$$108) \quad Pc = Qh\gamma$$

$$109) \quad Pc = \frac{1}{2} Qh\gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{Wenn } \alpha = 90^\circ: \\ \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 171} \end{array} \right\}$$

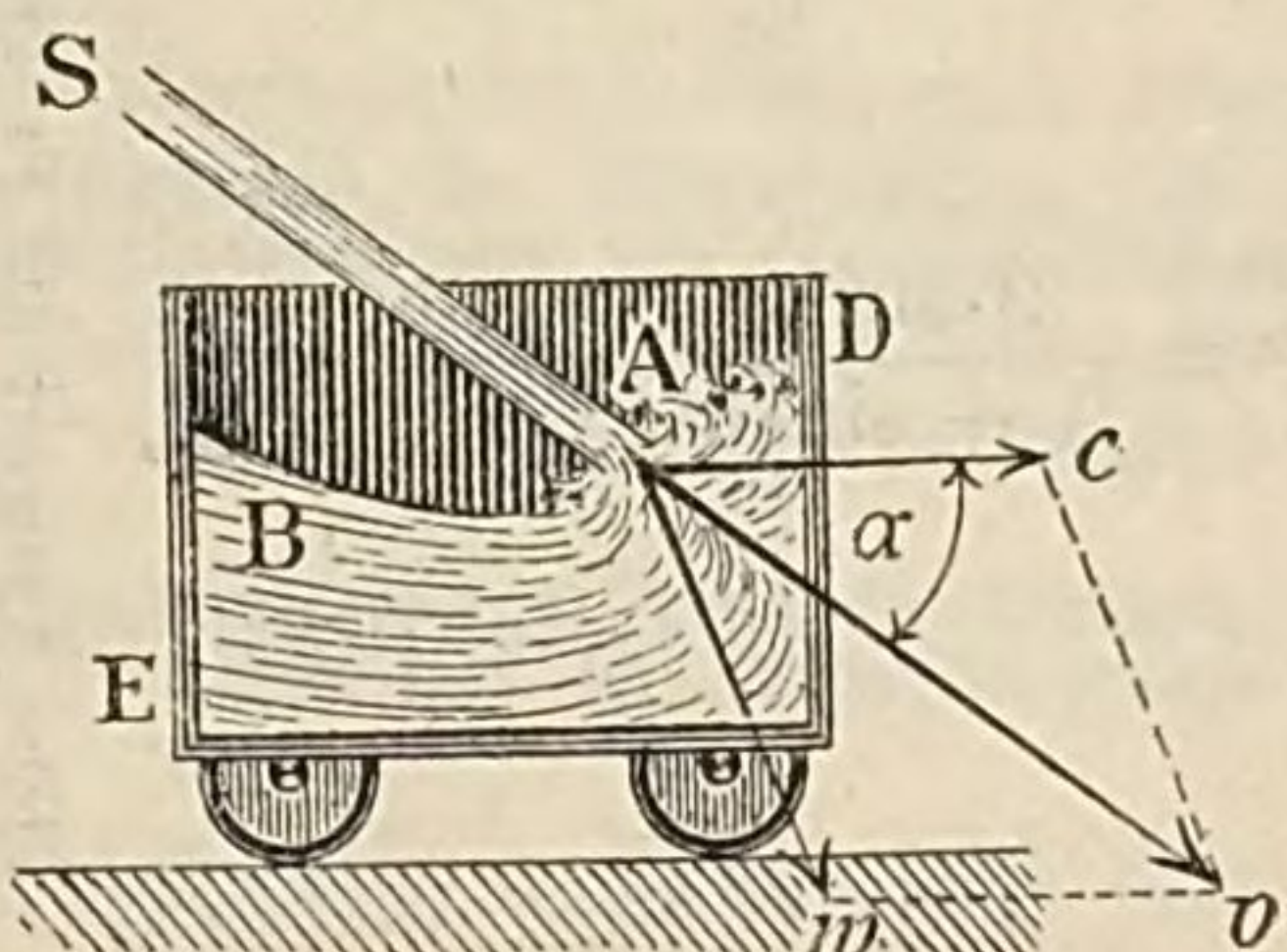
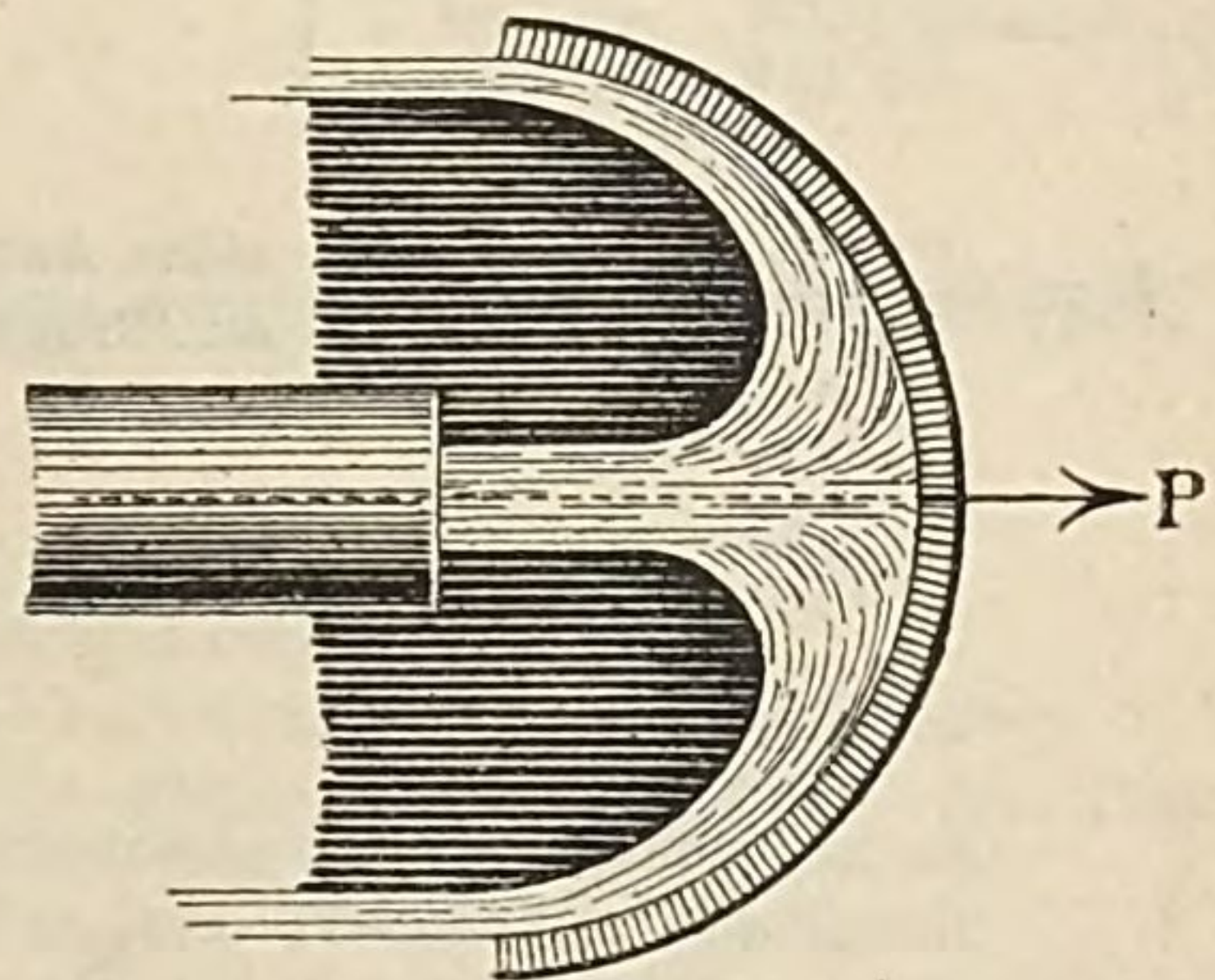
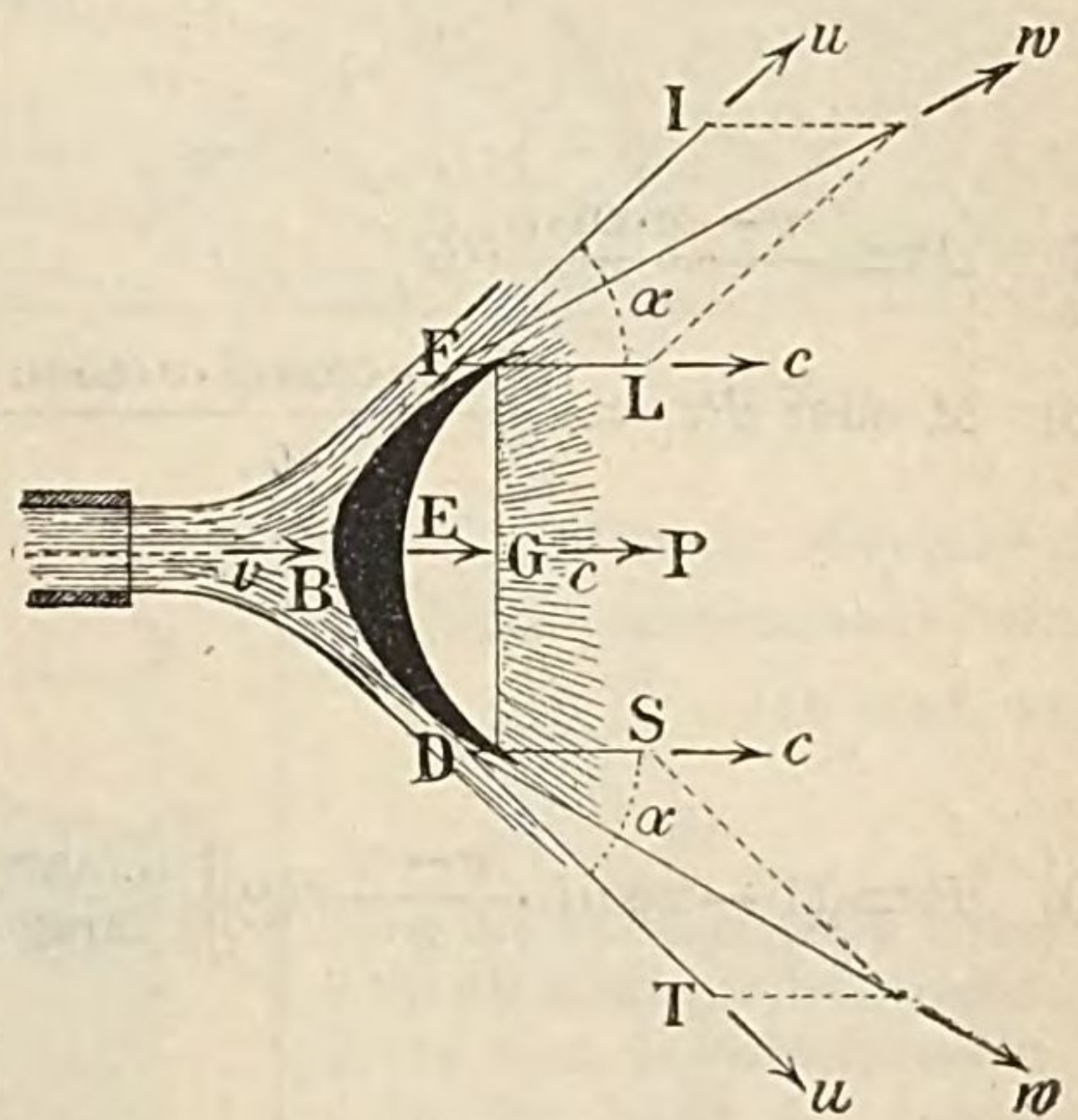
Für den Stoss isolierter Strahlen ins Wasser:

$$110) \quad A = \frac{(v \cdot \cos \alpha - c)c}{g} \cdot Q\gamma$$

$$111) \quad P = \frac{v \cdot \cos \alpha - c}{g} \cdot Q\gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 172} \end{array} \right\}$$

Wenn $\alpha = 0$:

$$112) \quad A = \frac{Q\gamma}{g} c(v-c) \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Erkl. 206 und} \\ \text{Antw. auf Frage 175} \end{array} \right\}$$



Wenn $c = 0$:

$$113) \quad P = \frac{v^2 \cdot \cos \alpha}{g} f \gamma = 2 f h \gamma \cdot \cos \alpha \quad \left. \vphantom{\frac{v^2 \cdot \cos \alpha}{g}} \right\} \text{ siehe Antwort auf Frage 173}$$

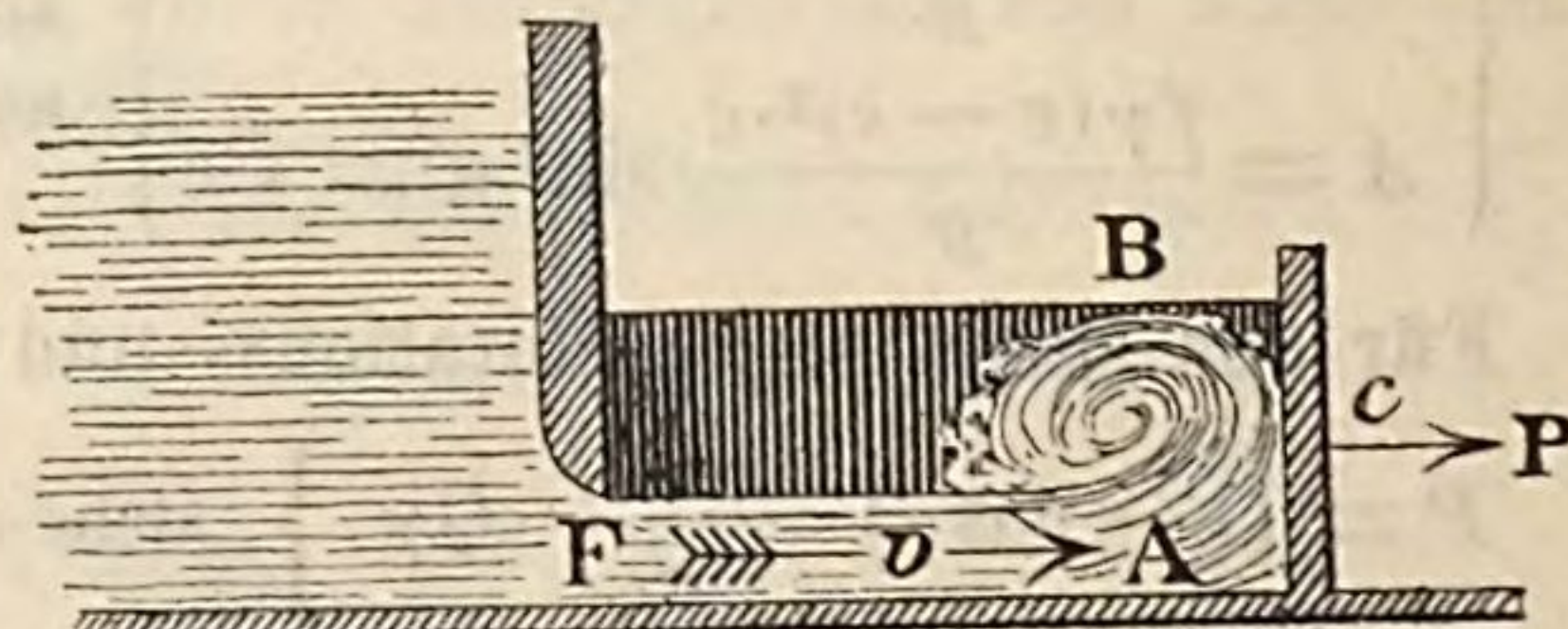
Wenn $c = \frac{1}{2} v \cdot \cos \alpha$:

$$114) \quad A = \frac{1}{2} \frac{v^2 \cdot \cos^2 \alpha}{2g} Q \gamma = \frac{1}{2} Q h \gamma \cdot \cos^2 \alpha \quad \left. \vphantom{\frac{v^2 \cdot \cos^2 \alpha}{2g}} \right\} \text{ siehe Antwort auf Frage 174}$$

11) Formeln über den geraden und schiefen Stoss des begrenzten Wassers.

$$115) \quad P = \frac{f \gamma (v - c)^2}{g} = \frac{G (v - c)}{g} \quad \left. \vphantom{\frac{f \gamma (v - c)^2}{g}} \right\} \text{ siehe Antwort auf Frage 194}$$

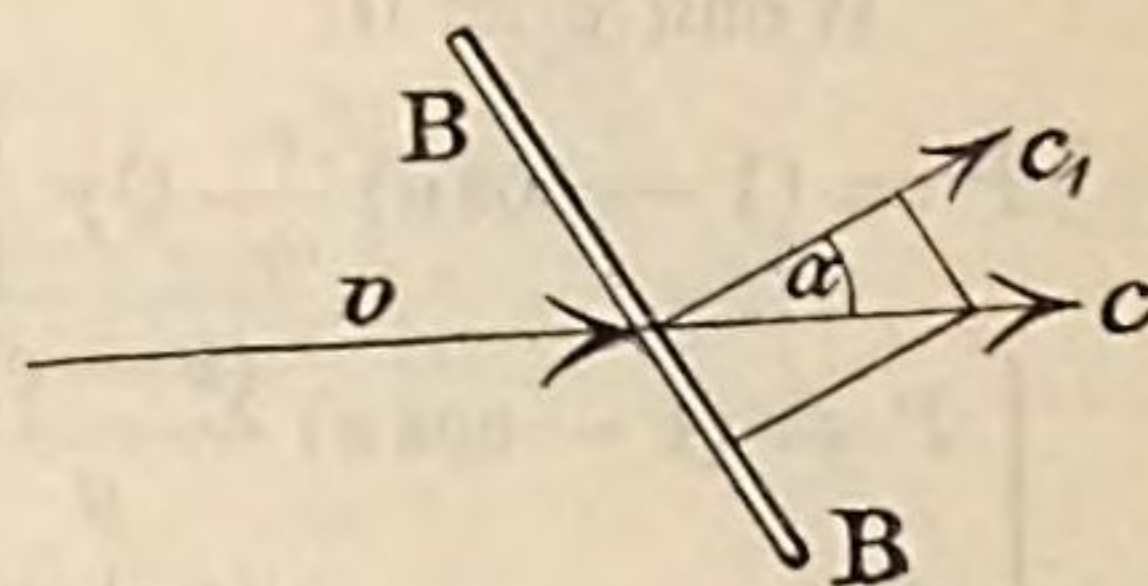
$$116) \quad Pc = \frac{f \gamma (v - c)^2 \cdot c}{g} = \frac{G (v - c) c}{g}$$



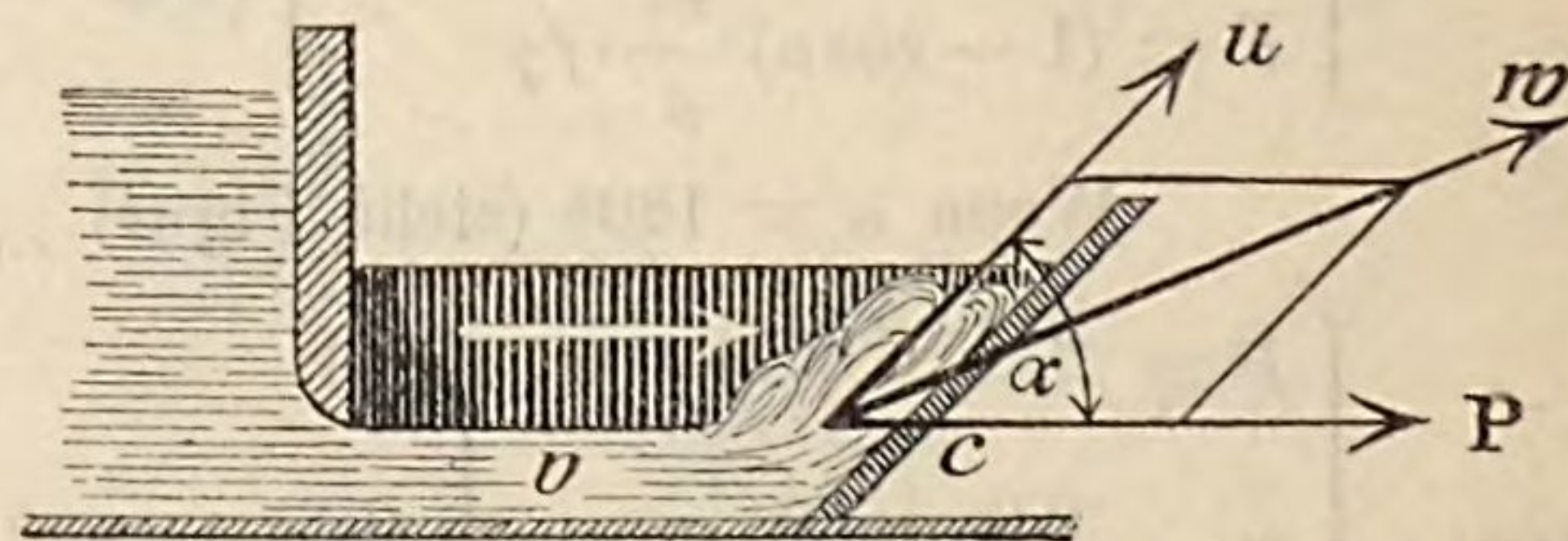
$$117) \quad P = \frac{v - c \cdot \cos \alpha}{g} \cdot G$$

$$118) \quad A \text{ oder } Pc_1 = \frac{(v - c \cdot \cos \alpha) \cdot c \cdot \cos \alpha}{g} \cdot G$$

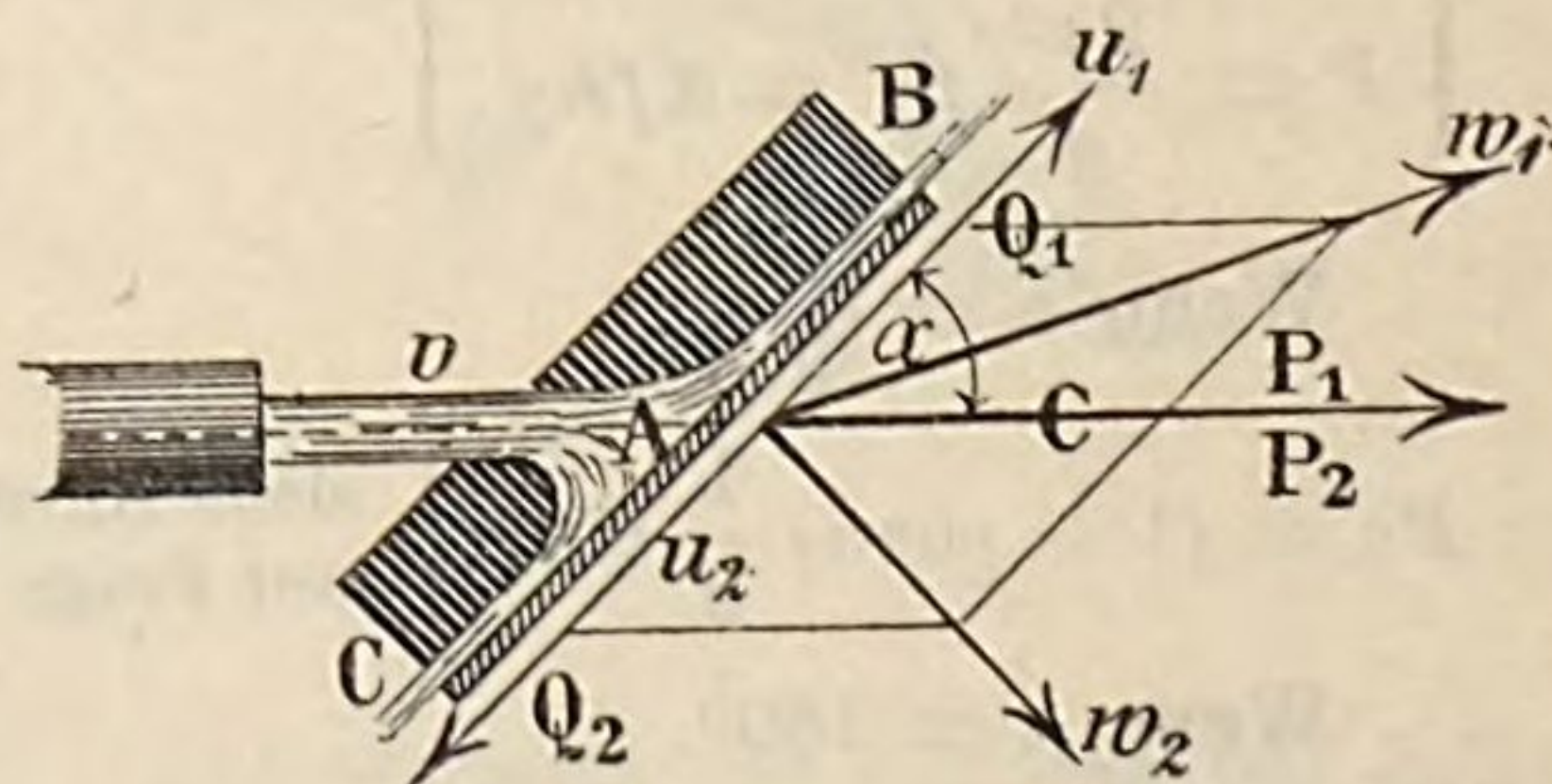
siehe Antwort auf Frage 195



$$119) \quad P = (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q \gamma \quad \left. \vphantom{(1 - \cos \alpha)} \right\} \text{ s. Antw. auf Frage 200}$$

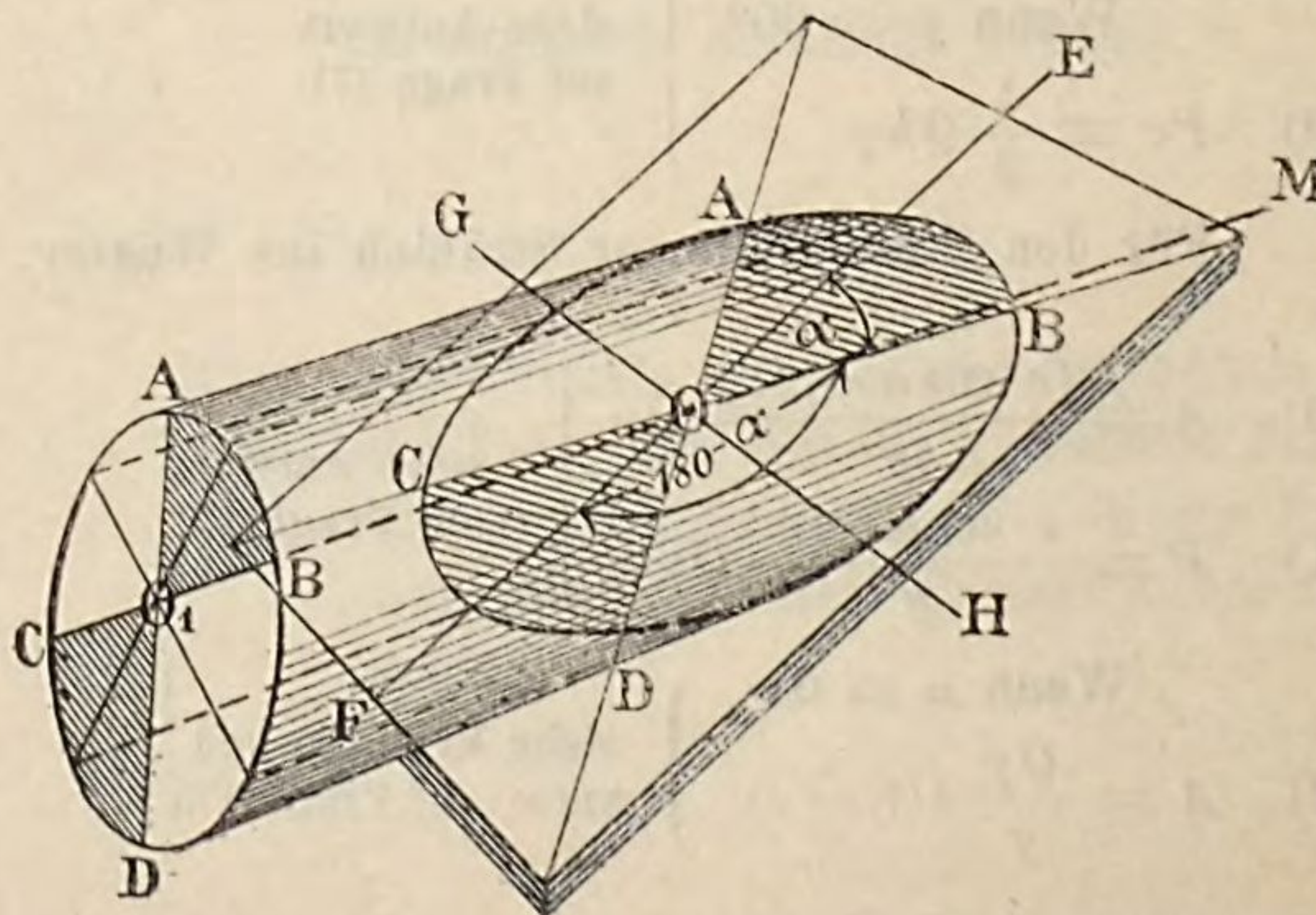


$$120) \quad P = \frac{v - c}{g} \cdot \sin^2 \alpha \cdot Q \gamma \quad \left. \vphantom{\frac{v - c}{g}} \right\} \text{ siehe Antwort auf Frage 201}$$



$$121) \quad P = \frac{2 \cdot \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \cdot \frac{v - c}{g} \cdot Q \gamma$$

siehe Antwort auf Frage 202



12) Formeln über den geraden und schiefen Stoss des unbegrenzten Wassers.

$$122) \quad P = \zeta \frac{v^2}{2g} f \gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 205} \end{array} \right\}$$

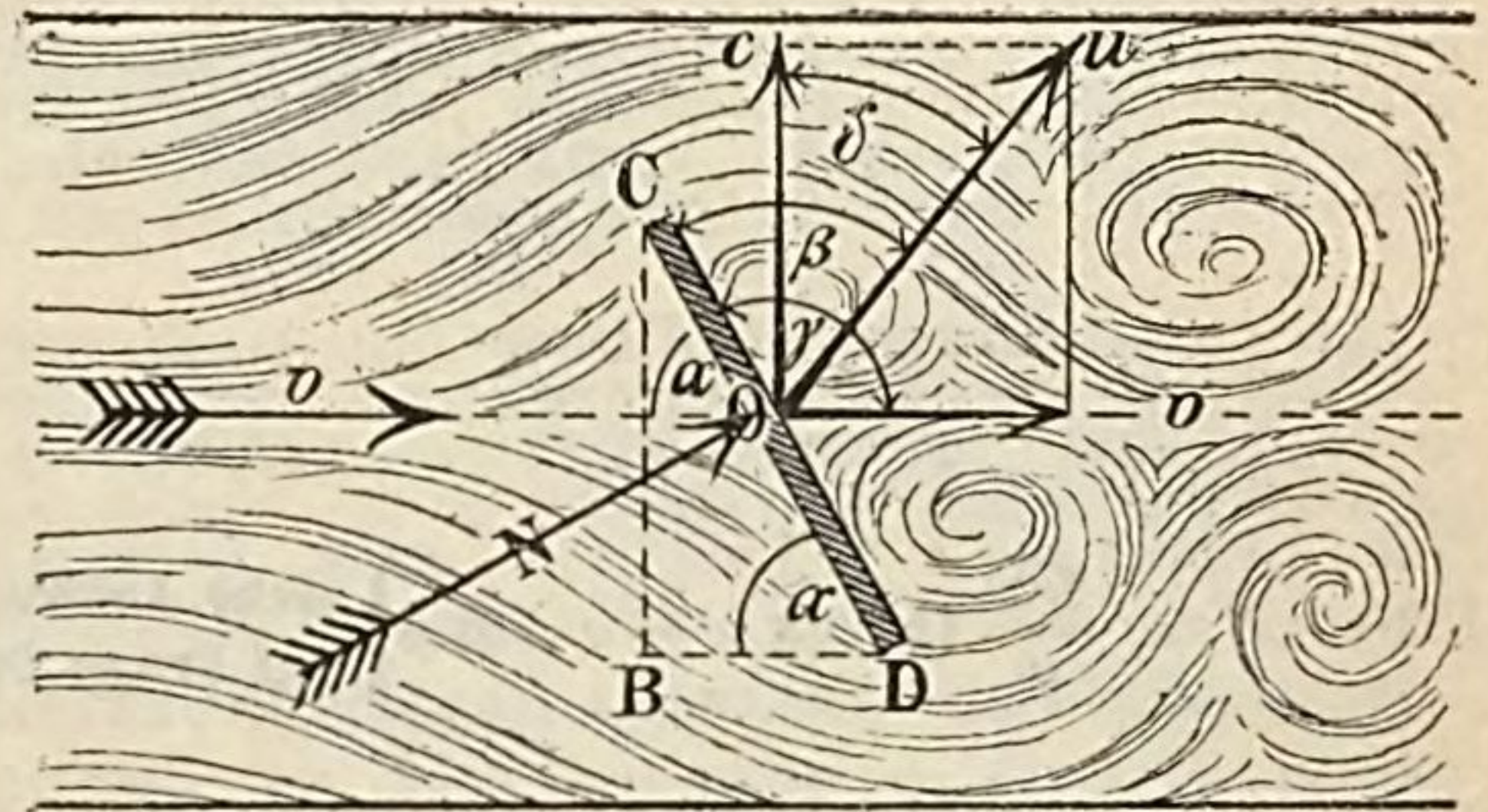
$$123) \quad P = \zeta \frac{(v-c)^2}{2g} f \gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 207} \end{array} \right\}$$

$$124) \quad P = \zeta \frac{(v+c)^2}{2g} f \gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 207} \end{array} \right\}$$

P bezeichnet die Kraft des Stosses.
 ζ ist eine Erfahrungszahl ($= 1,86$).
 v ist die Geschwindigkeit des fließenden Wassers.
 c ist die Geschwindigkeit der bewegten Fläche.
 f ist der Inhalt der gestossenen Ebene.
 γ ist das spez. Gewicht der Flüssigkeit und
 g ist die Beschleunigung des freien Falles.

$$125) \quad N = \zeta_1 \frac{f \gamma v^2}{2g} \sin^2 \alpha \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort auf} \\ \text{Frage 208} \end{array} \right\}$$

$$126) \quad N = \zeta_1 \frac{f \gamma}{2g} (\sin \alpha \cdot v + \cos \alpha \cdot c)^2$$

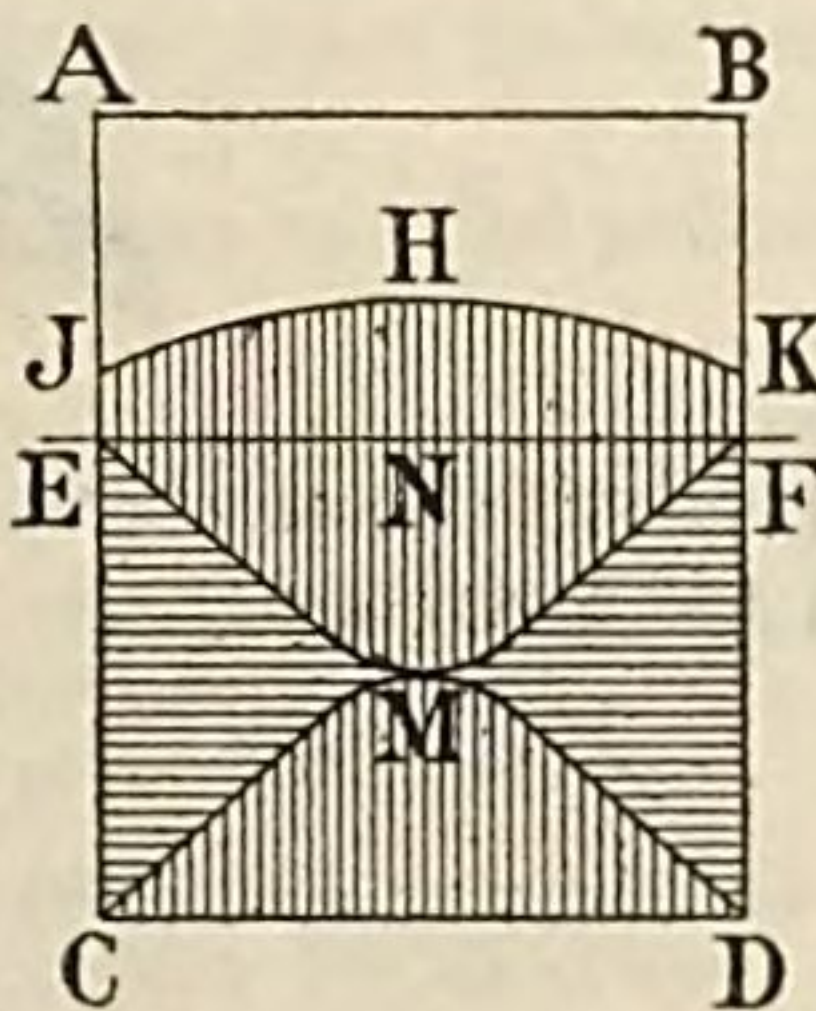


$$127) \quad h = H(1 + 1,237 e) \quad \left. \begin{array}{l} \text{s. Antw. auf} \\ \text{Frage 213} \end{array} \right\}$$

$$128) \quad P = \zeta \frac{v^2}{2g} f \gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 216} \end{array} \right\}$$

$$129) \quad P = \zeta \frac{(v-c)^2}{2g} f \gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 218} \end{array} \right\}$$

$$130) \quad P = \zeta \frac{(v+c)^2}{2g} f \gamma \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 218} \end{array} \right\}$$



$H = \frac{v^2}{2g}$ ist die der Stromgeschwindigkeit entsprechende Fallhöhe.

$$h = \frac{v^2}{2g} = NH \quad (\text{siehe Figur})$$

$$e = \frac{1}{2} \overline{EC}$$

P ist die Stosskraft des Wassers.
 v ist die Stromgeschwindigkeit und
 γ das spez. Gewicht desselben.
 f ist der Inhalt der gestossenen Fläche und
 c deren Geschwindigkeit.
 ζ ist der Widerstandskoeffizient und $g = 9,81 \text{ m}$.

13) Formeln über den Widerstand des Wassers gegen bewegte feste Körper.

$$131) \quad P = \zeta f \gamma \frac{v^2}{2g} \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 225} \end{array} \right\}$$

$$132) \quad P_1 = P \left(1 + \frac{3,2488 z}{\zeta(r-s)} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 227} \end{array} \right\}$$

$$133) \quad P = \frac{2 \zeta f \gamma v^2}{2g} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Erkl. 255} \end{array} \right\}$$

Für eine Kugel ist:

$$134) \quad P = \frac{2}{3} \zeta f \gamma \frac{v^2}{2g} \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antw. auf Frage 228} \end{array} \right\}$$

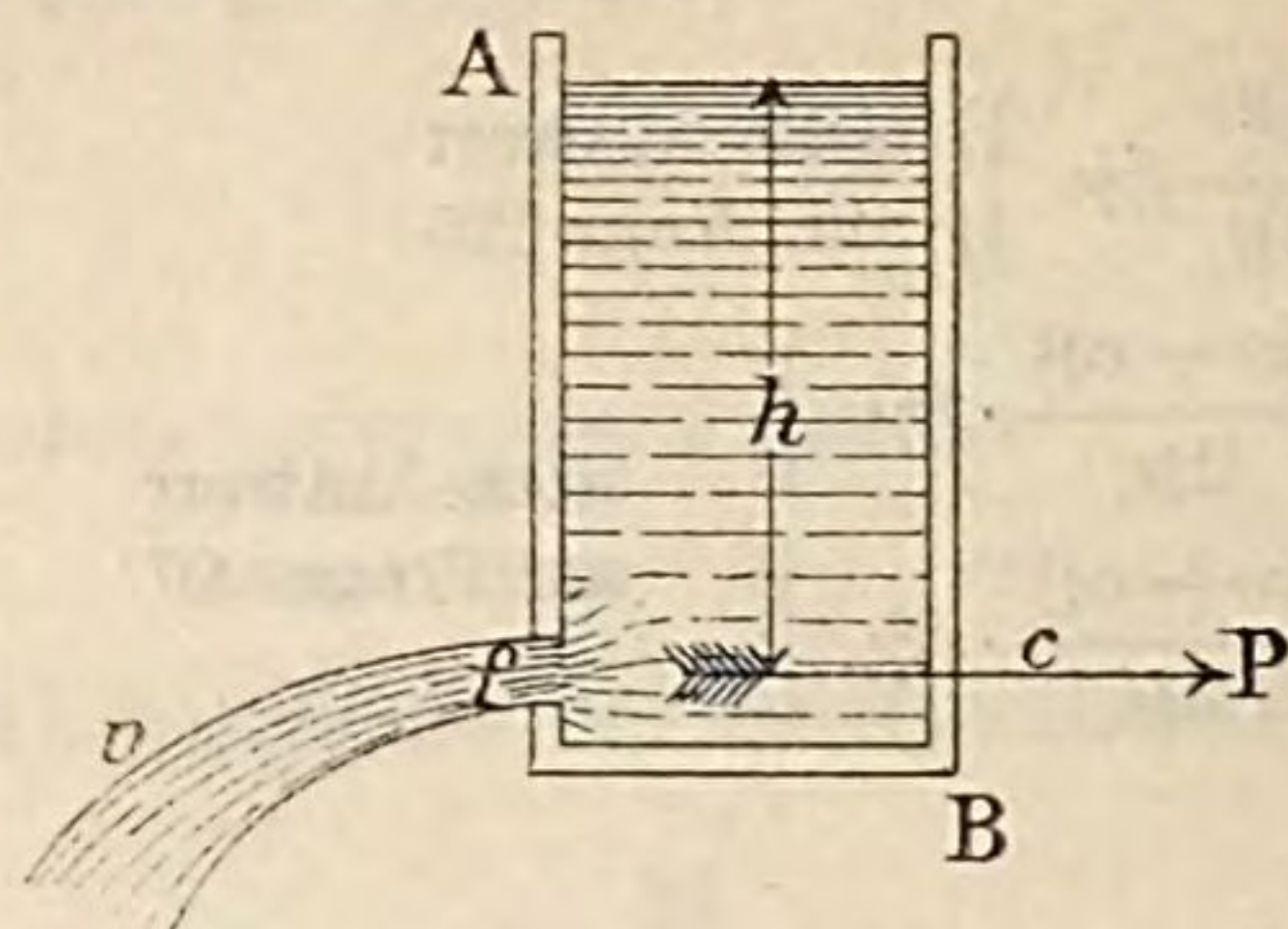
Für einen geraden Kegel ist:

$$135) \quad P = \zeta f \gamma \frac{v^2}{2g} \sin \alpha \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 229} \end{array} \right\}$$

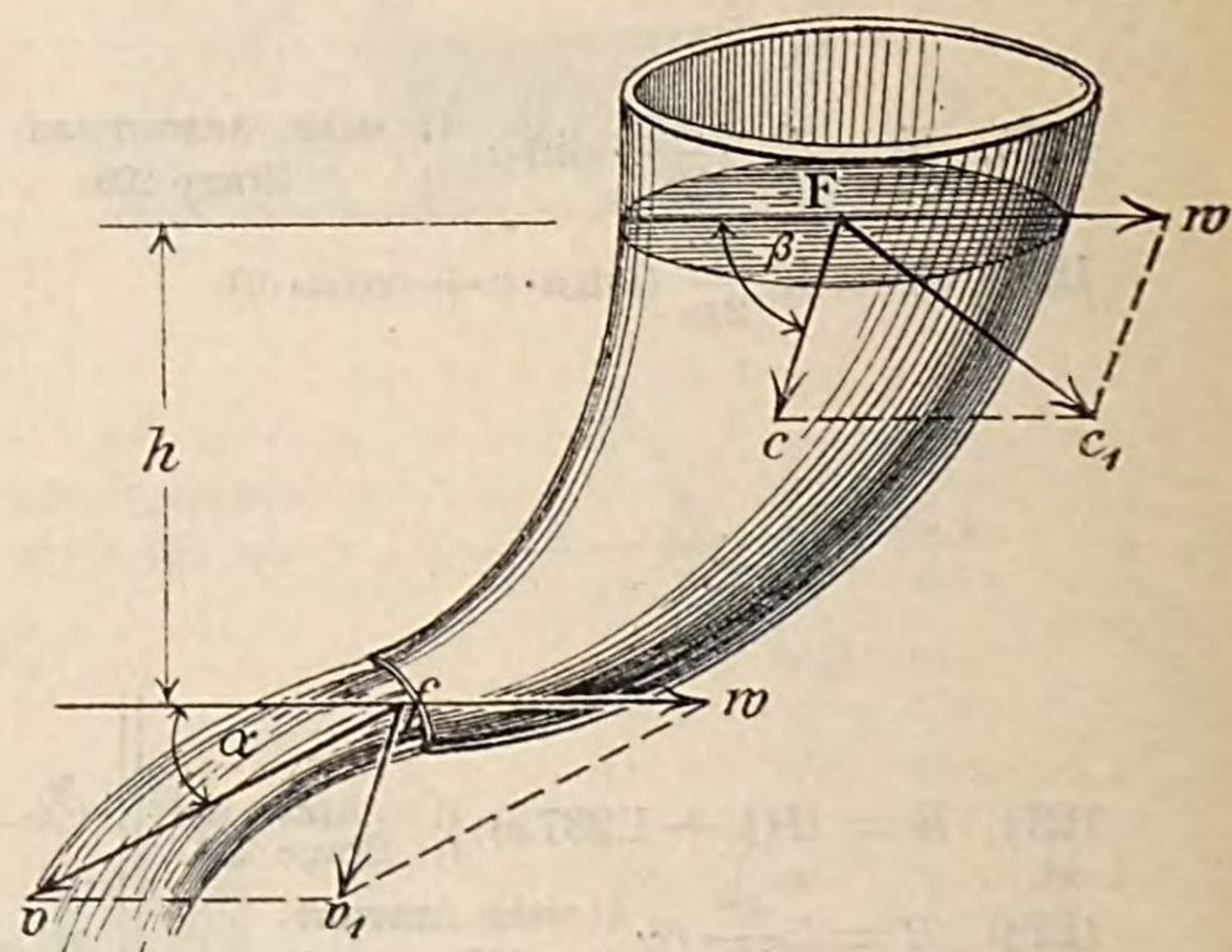
P bezeichnet den Widerstand.
 ζ bezeichnet den Widerstandskoeffizienten.
 f ist die gestossene Fläche (resp. der Querschnitt rechtwinklig zur Bewegungsrichtung).
 γ ist das spez. Gewicht der Flüssigkeit.
 v ist die Geschwindigkeit des bewegten Körpers
 $g = 9,81 \text{ m}$.
 P_1 ist der Widerstand bei kreisförmiger Bewegung.
 r ist der Abstand des Mittelpunktes des normalen grössten Querschnitts von der Rotationsachse.
 s ist der Abstand dieses Punktes vom Schwerpunkte.
 z ist eine von der Körperform abhängige, lineare Grösse.
 α ist der Neigungswinkel, resp. der Winkel, den beim Kegel die Achse mit der Erzeugungsline bildet.

14) Formeln über die Reaktion ausströmender Flüssigkeiten.

$$136) \quad P = \frac{fv\gamma(2v - c)}{2g} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Wenn } c = 0: \\ 137) \quad P = \frac{fv^2\gamma}{g} = 2fh\gamma \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 248} \end{array}$$

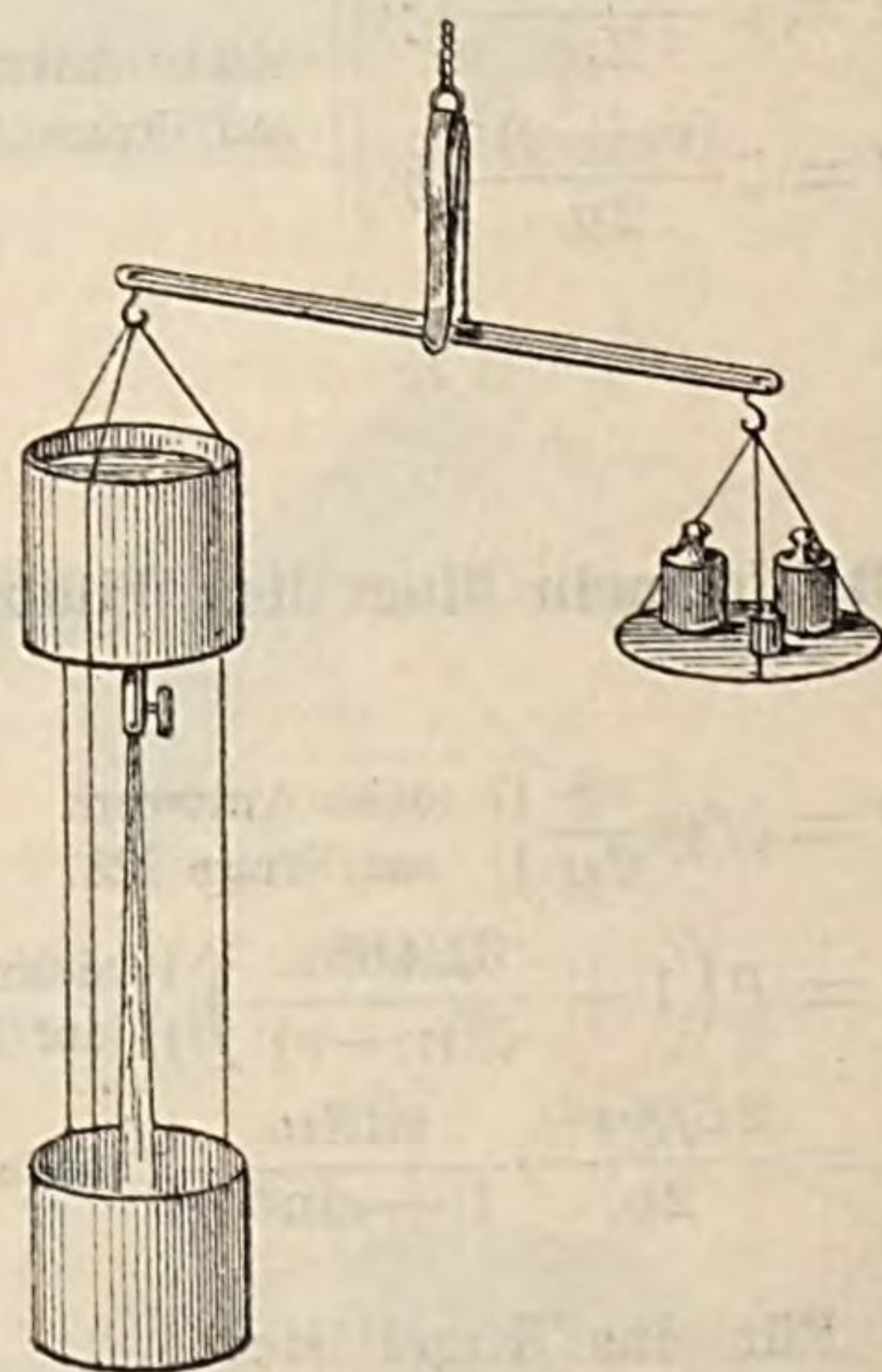


$$138) \quad P = \frac{Q\gamma}{g} (v \cdot \cos \alpha - c \cdot \cos \beta) \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 249} \end{array} \right\}$$



$$139) \quad V = \frac{Q\gamma}{g} (v \cdot \sin \alpha - c \cdot \sin \beta) \quad \left. \begin{array}{l} \text{siehe Antwort} \\ \text{auf Frage 250} \end{array} \right\}$$

$$140) \quad R = \frac{Q\gamma}{g} \sqrt{v^2 - 2cv \cdot \cos(\alpha - \beta) + c^2}$$



Die zweite Hälfte des II. Bandes der Hydrodynamik enthält:

Die Anwendung der lebendigen Kraft des fließenden Wassers zum Betriebe der hydraulischen Motoren.

Neuestes Verzeichnis der Bandausgaben der Kleyer'schen Encyklopädie (1893).

Von Kleyers Encyklopädie der gesamten mathematischen, technischen u. exakten Natur-Wissenschaften sind nachstehende Bände vollständig erschienen:

- Lehrbuch der Grundrechnungsarten.** Erstes Buch: Das Rechnen mit unbenannten ganzen Zahlen. Mit 71 Erklärungen und einer Sammlung von 657 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben. Nebst Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von A. Frömter. Preis: M. 3. —.
- do. do. Zweites Buch: Das Rechnen mit benannten Zahlen. Mit 30 Erklärungen und einer Sammlung von 518 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben. Nebst Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Frömter und Neubüser. Preis: M. 3. —.
- do. do. Drittes Buch: Das Rechnen mit unbenannten gebrochenen Zahlen. (Die gemeinen Brüche und die Dezimalbrüche.) Mit 260 Erklärungen und einer Sammlung von 309 gelösten und ungelösten Aufgaben, nebst den Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von J. G. Maier. Preis: M. 3. —.
- Lehrbuch des bürgerlichen und kaufmännischen Rechnens.** Erster Teil: Die Schluss- und Kettenrechnung (die einfache und zusammengesetzte Regel detri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen. Mit 100 Fragen, 325 Erklärungen, 63 Anmerkungen, 1250 Aufgaben, 18 Figuren, den Ergebnissen der nicht gelösten Aufgaben und einer Münz-, Mass- und Gewichtstabelle. Zum Selbststudium, Nachschlagen, sowie zum Schulgebrauch bearbeitet nach System Kleyer von Dr. Richard Olbricht. Preis: M. 4.50.
- do. do. Zweiter Teil: Die Prozent- (Promille-) und die Zinsrechnung nebst ihren Anwendungen, mit Einschluss der Diskontrechnung, der Terminrechnung, der Kalkulationen und Kontokorrente. Mit 130 Fragen, 444 Erklärungen, 27 Anmerkungen, 1520 Aufgaben, zahlreichen schematischen Figuren, einem Formelverzeichnis, einer Fristen- und Zinsenberechnungstabelle, sowie den Ergebnissen der nicht gelösten Aufgaben. Zum Selbststudium, Nachschlagen, und zum Schulgebrauch bearbeitet nach System Kleyer von Dr. R. Olbricht. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der Grundrechnungsarten mit Buchstabengrößen** (Elemente der Buchstabenrechnung), **der Verhältnisse und Proportionen** mit einer Sammlung von 478 gelösten und analogen ungelösten Aufgaben und den Resultaten der letzteren. Bearbeitet nach System Kleyer von Hans Staudacher, Prof. an der kgl. Industrieschule zu Nürnberg. Erster Teil. Preis: M. 5. —.
- do. do. Zweiter Teil: Elemente der Zahlenlehre, Dezimal- und Kettenbrüche und Rechnung mit unvollständigen Zahlen. Mit einer Sammlung v. 277 gelöst. u. analogen ungelöst. Aufg., nebst d. Resultaten d. letzteren. Bearb. n. System Kleyer v. Prof. Hans Staudacher. Preis: M. 5. —.
- Lehrbuch der Potenzen und Wurzeln** nebst einer Sammlung von 3296 gelösten und ungelösten analogen Beispielen. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der Logarithmen** nebst einer Sammlung von 1996 gelösten und ungelösten analogen Beispielen. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 4. —.
- Fünfstellige korrekte Logarithmentafeln** nebst einer trigonometrischen Tafel und einer Anzahl von anderen Tabellen. Von Ad. Kleyer. Preis: gebunden M. 2.50.
- Lehrbuch der arithmetischen und geometrischen Progressionen**, der zusammengesetzten-, harmonischen-, Ketten- und Teilbruchreihen nebst einer Sammlung von über 400 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 4. —.
- Lehrbuch der Zinseszins- und Rentenrechnung** nebst einer Sammlung von 525 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben aus allen Zweigen des Berufslebens. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der Gleichungen des 1. Grades mit einer Unbekannten.** Sammlung von 2381 Zahlen-, Buchstaben- und Textaufgaben, grösstenteils in vollständig gelöster Form, erläutert durch 230 Erklärungen und 26 in den Text gedruckte Figuren. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 8. —.
- Lehrbuch der Gleichungen des 1. Grades mit mehreren Unbekannten.** Sammlung von 905 Zahlen-, Buchstaben- und Textaufgaben, grossenteils in vollständig gelöster Form, erläutert durch 403 Erklärungen und Anmerkungen. Nebst Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Otto Prange. Preis: M. 7. —.
- Lehrbuch der Gleichungen des 2. Grades mit einer Unbekannten.** (Quadrat. Gleichungen.) Sammlung von 1650 Zahlen-, Buchstaben- und Textaufgaben, grossenteils in vollständig gelöster Form erläutert durch 872 Erklärungen und 53 Figuren. Nebst Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. Aug. Blind. Preis: M. 10. —.
- Lehrbuch der Gleichungen 3. und 4. Grades**, nebst der trigonometrischen Auflösung der Gleichungen 2. Grades. Sammlung von 253 Zahlen-, Buchstaben- und Textaufgaben, grossenteils in vollständig gelöster Form. Mit 251 Erklärungen und 10 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Prof. Conrad Metger. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der unbestimmten Gleichungen des 1. Grades.** (Diophantische Gleichungen.) Sammlung von 374 Zahlen-, Buchstaben- und Textaufgaben in vollständig gelöster Form und zahlreichen Erklärungen und Erläuterungen. Nebst den Abhandlungen des Bachez de Méziriac, im französischen Originale mit beigelegter deutscher Uebersetzung. Bearbeitet zum Teil nach System Kleyer von W. Fr. Schüler. Erstes Buch. Preis: M. 4.50.
- Geschichte der Geometrie** für Freunde der Mathematik gemeinverständlich dargestellt von Richard Klimpert. Mit 100 in den Text gedruckten Figuren. Preis: M. 3. —.
- Lehrbuch der ebenen Elementar-Geometrie** (Planimetrie). Erster Teil: Die gerade Linie, der Strahl, die Strecke, die Ebene und die Kreislinie im allgemeinen. Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Mit 234 Erklärungen und 109 in den Text gedruckten Figuren. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 1.80.
- do. do. Zweiter Teil: Der Winkel und die parallelen Linien. Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Mit 201 Erklärungen und 113 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. J. Sachs. Preis: M. 2.20.

- Lehrbuch der ebenen Elementar-Geometrie (Planimetrie).** Dritter Teil: Die geometrischen Gebilde und ihre Lagen-Veränderungen. Die einfachen Vielecke. Nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben. Mit den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben. Mit 737 Erklärungen und 343 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. J. Sachs. Preis: M. 6. —.
- do. do. Vierter Teil: Die Lehre vom Kreis. Die geometrischen Oerter und die merkwürdigen Punkte des Dreiecks. Nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben, mit den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben. Mit 529 Erklärungen und 230 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Prof. Dr. J. Sachs. Preis: M. 6. —.
- do. do. Fünfter Teil: Die Flächen der geradlinigen Figuren. Nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben. Mit den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben. Mit 346 Erklärungen und 96 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Prof. Dr. J. Sachs. Preis: M. 4. —.
- do. do. Sechster Teil: Proportionalität der Strecken. Nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben, mit den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben. Mit 378 Erklärungen und 90 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Prof. Dr. J. Sachs. Preis: M. 4. —.
- Lehrbuch der planimetrischen Konstruktionsaufgaben** gelöst durch geometrische Analysis. Erster Teil: Aufgaben, gelöst ohne Anwendung der Proportionslehre. Mit 1952 gelösten und ungelösten Aufgaben, 178 Anmerkungen, 207 Erklärungen und 214 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von E. R. Müller. Preis: M. 5. —.
- do. do. Zweiter Teil: Aufgaben gelöst mit Anwendung der Proportionslehre. Mit 1327 gelösten und ungelösten Aufgaben, 126 Anmerkungen, 100 Erklärungen und 174 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von E. R. Müller. Preis: M. 4. —.
- do. do. Dritter Teil: Verwandlungs- und Teilungsaufgaben, sowie Aufgaben über ein- und umbeschriebene Figuren. Mit 510 gelösten und ungelösten Aufgaben, 40 Anmerkungen, 72 Erklärungen und 54 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Prof. E. R. Müller. Preis: M. 2. —.
- Das apollonische Berührungsproblem und verwandte Aufgaben.** Sammlung von 163 gelösten und ungelösten Aufgaben und 200 Figuren. Zur Ergänzung des Schulunterrichts und zum Selbststudium. Nach System Kleyer durchaus neu bearb. Zweite Aufl. Von Prof. Heinr. Cranz. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch des Projektionszeichnens (darstellende Geometrie).** Erster Teil: Die rechtwinklige Projektion auf eine und mehrere Projektionsebenen. Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Mit 271 Erklärungen und 226 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von J. Vonderlinn, Privatdocent an der techn. Hochschule in München. Preis: M. 3. 50.
- do. do. Zweiter Teil: Ueber die rechtwinklige Projektion ebenflächiger Körper. Mit 130 Erklärungen und 99 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von J. Vonderlinn. Preis: M. 3. 50.
- do. do. Dritter Teil. Erste Hälfte: Schiefe Parallelprojektion, Centralprojektion einschliesslich der Elemente der projektiven Geometrie. Mit 195 Erklärungen und 169 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von J. Vonderlinn. Preis: M. 3. 50.
- do. do. Dritter Teil. Zweite Hälfte: Centralcollineation ebener und räumlicher Systeme, Kegelschnitte, rechtwinklige und schiefwinklige Axonometrie. Mit 218 Erklärungen und 210 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von J. Vonderlinn. Preis: M. 5. —.
- Lehrbuch der Analytischen Geometrie der Ebene.** Erster Teil: Analytische Geometrie des Punktes und der Geraden. Mit einer Sammlung von 100 Aufgaben, 206 gelösten Übungsaufgaben und 92 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Prof. Heinr. Cranz. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der räumlichen Elementar-Geometrie (Stereometrie).** Erster Teil: Die Lage von geraden Linien und Ebenen im Raum. Nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben, mit den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben. Mit 573 Erklärungen und 174 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. H. Seipp. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der Körperberechnungen.** Erstes Buch. Mit vielen gelösten und ungelösten analogen Aufgaben nebst 184 in den Text gedruckten Figuren. Zweite Auflage. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 4. —.
- do. do. Zweites Buch. Eine Sammlung von 772 vollständig gelösten und ungelösten analogen Aufgaben nebst 742 Erklärungen und 256 in den Text gedruckten Figuren. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 9. —.
- Lehrbuch der Goniometrie (Winkelmessungslehre)** mit 307 Erkl. und 52 in den Text gedruckten Figuren nebst einer Sammlung v. 513 gelöst. u. ungelöst. analogen Aufgaben. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 7. —.
- Lehrbuch der ebenen Trigonometrie.** Eine Sammlung von 1049 gelösten, oder mit Andeutungen versehenen, trigonometrischen Aufgaben und 178 ungelösten, oder mit Andeutungen versehenen trigonometrischen Aufgaben aus der angewandten Mathematik. Mit 797 Erkl., 563 in den Text gedruckten Fig. u. 65 Anmerk. nebst einem ausführlich. Formelverzeichnis von über 500 Formeln. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 18. —.
- Lehrbuch der sphärischen Trigonometrie.** Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Mit 236 Erklärungen und 56 in den Text gedruckten Figuren und einem Formelverzeichnis. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. W. Láska. Preis: M. 4. 50.
- Lehrbuch der Determinanten und deren Anwendungen.** Erster Teil. Mit einer Sammlung von 460 gelösten und ungelösten Aufgaben, mit den Ergebnissen der letzteren, nebst 226 Erklärungen. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. G. Weichold. Preis: M. 10. —.
- Lehrbuch des Rechnens mit imaginären und komplexen Zahlen.** Mit 221 Erklärungen und 38 in den Text gedruckten Figuren. Mit einer Sammlung von 269 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben nebst den Resultaten der ungelösten Aufgaben und einem Formelverzeichnis. Bearbeitet nach System Kleyer von Richard Krüger. Preis: M. 5. —.

- Lehrbuch der Differentialrechnung.** Erster Teil: Die einfache und wiederholte Differentiation explizierter Funktionen von einer unabhängigen Variablen. Ohne Anwendung der Grenzen- und der Nullen-Theorie und ohne Vernachlässigung von Grössen. Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Zweite Auflage. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 5. —.
- do. do. Zweiter Teil: Die vollständige Differentiation entwickelter und nicht entwickelter Funktionen von einer und von mehreren reellen Veränderlichen. Reihenentwicklungen, unbestimmte Formen, Maxima und Minima. Nebst 352 gelösten Aufgaben, 78 Figuren und 230 Erklärungen. Bearbeitet nach dem System Kleyer von Prof. Dr. Haas. Preis: M. 8. —.
- Lehrbuch der Integralrechnung.** Erster Teil. Mit einer Sammlung von 592 gelösten Aufgaben. Für das Selbststudium, zum Gebrauch an Lehranstalten, sowie zum Nachschlagen von Integrationsformeln und -Regeln. Bearbeitet nach eigenem System und im Anschluss an das Lehrbuch der Differentialrechnung von Adolph Kleyer. Preis: M. 10. —.
- Lehrbuch der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.** Mit 52 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben, mit den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben, 29 Erkl. und 17 in den Text gedruckten Figuren. Bearb. nach System Kleyer von Dr. K. J. Bobek. Preis: M. 5. —.
- Lehrbuch der Kombinatorik.** Ausführliche Darstellung der Lehre von den kombinatorischen Operationen (Permutieren, Kombinieren, Variieren). Mit 506 gelösten und analogen ungelösten Übungsbeispielen nebst den Resultaten der letzteren nach System Kleyer für den Unterricht und zum Selbststudium bearbeitet von Prof. H. Staudacher. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung.** Mit 303 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben, mit den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben, 68 Erklärungen und 27 in den Text gedruckten Figuren. Nach System Kleyer bearbeitet von Dr. K. J. Bobek. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der sphärisch. und theoret. Astronomie und der mathematischen Geographie.** Nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben mit den Resultaten der ungelösten Aufgaben. Mit 328 Erklärungen, Formelverzeichnis, 148 in den Text gedruckten Figuren und 2 Tafeln. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. W. Laska. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der allgemeinen Physik.** (Die Grundbegriffe und Grundsätze der Physik.) Mit 549 Erklärungen, 83 in den Text gedruckten Figuren und einem Formelverzeichnis, nebst einer Sammlung von 120 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben, mit den Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Richard Klimpert. Preis: M. 8. —.
- Lehrbuch der absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.** Mit 352 Fragen, 545 Erklärungen und einer Sammlung von 561 gelösten und ungelösten Aufgaben nebst den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. H. Hovestadt. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der Statik fester Körper (Geostatik).** Mit 291 Erklärungen und 380 in den Text gedruckten Figuren und einem ausführlichen Formelverzeichnis nebst einer Sammlung von 359 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Richard Klimpert. Preis: M. 9. —.
- Lehrbuch der Dynamik fester Körper (Geodynamik).** Mit 690 Erklärungen, 380 in den Text gedruckten Figuren und einem ausführlichen Formelverzeichnis nebst einer Sammlung von 500 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben, mit den Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von R. Klimpert. Preis: M. 13. 50.
- Lehrbuch über die Percussion oder den Stoss fester Körper.** Bearbeitet nach System Kleyer von Richard Klimpert. Separat-Abdruck aus Klimpert, Lehrbuch der Dynamik. Preis: M. 3. —.
- Lehrbuch der Elasticität und Festigkeit.** Mit 212 Erklärungen, 186 in den Text gedruckten Figuren und einem ausführlichen Formelverzeichnis, nebst einer Sammlung von 167 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben, nebst den Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Richard Klimpert. Preis: M. 5. 50.
- Lehrbuch der Statik flüssiger Körper (Hydrostatik).** Mit 425 Erklärungen, 300 in den Text gedruckten Figuren und einem Formelverzeichnis, nebst einer Sammlung von 208 gelösten und analogen ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Richard Klimpert. Preis: M. 8. —.
- Lehrbuch der Bewegung flüssiger Körper (Hydrodynamik).** Erster Band: Die Bewegungserscheinungen flüssiger Körper, welche aus den Boden- und Seitenwänden von Gefässen, sowie durch Röhrenleitungen bei konstanter sowie veränderlicher Druckhöhe fliessen. Mit 434 Erklärungen, mehr als 300 in den Text gedruckten Figuren und einem Formelverzeichnis, nebst einer Sammlung von 220 gelösten und ungelösten Aufgaben, nebst den Resultaten der letzteren. Bearb. nach System Kleyer von R. Klimpert. Preis: M. 8. —.
- do. do. Zweiter Band. Erste Hälfte: Die Bewegungserscheinungen des Wassers in Kanälen und Flüssen, sowie der dabei ausgeübte Stoss und Widerstand. Mit 282 Erklärungen, mehr als 150 in den Text gedruckten Figuren und einem Formelverzeichnis, nebst einer Sammlung von 134 gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, mit den Resultaten der letzteren. Bearbeitet nach System Kleyer von R. Klimpert. Preis: M. 5. —.
- Lehrbuch über das spezifische Gewicht fester, flüssiger und gasförmiger Körper.** Mit 55 gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, nebst den Resultaten der letzteren und 28 in den Text gedruckten Figuren. Preis: M. 2. —.
- Lehrbuch des Magnetismus und des Erdmagnetismus.** Nebst einer Samml. von gelösten u. ungelösten Aufgaben erläutert durch 189 in den Text gedr. Fig. u. 10 Karten. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 6. —.
- Lehrbuch der Reibungselektricität (Friktions-Elektricität, statischen oder ruhenden Elektricität).** Erläutert durch 860 Erklärungen und 273 in den Text gedruckten Figuren, nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben. Von Ad. Kleyer. Preis: M. 7. —.
- Lehrbuch der Kontaktelektricität (Galvanismus).** Nebst einer Sammlung von gelösten und ungelösten Aufgaben. Mit 731 Erklärungen, 238 in den Text gedruckt. Figuren und einem Formelverzeichnis. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. Oscar May. Preis: M. 8. —.

Lehrbuch der Elektrodynamik. Erster Teil. Mit 105 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. Oscar May. Preis: M. 3. —.

Lehrbuch des Elektromagnetismus. Mit 302 Erklärungen, 152 in den Text gedruckten Figuren und einem ausführlichen Formelverzeichnis, nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. Oscar May und Adolf Krebs. Preis: M. 4. 50.

Lehrbuch der Induktionselektricität und ihrer Anwendungen (Elemente der Elektrotechnik). Mit 432 Erklärungen und 213 in den Text gedruckten Figuren nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. Adolf Krebs. Preis: M. 6. —.

Lehrbuch der angewandten Potentialtheorie. Mit 588 Erklärungen und 47 in den Text gedruckten Figuren nebst einer Sammlung von erläuternden Beispielen und Übungsaufgaben. Bearbeitet nach System Kleyer von Dr. H. Hovestadt. Preis: M. 7. —.

Lehrbuch der reinen und technischen Chemie. Anorganische Experimental-Chemie. Erster Band: Die Metalloide. Mit 2208 Erklärungen, 332 Experimenten und 366 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von Wilh. Steffen. Preis: M. 16. —.

do. do. **Anorganische Experimental-Chemie.** Zweiter Band: Die Metalle. Mit 573 Erklärungen, 174 Experimenten und 33 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach System Kleyer von W. Steffen. Preis: M. 16. —.

Im gleichen Verlag sind ferner erschienen:

Vierstellige logarithmische Tafeln der natürlichen und trigonometrischen Zahlen nebst den erforderlichen Hilfstabellen. Für den Schulgebrauch und die allgemeine Praxis bearbeitet von E. R. Müller. Preis: gebunden 60 Pfg.

Das Zeichnen der Stereometrie. Als Vorschule zur darstellenden Geometrie und zum Fachzeichnen für Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht. 28 Tafeln mit Text. Von Prof. A. Brude. Preis: M. 6. —.

Stereoskopische Bilder aus der Stereometrie. Bezogen auf den Kubus und entnommen dem Werke desselben Verfassers „Das Zeichnen der Stereometrie“. Von Prof. A. Brude. Preis: M. 3. —.

Lehr- und Übungsbuch der Allgemeinen Arithmetik und Algebra für die unteren Klassen der Mittelschulen von Moriz Bretschneider. Erster Teil. Mit 6 in den Text eingedr. Figuren. Preis: M. 1. 40.

Vorlegeblätter

für den

Unterricht im Linear- und Projektionszeichnen.

Zum Gebrauche an Realschulen, höheren Bürgerschulen, gewerblichen Fortbildungsschulen, Gewerbe- und Handwerkerschulen u. s. w.

12 Tafeln mit erläuterndem Texte.

Entworfen und gezeichnet von

Jakob Vonderlinn,

Ingenieur, Lehrer an der Kgl. Oberreal- und Baugewerkeschule, sowie an der Sonntags- und Abendschule für Handwerker zu Breslau.

Preis: In Mappe Mark 5. 50.

Darstellende Geometrie für Bauhandwerker.

Zum Gebrauche an Baugewerkschulen und ähnlichen Lehranstalten, sowie zum Selbstunterricht für Bauhandwerker.

Erster Teil:

Geometrische Konstruktionen, Elemente der Projektionslehre, Konstruktion der Durchdringungen zwischen Ebenen und Körpern, rechtwinklige und schiefwinklige Axonometrie, einfache Dachausmittlungen.

Mit 258 Figuren.

Bearbeitet von

Jakob Vonderlinn,

Ingenieur, Lehrer an der Kgl. Oberreal- und Baugewerkeschule, sowie an der Sonntags- und Abendschule für Handwerker zu Breslau.

Preis: broschiert Mk. 3.—, gebunden Mk. 3. 30.

Klimpert, Richard

Lehrbuch der Bewegung flüssiger Körper (Hydrodynamik) für das
Selbststudium und zum Gebrauche an Lehranstalten bearb. nach System Kleyer

Bd.: 2,1

1893

Bamberg, Staatsbibliothek -- Phys.o.77-g#2,1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11846154-4